

About the authors:

NEMOVA Alena Sergeevna – Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: nemova\_21@list.ru

DVUZHILOV Anton Sergeevich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Resistance of Materials, Theory of Elasticity and Plasticity, Tver State Technical University, Tver. E-mail: anton\_in\_tver@mail.ru

УДК 378

## ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ И МЕТОДЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

И.Д. Роговский, А.С. Двужиллов

© Роговский И.Д., Двужиллов А.С., 2025

**Аннотация.** Рассмотрены методы сопротивления материалов. Раскрыты принципы, характерные для указанной науки. Перечислены и описаны основные виды деформации.

**Ключевые слова:** закон Гука, гипотеза, сопротивление, материал, кручение, стержни, принцип равновесия.

Сопротивление материалов – это введение в науку о прочности, жесткости и надежности элементов. Прочность и надежность проектируемых конструкций зависят от реальных условий эксплуатации.

Первым и основным законом является закон Гука. В 1678 году Р. Гук опубликовал работу, посвященную упругости. В его труде были приведены результаты экспериментов на растяжении пружины длинных проволок:

$$\Delta = \frac{p}{c} = p \times \delta,$$

где  $\Delta$  – абсолютная деформация (приращение величины), обобщенное перемещение;  $p$  – давление;  $c$  – отношение внутреннего и внешнего диаметров кольцевого сечения;  $\delta$  – перемещение.

Принцип действия независимости сил (принцип суперпозиции) гласит, что любое упругое тело характеризуется этой независимостью, т. е. внутренние усилия и перемещение, возникающие в теле от действия на него системы внешних сил, не обуславливаются порядком их приложения [1]. Итог действия на тело указанной системы  $\Delta_A$  равен

сумме алгебраических или геометрических результатов от влияния отдельных сил  $\Delta_i$ :

$$\Delta_A = \Delta_i = \Delta_{i1} + \Delta_{i2} + \dots + \Delta_{ij} = \delta_{i1} \times p_1 + \delta_{i2} \times p_2 + \dots + \Delta_{in} \times p_n;$$

$$\Delta_i = \delta_{ij} \times p.$$

Это простое правило иллюстрирует рис. 1, где перемещение точки  $M$  от двух сил  $v_k$  можно рассматривать как алгебраическую сумму:

$$v_k = v_{k1} + v_{k2},$$

где  $v_{k1}$  и  $v_{k2}$  – перемещения от каждой из сил  $P_1$  и  $P_2$  (рис. 2).

Принцип независимости действия сил, широко применяемый в механике для абсолютно твердых тел, по отношению к деформируемым телам используется лишь в двух случаях:

1) перемещения точек приложения сил малы по сравнению с размерами тела;

2) перемещения, являющиеся результатом деформации тела, линейно зависят от действующих сил. Такие тела (системы) называют линейно деформируемыми или подчиняющимися закону Гука.

Принцип суперпозиции (рис. 2) в сопротивлении материалов используется при анализе и вычислении внутренних усилий и деформаций в структурах и конструкциях.

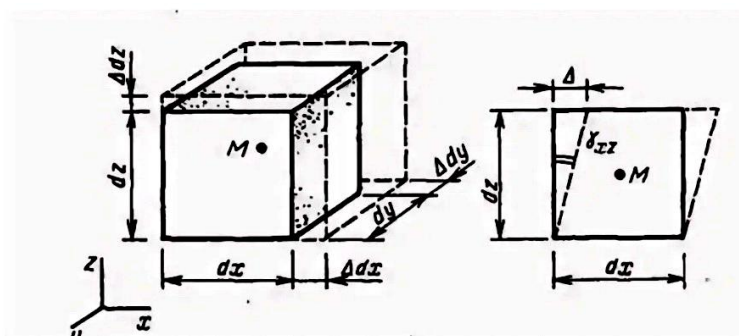


Рис. 1. Линейная и угловая деформация элемента материала

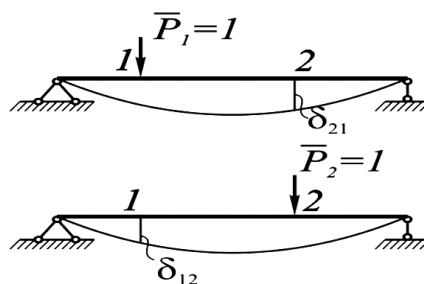


Рис. 2. Иллюстрация принципа суперпозиции:

$P$  – внешняя сосредоточенная сила

Физическая гипотеза сопротивления материалов заключается в том, что напряжения  $\delta_x, \delta_y, \tau_{xy}$  значительно меньше остальных, поэтому указанные напряжения в брус (стержне) равны нулю [3]:

$$\delta_x, \delta_y, \tau_{xy} = 0.$$

Вторая наиболее известная гипотеза – это гипотеза плоских сечений. Данная гипотеза гласит, что поперечные сечения стержня  $\gamma_{yz}$ , плоские и нормальные к его оси до приложения к нему нагрузки, остаются плоскими и нормальными к его оси в деформированном состоянии:

$$\gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0.$$

Известный из курса физики принцип равновесия формулируется следующим образом: всякое тело, находящееся в равновесии, должно удовлетворять условиям статического равновесия (сумма сил и моментов равна нулю).

Для решения задач, а также рассмотрения стержней (конструкций) в разрезе пользуются методом сечений и внутренних силовых факторов.

Метод сечений (рис. 3) – это способ определения указанных факторов для построения их эпюр, в рамках которого рассматривают равновесие отсеченных частей бруска [2]. Суть данного метода состоит в том, что тело мысленно рассекается плоскостью на две части, любая из которых отбрасывается. Взамен к сечению оставшейся части прикладывают внутренние силы, действовавшие на нее до разреза со стороны отброшенной части. Оставленная часть рассматривается как самостоятельное тело, находящееся в равновесии под действием приложенных к сечению внешних и внутренних сил.

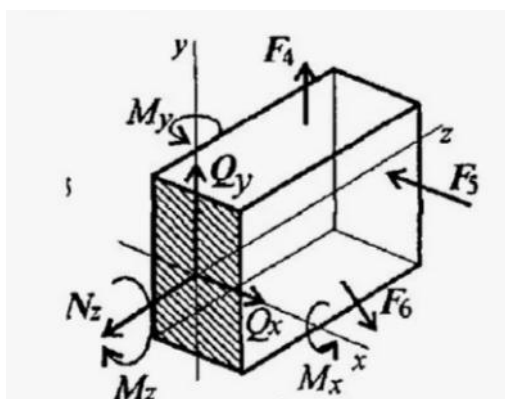


Рис. 3. Метод сечений:

$M_x, M_y$  – внутренний изгибающий момент;  $M_z$  – крутящий момент  
 $N_z$  – внутренняя продольная сила;  $Q_x, Q_y$  – внутренняя поперечная сила;  
 $F$  – внешняя сила, сосредоточенная нагрузка [3]

Стоит рассмотреть полный набор внутренних усилий, который включается в себя 6 основных усилий: нормальную силу  $N$ ; поперечные (перерезывающие) силы  $Q_x$  и  $Q_y$ ; изгибающие моменты  $M_x$  и  $M_y$ ; крутящий момент  $M_z$ .

Растяжение вызывает удлинение стержня, а сжатие – укорочение (рис. 4).

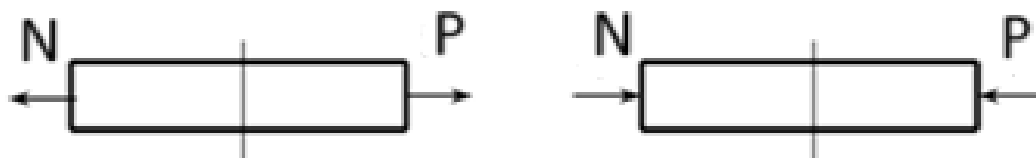


Рис. 4. Деформация растяжения или сжатия

Как и любое тело, стержни подвержены различным видам деформаций. Первый из них – это кручение. Под кручением будем понимать такой вид, при котором в поперечном сечении возникают только крутящие моменты. Внешние силы сводятся к паре сил, действующей в плоскости, перпендикулярной оси стержня [1]. Внутренние силы в этом случае тоже приравнивают к паре, действующей в плоскости, перпендикулярной оси стержня (рис. 5). Стержень под влиянием этих двух пар испытывает кручение.

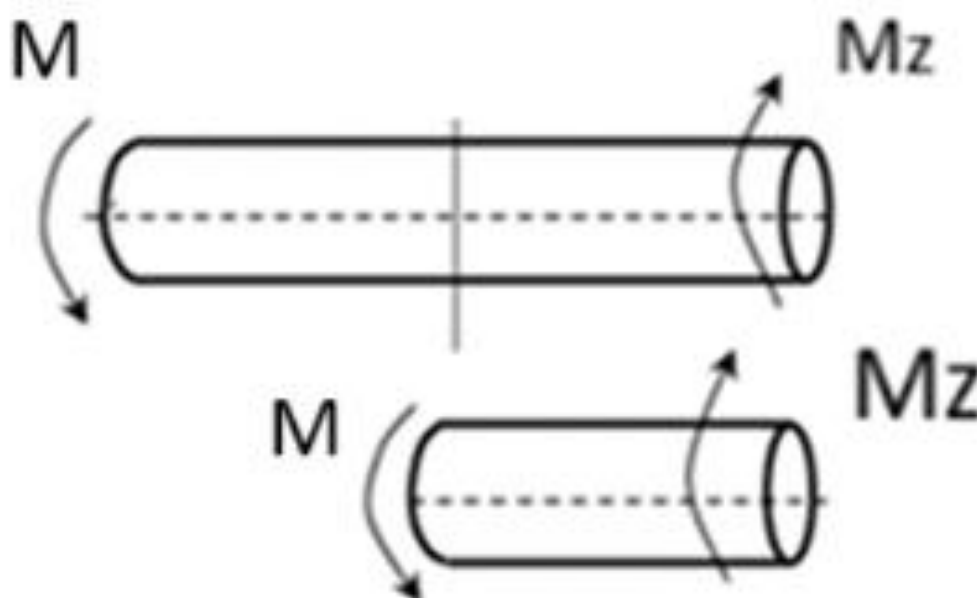


Рис. 5. Деформация кручения

Наиболее распространенный вид деформации в статически определимых задачах – это изгиб. Изгибом называется такой вид нагружения стержня, при котором в поперечном сечении будет иметь

место изгибающий момент, а крутящий равен нулю [3]. Если в поперечном сечении отличным от нуля является только изгибающий момент, то это чистый изгиб (рис. 6).



Рис. 6. Чистый изгиб [4]

Если в поперечном сечении, помимо изгибающего момента, есть отличные от нуля одна или две поперечные силы, то мы имеем поперечный изгиб. Если в поперечном сечении отлична от нуля сила  $N$ , то такой изгиб называется продольно поперечным. Если плоскость действия изгибающего момента совпадает с одной из главных осей поперечного сечения, то такой изгиб считается прямым. Если главная центральная ось инерции поперечного сечения служит осью симметрии, то такой изгиб именуют плоским [4].

При изгибе выполняются фундаментальные гипотезы сопротивления материалов.

Кроме того, при плоском поперечном изгибе дифференциальные зависимости Журавского[2]:

$$\frac{dQ}{dz} = -q_y; \quad \frac{dM_x}{dz} = Q_y;$$

$$\frac{d_z M_x}{dz} = -q_y.$$

### Библиографический список

1. Васильков Г.В., Буйко З.В., Кравченко Г.М. Расчет статически неопределимых стержневых систем методом сил: учеб. пособие. Ростов н/Д.: Рост. гос. строит. ун-т, 2005. 72 с.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: М.: Наука; ФИЗМАТЛИТ, 1986. 514 с.

3. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: учебник для вузов. 16-е изд. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021. 542 с.

4. Крамаренко А.А. Лекции по строительной механике стержневых систем. [Б. м.]: Мастерская ОП НГАСУ, 2004. 104 с. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=19621783> (дата обращения: 05.04.2025).

## METHODS FOR CALCULATING STATICALLY INDETERMINATE SYSTEMS

I.D. Rogovsky, A.S. Dvuzhilov

**Abstract.** *Methods of resistance of materials are considered. The principles characteristic of this science are revealed. The main types of deformation are listed and described.*

**Keywords:** *Hooke's law, hypothesis, resistance, material, torsion, rods, principle of equilibrium.*

Об авторах:

РОГОВСКИЙ Илья Дмитриевич – студент, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: [ilyrogov308@gmail.com](mailto:ilyrogov308@gmail.com)

ДВУЖИЛОВ Антон Сергеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: [anton\\_in\\_tver@mail.ru](mailto:anton_in_tver@mail.ru)

About the authors:

ROGOVSKY Ilya Dmitrievich – Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: [ilyrogov308@gmail.com](mailto:ilyrogov308@gmail.com)

DVUZHILOV Anton Sergeevich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Resistance of Materials, Theory of Elasticity and Plasticity, Tver State Technical University, Tver. E-mail: [anton\\_in\\_tver@mail.ru](mailto:anton_in_tver@mail.ru)