

About the authors:

ARTEMYEV Alexey Anatolyevich – Doctor of Economic Sciences, Associate Professor, Vice-Rector of RaI, Tver State Technical University, Tver. E-mail: aartemev@rambler.ru

ЛЕПЕХИН Илья Александрович – Candidate of Law Sciences, Associate Professor of the Department of Geodesy and Inventory, Tver State Technical University. E-mail: ilja-lepehin@rambler.ru

MILUSHKIN Alexander Valentinovich – Master's Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: 10alek10@rambler.ru

УДК 692.522.2

## **СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СПОСОБОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

**Т.Р. Баркая, Л.С. Чернокожева, В.А. Томашова, А.В. Гавриленко**

© Баркая Т.Р., Чернокожева Л.С.,  
Томашова В.А., Гавриленко А.В., 2024

***Аннотация.** Рассмотрены вопросы, касающиеся выбора расчетной модели железобетонных изгибаемых элементов таврового сечения, несколько тестовых задач с различными вариантами моделирования сечений. Осуществлен сравнительный анализ результатов расчета. Сделан вывод о целесообразности применения показанных вариантов моделей сечения во время практических расчетов.*

***Ключевые слова:** железобетон, балка, компьютерное моделирование, программно-вычислительный комплекс, расчетная модель, метод конечных элементов.*

Современные программно-вычислительные комплексы (ПВК) позволяют анализировать строительные конструкции разной сложности и дают возможность выбрать различные способы моделирования. Успешное решение задачи проектирования балочных систем зависит от расчетной модели (она должна наиболее адекватно отражать работу системы). В основе большинства инженерных программ лежит метод конечных элементов, поэтому выбор моделирования обязательно включает в себя выбор типов конечных элементов и способы обеспечения их совместной работы [1–5]. В рамках данной статьи рассмотрим различные способы

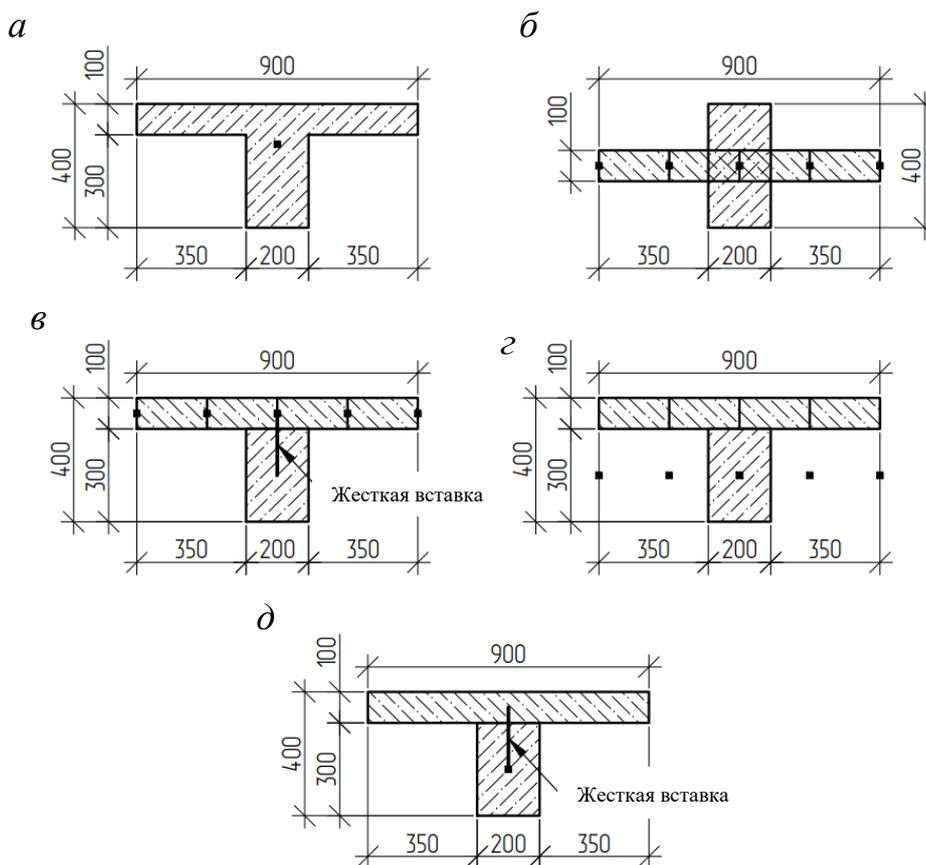
моделирования таврового сечения железобетонной балки в среде ПК SCAD Office в зависимости от модели.

Модель 1 – контрольная. Балка реализована из стержневых конечных элементов с параметрическим сечением (рис. а).

Модель 2 – ребро поперечного сечения (рис. б). Смоделировано конечным элементом типа «стержень». Полка – конечные элементы типа «плита»/«оболочка»; сечение выполнено без учета смещения центров тяжести стенки и полки.

Модель 3 – ребро поперечного сечения (рис. в). Смоделировано конечным элементом типа «стержень». Полка – конечные элементы типа «плита»/«оболочка»; сечение выполнено с учетом расцентровки соответствующих площадей (рис. в, г).

В рамках модели 4 ребро и полка таврового сечения смоделированы стержнями (рис. д) со смещением их осей.



Сечения расчетных моделей балки таврового сечения:

а – модели 1; б – модели 2;

в – модели 3 с конечным элементом типа «плита»;

г – модели 3 с конечным элементом типа «оболочка»; д – модели 4

В расчетных моделях использованы следующие типы конечных элементов: пространственный стержень (ему присвоен номер 5); четырехугольные типа «плита» (им дан номер 19); четырехугольные типа

«оболочка» (им присвоен номер 44). Элементы вида 5 применяются при моделировании стержневых конструкций в трехмерном пространстве. Элементы 19 и 44 являются разновидностями плоских конечных элементов, предназначенных для решения плоской задачи теории упругости, а также ряда задач по расчету пластин и оболочек. Конечные элементы типа «плита» нужны для моделирования изгибаемых пластин. В таких элементах, в отличие от оболочек, не определяются продольные силы [1].

Сравнительный анализ моделей осуществлен на примере шарнирно опертой балки пролетом 9 м, с равномерно распределенными нагрузками, а именно постоянной от собственного веса ( $q_{cb} = 0,413$  т/м (коэффициент надежности по нагрузке  $\gamma_f = 1,1$ )) и эксплуатационной ( $q_t = 0,413$  т/м ( $\gamma_f = 1,2$ )).

**Модель 1.** Моделирование выполнено стержнями с заданием поперечного сечения параметрическим способом. Использование стержневых конечных элементов для моделирования балок считается наиболее рациональным [2–4]. Кроме того, в ПК, в том числе и в SCAD++, имеются различные инструменты работы с такими элементами, позволяющие решать задачи конструирования непосредственно во время работы с моделью [1].

Согласно результатам статического расчета, модель 1 полностью соответствует аналитическому решению: отклонения полученных величин внутренних усилий не превышают 0,02 %. Максимальный прогиб в середине пролета превышает значение, полученное графоаналитическим методом, всего на 0,13 %.

Средствами анализа расчетной модели ПК подобраны требуемые величины продольного армирования балки: нижнего в пролете – 12,66 см<sup>2</sup>; верхнего (постоянного по длине балки) – 0,76 см<sup>2</sup>.

**Модель 2.** Выполнена в двух вариантах (с полкой из плитных и оболочечных конечных элементов). В обоих случаях стенка смоделирована стержнем, а центры тяжести ребра и полки для упрощения совмещены. Важной характерной чертой данной модели является то, что в обоих вариантах эпюры изгибающих моментов имеют неразрывный характер без скачков, а эпюры перерезывающих сил имеют ступенчатый вид и для определения величины  $Q$  необходимо выполнять осреднение ее величины в узлах. Неразрывность эпюры изгибающих моментов, несмотря на дискретность расчетной модели, обеспечена благодаря совпадению центров тяжести полки и стенки сечения, в связи с чем в них не возникают продольные силы, которые могут передаваться между элементами только в узлах, вызывая тем самым скачки на эпюрах.

Изгибающие моменты в стержневых конечных элементах расчетной модели в обоих случаях отличаются от контрольной модели не более чем на 6,5 % в меньшую сторону. Однако данные усилия действуют в элементах с жесткостью, которая меньше, чем у сечения в целом. В связи с этим требуемая площадь продольной арматуры, определенная средствами

анализа расчетной модели, найдена с некоторым запасом: нижнее армирование в пролете –  $12,88 \text{ см}^2$ ; верхнее армирование (постоянное по длине балки) –  $0,76 \text{ см}^2$ .

При этом перерезывающая сила определена точнее в модели с конечными элементами типа «плита» и отличается от усилий в модели 1 не более чем на 8,5 % в меньшую сторону. Максимальная перерезывающая сила в модели с полками из оболочек также ниже на 8,5 %, чем в контрольной модели, однако в пролете величина модели уменьшена почти в 3 раза.

Внутренние усилия в тавровой балке получены суммированием изгибающего момента и перерезывающей силы, действующей в стержнях, с соответствующими внутренними усилиями в полке на середине ее ширины и определены с достаточной точностью (отклонение составило до 5 %).

Значительное понижение жесткости сечения балки, как и ожидалось, сильно влияет на определение прогибов. Так, вертикальные перемещения узлов в обеих схемах превышают контрольные величины более чем на 70 %.

**Модель 3.** Здесь также реализованы два варианта моделирования: с полкой из плит (см. рис. в) и с полкой из оболочек (см. рис. г). Главным отличием является то, что продольные оси полки и ребра расположены с взаимным смещением: в модели с плитами в стержни введены жесткие вставки, а в модели с оболочками задано смещение их срединных плоскостей.

Результаты расчета показывают, что в модели с полкой из плит происходит перераспределение момента и перерезывающей силы между стенкой и полкой без возникновения пары сил. Полученные в стержне внутренние усилия отличаются от контрольных в среднем на 14 % в меньшую сторону, полные же внутренние усилия в балке с учетом изгибающего момента в полке от контрольных – менее чем на 0,5 %. При этом для стенки подобрано требуемое продольное армирование: нижнее в пролете –  $12,44 \text{ см}^2$ ; верхнее (максимальное в середине пролета) –  $1,48 \text{ см}^2$ . Возникающая в модели с полкой из оболочек пара сил, выраженная в виде продольной растягивающей силы в стенке и нормального сжимающего напряжения в полке, вызывает развитие скачков на эпюре изгибающих моментов, поэтому находить все внутренние усилия в модели с оболочками необходимо с учетом осреднения на узлах. При этом для подбора продольной арматуры достаточно использовать только данные о внутренних усилиях в стержне. Так, изгибающие моменты, полученные сложением соответствующего момента в стержне с парой сил, плечо которой равно расстоянию между центром тяжести стержня и срединной плоскостью оболочки, меньше контрольных значений на 3,7 %. Однако подобрать необходимое продольное армирование в стенке средствами анализа расчетной модели ПК SCAD Office на основе СП 63.13330.2018 [6] не представляется возможным по причине введения в расчет по

наклонной сжатой полосе коэффициента  $\varphi_n$ , на который следует умножать правую часть условия прочности и значение которого при больших растягивающих напряжениях, близких к  $2R_{bt}$ , где  $R_{bt}$  – это расчетное значение сопротивления бетона осевому растяжению, стремится к нулю. Величина перерезывающей силы в стенке отличается от контрольных значений на 6–8,6 % в меньшую сторону.

Прогибы в схеме с оболочками превышают контрольные величины в среднем на 1 %. В модели же с плитами по причине того, что полка не может работать как сжато-изогнутый элемент, прогибы превышают контрольные более чем в 4 раза.

**Модель 4.** В данной модели обе структурные части таврового сечения смоделированы стержневыми конечными элементами с введением жестких вставок в стержни полки (см. рис. д). В связи с этим все эпюры внутренних усилий стенки и полки имеют скачки в узлах, а их величины необходимо определять с осреднением между элементами на узлах.

Внутренние усилия в сечениях балки без учета изгибающего момента, действующего в полке, получены суммированием момента в стенке и пары сил, образованной продольными силами в стенке и полке. Эти усилия отличаются от контрольных не более чем на 0,4 % и могут быть использованы при подборе продольного армирования балки. Однако подобрать данное армирование непосредственно при работе с расчетной моделью в SCAD Office по СП 63.13330.2018 невозможно так же, как и для модели 3, по причине наличия значительного продольного растягивающего усилия.

Результаты расчета по деформациям отражают небольшое соответствие численного и аналитического решения: прогибы в модели 4 превышают контрольные значения на 16,7–16,8 %. Однако такое отклонение все еще может быть учтено при расчете.

**Выводы.** Все четыре модели характеризуются достаточной сходимостью статического расчета тавровой балки. При расчете жесткости для определения прогибов адекватные результаты дают только модели 1 и 3.

Реализацию моделей 2 и 3 при статическом расчете, предназначенном для определения внутренних усилий, следует осуществлять с полкой из оболочечных элементов. В таком случае за внутренние усилия можно принимать перерезывающую силу, действующую в стержне стенки балки, и изгибающий момент, равный сумме изгибающего момента в стенке и пары сил, образованной продольными усилиями в стенке и полке. Кроме того, статический расчет можно выполнять с помощью модели 4, принимая также момент в балке равным сумме изгибающего момента в стенке и пары сил.

Для анализа внутренних усилий наиболее удобна схема без введения смещения центров тяжести частей сечения (модель 2) в силу того, что анализ можно проводить непосредственно по действующим усилиям в конечных элементах стенки. Получение результатов статического расчета

балки в моделях 3 и 4 требует дополнительных вычислений, несколько затрудняющих определение внутренних усилий.

Модели 2 с полкой из оболочек и 3 с полкой из плит могут быть использованы для подбора продольного армирования балки непосредственно при работе с расчетной моделью. Подбор указанного армирования для модели 4 в соответствии с современными нормами с помощью средств анализа расчетной схемы невозможен, его необходимо осуществлять после рассмотрения результатов статического расчета стенки и полки и получения усилий, действующих именно в балке.

Для определения прогибов следует применять модель 2 с полками из оболочек, а также с некоторым допущением можно реализовать расчетную модель 4. Оба варианта модели 3 и модель 2 с полкой из плит нельзя применять для определения деформаций.

Обобщая сказанное, отметим, что значительное усложнение расчетных схем при относительно небольшом повышении точности вычисленных значений не представляется целесообразным в практических расчетах балочных систем, но может быть оправдано во время анализа работы железобетонных плит со сложной формой поперечных сечений (кессонных, коробчатых, двутавровых и пр.).

#### **Библиографический список**

1. SCAD Office. Версия 21. Вычислительный комплекс SCAD++ / В.С. Карпиловский, Э.З. Крискунов, А.А. Маляренко, С.Ю. Фиалко, А.В. Перельмутер, М.А. Перельмутер. М.: СКАД СОФТ: АСВ, 2015. 848 с.

2. Белобородов Е.В., Созонов П.С. Анализ способов моделирования железобетонных монолитных перекрытий на примере кессонных // Тенденции развития науки и образования. 2023. № 95. С. 127–130. URL: <https://doicode.ru/doifile/lj/95/trnio-03-2023-254.pdf> (дата обращения: 23.04.2024).

3. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. Киев: Факт, 2005. 344 с.

4. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможности их анализа. Изд. 4-е, перераб. и доп. М.: СКАД СОФТ: АСВ: ДМК Пресс, 2011. 709 с. URL: <https://dwg.ru/dnl/14434> (дата обращения: 23.04.2024).

5. Расчет монолитных балок в составе железобетонного перекрытия. Нужны ли жесткие вставки? [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://lira-soft.com/wiki/notes/74-raschet-monolitnykh-balok-v-sostave-zhelezobetonного-perekrytiya-nuzhny-li-zhestkie-vstavki/> (дата обращения: 23.04.2024).

6. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://docs.cntd.ru/document/554403082> (дата обращения: 24.03.2024).

**COMPARATIVE ANALYSIS OF MODELING PRACTICES  
OF REINFORCED CONCRETE BEAMS  
BY FINITE ELEMENT METHOD**

**T.R. Barkaya, L.S. Chernokozheva,  
V.A. Tomashova, A.V. Gavrilenko**

***Abstract.** The issues related to the choice of a computational model of reinforced concrete bendable elements of a T-section, several test problems with various cross-section modeling options are considered. A comparative analysis of the calculation results was carried out. The conclusion is made about the expediency of using the shown variants of cross-section models during practical calculations.*

***Keywords:** reinforced concrete, beam, computerized modeling, computational software, analysis model, finite element method.*

Об авторах:

БАРКАЯ Темур Рауфович – кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой «Конструкции и сооружения», ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: btrs@list.ru

ЧЕРНОКОЖЕВА Любовь Сергеевна – магистрант, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: luba-99-tcher-8790@mail.ru

ТОМАШОВА Виктория Андреевна – магистрант, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: tomashova3@gmail.com

ГАВРИЛЕНКО Алексей Владимирович – старший преподаватель кафедры «Конструкции и сооружения», ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: GavrilenkoAV@tstu.tver.ru

About the authors:

BARLAYA Temur Raufovich – Candidate of Technical Sciences, Associated Professor, Head of the Department of Constructions and Structures, Tver State Technical University, Tver. E-mail: btrs@list.ru

CHERNOKOZHEVA Lubov Sergeevna – Master's Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: luba-99-tcher-8790@mail.ru

TOMASHOVA Viktoria Andreevna – Master's Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: tomashova3@gmail.com

GAVRILENKO Alexey Vladimirovich – Senior Teacher of the Department of Constructions and Structures, Tver State Technical University, Tver. E-mail: GavrilenkoAV@tstu.tver.ru