

PAVLOV Yuri Nikolaevich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Construction and Road Machines and Equipment, Federal Tver State Technical University, Tver. E-mail: pavlov237@yandex.ru

GUSAROV Andrey Alexandrovich – Senior Lecturer at the Department of Computer Science and Applied Mathematics, Department of Construction and Road Machinery and Equipment, Tver State Technical University, Tver. E-mail: Gusarov-A-A@yandex.ru

GOROKHOV Ilya Valeryevich – Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: zzee17595@gmail.com

PURIKOV Semyon Vyacheslavovich – Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: semen36689@gmail.com

OGANESOV Dmitry Vladimirovich – Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: oganesovdima@yandex.ru

MOLOSTOV Grigory Alekseevich – Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: molotkop566@gmail.com

УДК 621.771.001

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА МОЩНОСТИ ДЕФОРМАЦИИ

Н.А. Макаров

© Макаров Н.А., 2024

***Аннотация.** Методом построения кинематически допустимых полей скоростей определены энергосиловые параметры пластической деформации. Отмечено, что вращающиеся жесткие зоны, отделяющие пластическую зону от жестких, имеют границы в виде дуг окружностей.*

***Ключевые слова:** кинематически допустимые поля скоростей, деформация, мощность.*

Аналитические методы расчета для задач, которые можно назвать кинематически допустимыми, разработаны Б.А. Друяновым и В.В. Соколовским. Чтобы решить объемные задачи, необходимо обеспечить выполнение трех уравнений равновесия, условия пластичности и шести уравнений, связывающих компоненты тензоров напряжений и скорости деформации. Объемные задачи решают вариационными методами, методами конечных элементов, граничных интегральных уравнений и методом разложения по параметру нагружения.

Энергетические методы расчета мощности деформации на основе построения кинематически допустимых полей скоростей позволяют определить верхнюю оценку границы мощности.

Построим кинематически допустимые поля скоростей, состоящие из жестких зон, хотя бы часть которых совершает вращение относительно оси [1, 2]. В этом случае границами указанных зон могут быть только цилиндрические круговые поверхности (рис. 1).

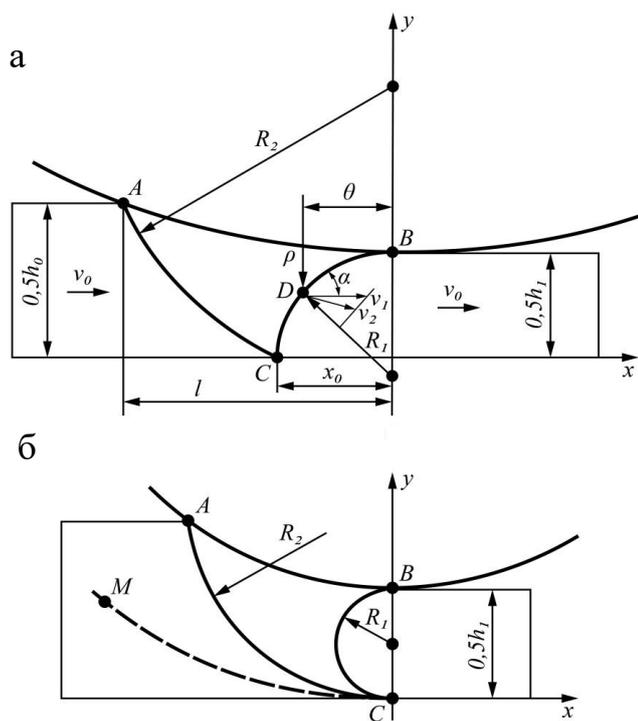


Рис. 1. Кинематически допустимое поле скоростей с тремя жесткими зонами, одна из которых совершает вращательное движение: *a* – при $R_2 > 0,5h_1$; *б* – предельный случай $R_2 = 0,25h_1$

Принимаем, что жесткие зоны левее AC и правее BC перемещаются в направлении оси x со скоростями v_0 и $v_1 = v_0\lambda$, где $\lambda = \frac{h_0}{h_1}$ – коэффициент вытяжки. При этом зона ABC вращается совместно с валком, их угловая скорость равна ω (т.е. имеет место «прилипание», мощность сил трения равна нулю). В точке D условие равенства нормальных компонентов определяет форму линии BC (нормальные компоненты в точке D – скорости движения $v_1 \sin \alpha$ и скорости вращения $v_2 = \rho \omega \sin(\alpha + \theta)$, где ρ и θ – полярные координаты точки D относительно центра валка (см. рис. 1). Принимаем $\rho \sin \theta = x$;

$\rho \cos \theta = R + 0,5h_1 - y$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx}$, получаем дифференциальное уравнение линии BC :

$$\frac{dy}{dx} \left(\frac{v_1}{\omega} - R - 0,5h_1 + y \right) + x = 0. \quad (1)$$

Решение уравнения (1) при краевом условии $y = 0,5h_1$ и $x = 0$ имеет вид

$$(y - 0,5h_1 + R \cdot s)^2 + x^2 = (R \cdot s)^2, \quad (2)$$

где $s = \frac{v_1}{\omega R} - 1$.

Возможны поля, состоящие из большого числа жестких зон, но для случаев, когда отношение длины зоны пластической деформации к ее толщине не превышает 2, применяем поля скоростей, состоящие из трех жестких зон.

Из равенств (1) и (2) следует, что линия BC является окружностью радиусом $R_1 = R \cdot s$ с центром на оси y . Величина опережения составляет $0,25h_1 (s = \frac{0,25h_1}{R})$ (см. рис. 1б)).

Разрыв тангенциальной компоненты скорости вдоль BC

$$\Delta v = v_1 \cos \alpha - \omega \rho \cos(\alpha + \theta).$$

С учетом равенств (1) и (2) получаем

$$\Delta v = R_1 \cdot \omega = R \cdot \omega \cdot s.$$

Выводим уравнение окружности $x_0 = R \sqrt{\frac{sh_1}{R} - \frac{h_2}{4R^2}}$, проходящей через точку C с координатами $x = -x_0$, $y = 0$.

Линия AC является дугой окружности радиусом

$$R_2 = \frac{R}{\lambda} \sqrt{(1 + s - \lambda)^2 + \lambda(\lambda - 1)(1 + s) \frac{h_1}{R}}. \quad (3)$$

Разрыв тангенциальной скорости вдоль AC $\Delta v = \omega \cdot R_2$. Линия AC проходит через точку A с координатами $x = -l = \sqrt{R\Delta h - 0,25\Delta h^2}$, $y = 0,5h_0$.

Мощность среза вдоль AC и BC определяем из условия

$$N = kbR_1 l_1 \omega + kbR_2 l_2 \omega,$$

где l_1 и l_2 – длины дуг BC и AC ; b – ширины прокатываемой заготовки.

Мощность деформации

$$N = k\omega b R^2 f(\lambda, a, s), \quad (4)$$

где $f(\lambda, a, s)$ – функция параметров λ , s , $a = \frac{h_1}{2R}$, которую можно найти как

$$f(\lambda, a, s) = \varphi(s, a, \lambda) + \frac{2}{\lambda^2} [(\lambda - 1 - s)^2 + 2a\lambda(\lambda - 1)(1 + s)] \times \\ \times \arcsin \left[\lambda \sqrt{0,5a} \sqrt{\frac{(\lambda - 1)(a + 1) + s - \sqrt{(\lambda - 1)(2s - a)(2 + a - a\lambda)}}{(\lambda - 1 - s)^2 + 2a\lambda(\lambda - 1)(1 + s)}} \right]; \quad (5)$$

функция $\varphi(s, a, \lambda)$ характеризует мощность среза вдоль линии BC ;

$$\varphi(s, a, \lambda) = s^2 \left[\pi - \arcsin \sqrt{\frac{a(2s-a)}{s^2}} \right],$$

если $s \leq a$;

$$\varphi(s, a, \lambda) = s^2 \arcsin \sqrt{\frac{a(2s-a)}{s^2}}$$

при $s > a$. Угол, соответствующий дуге BC , равен или превышает 90° .

Для определения момента прокатки находим среднее давление, приняв коэффициент положения равнодействующей на дуге AB равным 0,5 [1, 2]:

$$p = 2kn_\sigma, \quad k = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}}, \quad n_\sigma = \frac{f(a, \lambda, s)}{a(\lambda-1)(2-a\lambda+a)},$$

откуда момент прокатки

$$M = kbR^2 f(\lambda, a, s).$$

На рис. 2 представлены результаты расчетов в виде графиков $n_\sigma(m)$ при $\lambda = 1,2$ (линия 1) и $\lambda = 2,0$ (линия 2); диапазон, соответствующий $1,2 \leq \lambda \leq 2,0$, на рис. 2 заштрихован.

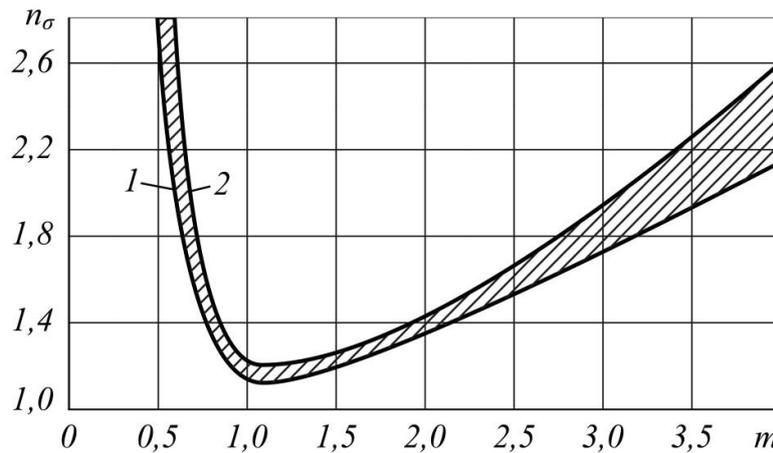


Рис. 2. Графики $n_\sigma(m)$ при пластической деформации

При $h_0 = h_1 = h$, $\lambda = 1,0$ (изгиб криволинейного листа без обжатия) момент на валке $M = 0,46\sigma_T bh^2$. Нижняя граница величины момента из статического поля напряжений $M = 0,25\sigma_T bh^2$. Если зона левее AC (см. рис. 1б) движется поступательно, а правее BC вращается вокруг оси валка, то в формулах (4), (5) следует принять $\varphi = 0$.

Рассмотрим вариант, когда обе соседние жесткие зоны вращаются (рис. 3). Зона левее AB вращается со скоростью ω_1 вокруг точки O_1 , а правее AB – со скоростью ω_2 вокруг точки O_2 . При этом ω_1 и ω_2 имеют разные знаки (если их знаки одинаковы, то происходит не перегиб заготовки от радиуса r_1 к r_2 , а только частичное ее загибание), такие схемы деформации имеют отношение к процессам прокатки-волочения

[3, 4]. В этом случае AB – дуга окружности, касательная в точке B к окружности радиусом r_1 .

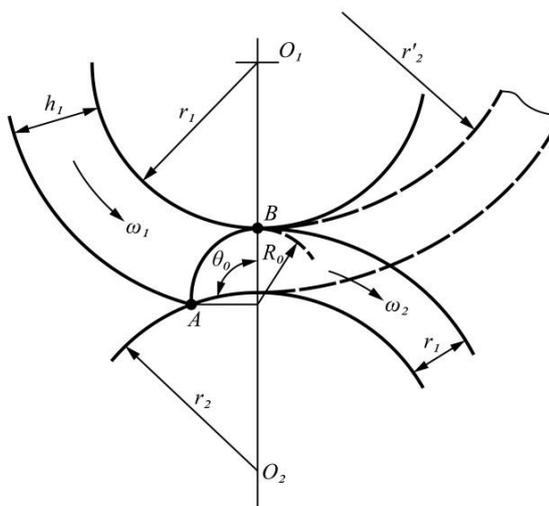


Рис. 3. Схема деформации при прокатке с изгибом заготовки

Из условия постоянства объема $\omega_1(r_1 h_0 + 0,5h_0^2) = \omega_2(r_2 h_1 + 0,5h_1^2)$, а $N = kbR_0^2(\omega_1 + \omega_2) \arcsin \theta_0$, где R_0 – радиус дуги окружности AB , угол θ_0 соответствует на ней дуге AB (см. рис. 3). При перегибе заготовки без обжатия

$$N = 0,46\sigma_{\tau}bh^2\omega_1 \frac{r_1 + r_2 + h}{r_2 + 0,5h}.$$

Если же деформация происходит без перегиба (см. штриховые линии на рис. 3) с увеличением радиуса кривизны от r_1 до r_2 , то

$$N = 0,46\sigma_{\tau}bh^2\omega_1 \frac{r_2' - r_1}{r_2' + 0,5h}.$$

Кинематически допустимые поля скоростей, включающие вращающиеся жесткие зоны, могут быть использованы для получения верхних оценок в задачах о прокатке и вальцовке [5]. Построение точного решения для прокатки дает характеристики, отделяющие пластическую зону от жесткой. В этих случаях границами жестких зон могут быть цилиндрические поверхности с образующими в виде дуг окружностей. В представленной работе были получены формулы для величин мощности и момента прокатки.

Библиографический список

1. Бровман Т.В. Анализ пластической деформации методом обратных задач // Физика и химия обработки материалов. 2023. № 2. С. 78–81.
2. Макаров Н.А. Устойчивость симметричной пластической деформации при прокатке // МашТех 2022. Инновационные технологии, оборудование и материалы заготовки в машиностроении: сборник

трудов Международной научно-технической конференции. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2022. С. 119–122.

3. Бровман Т.В. Исследование функциональной симметрии энергосиловых параметров пластической деформации металлов // Вестник машиностроения. 2023. Т. 102. № 2. С. 173–176.

4. Бровман Т.В. Определение силовых воздействий при обработке металлов давлением: учебное пособие. М. – Вологда: Инфра-Инженерия, 2024. 157 с.

5. Макаров Н.А. Пластическая деформация тонколистового металла // Модернизация и инновационное развитие топливно-энергетического комплекса: материалы Международной научно-практической конференции. СПб.: Индивидуальный предприниматель Жукова Елена Валерьевна, 2023. С. 18–27.

ENERGY METHODS FOR CALCULATING POWER DEFORMATIONS

N.A. Makarov

***Abstract.** Energy-force parameters of plastic deformation have been determined by the method of constructing kinematically permissible velocity fields. It is noted that the rotating rigid zones separating the plastic zone from the rigid zones have boundaries in the form of arcs of circles.*

***Keywords:** kinematically permissible velocity fields, deformation, power.*

Об авторе:

МАКАРОВ Никита Александрович – аспирант, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: nikita.makar2016@mail.ru

Научный руководитель:

БРОВМАН Татьяна Васильевна – доктор технических наук, доцент кафедры механизации природообустройства и ремонта машин, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: brovman@mail.ru

About the author:

MAKAROV Nikita Aleksandrovich – Postgraduate Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: nikita.makar2016@mail.ru

Scientific adviser:

BROVMAN Tatyana Vasilevna – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Mechanization of Environmental Management and Repair of Machinery, Tver State Technical University, Tver. E-mail: brovman@mail.ru