

4. МАШИНОСТРОЕНИЕ И МЕТАЛЛООБРАБОТКА

УДК 519.6:62-3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ХОДОВОЙ ЧАСТИ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

К.А. Числова, Е.В. Борисова

© Числова К.А., Борисова Е.В., 2024

***Аннотация.** Описаны эксплуатационные характеристики элементов ходовой части транспортных средств. Сделан вывод, что больше всего подвержены нагрузкам приводные валы (полуоси). Указано, что надежность работы машин зависит от того, насколько правильно проведены инженерные расчеты прогибов валов и их рабочих частот с целью продления сроков эксплуатации и обеспечения безопасности движения. Разобрана задача определения критических чисел оборотов валов. Установлена форма упругой линии вала при критических угловых скоростях.*

***Ключевые слова:** ходовая часть, полуось, критическая скорость, прогиб, модель, численный эксперимент.*

Введение

В рамках очередного пакета санкций, принятого из-за проводимой с февраля 2022 года Российской Федерацией специальной военной операции на Украине, Евросоюз запретил поставки в Россию грузовиков и строительной техники. В дополнение к этому запрету были приняты ограничения на малотоннажные и легковые автомобили, в том числе повышенной проходимости. Соответственно, многоосные тралы из-за многочисленных запросов российских клиентов взялись совершенствовать на отечественных заводах. Кроме выпуска новых типов транспортных средств, важно увеличивать сроки эксплуатации техники, поставки запчастей, развивать ремонтные базы и сервисы.

Эксплуатация транспортного средства (ТС) – это период его жизненного цикла, в который входит отрезок времени использования по прямому назначению до стадии утилизации. К условиям эксплуатации относят режим движения и нагрузки на агрегаты; качество топлива и смазочных материалов; техническое обслуживание. Во время эксплуатации ТС все элементы его ходовой части постоянно испытывают большие нагрузки.

Полуось автомобиля – это вал, который передает крутящие усилия с дифференциала на ведущие колеса. Она обеспечивает поворот колес, минимизирует вибрации на руле и не допускает, чтобы машина двигалась рывками. Одной из главных причин возникновения нагрузок, которые ускоряют износ полуосей, является воздействие постоянной силы тяжести на транспортное средство (возникает изгибающий момент, который негативно отражается на кузове, раме и деталях подвески). Силы, которые возникают в результате разгона, движения и торможения транспортного средства, также обуславливают эксплуатационные характеристики.

Цели работы – построение математической модели для установления формы упругой линии вала при критических угловых скоростях и исследование режимов эксплуатации ТС, а именно функционирования приводных валов.

Методы

На начальном этапе исследования был проведен анализ литературы, нормативных документов ремонтных служб ТС, государственных стандартов. Изучены дополнительные разделы курса высшей математики (граничные задачи механики); сопротивление материалов; положения теоретической механики; условия надежности автомобилей и технических систем. В качестве основного метода выступило математическое моделирование. Для подтверждения теоретических положений, полученных на основании построенной модели, был проведен вычислительный эксперимент. Установили, что результаты не противоречат литературным источникам и известным практическим разработкам [6; 7; 9].

Построение модели и расчеты

Полуоси у автомобилей бывают двух видов. В ходовой части транспортной техники повышенной грузоподъемности находятся полуоси разгруженного типа: полуось закреплена на ступице, а последняя, в свою очередь, опирается на два подшипника, широко расставленные друг от друга. Полуось передает исключительно крутящий момент, поскольку всю силу изгибающего воздействия на себя принимают подшипники.

Полуразгруженные полуоси, не испытывающие значительных вертикально направленных нагрузок, устанавливаются на автомобили малой грузоподъемности, внедорожники, легковые машины. В данном случае подшипник размещен между самой полуосью и ее кожухом, причем полуось крепится непосредственно к ступице колеса. Следовательно, на плече периодически возникают изгибающие моменты, которые воздействуют на полуоси в вертикальной и горизонтальной плоскостях [8].

В транспортных системах с передним приводом используются приводные валы другой конструкции, в которую включены два шарнира с равными угловыми скоростями (наружный и внутренний) и собственно сама ось, находящаяся между ними. Для крепления шарниров на концах вала делают специальные шлицевые соединения и канавку под стопорное кольцо. Передача вращающего момента происходит через поверхность шариков, которые могут работать как при значительном угле, так и при высоких скоростях вращения. Приводной вал приходит в неисправность медленно; соблюдение оптимальных режимов эксплуатации и своевременное диагностирование его неисправности позволяют избежать дорогостоящего ремонта автомобиля. Приводные валы испытывают дополнительные высокие нагрузки во время движения по дорогам с плохим покрытием, что также значительно ускоряет их износ. Выход полуоси из строя является причиной потери водителем управления автомобилем [4].

Одна из основных причин поломки полуосей – изгибающий момент, который появляется из-за воздействия на ТС силы тяжести и возникающих касательных реакций. Продолжительная эксплуатация, агрессивный стиль вождения, движение по плохим дорогам вызывают нарушение целостности приводного вала. Известны случаи, когда полуоси распадались на несколько частей, но чаще всего они попросту разламываются посередине.

Анализ конструкции ТС осуществляется путем теоретического и экспериментального определения количественных значений (прежде всего тех параметров и характеристик, которые в наибольшей степени влияют на эффективность его использования). При оценке конструкций одним из важных шагов является расчет частот собственных колебаний систем, имеющих несколько степеней свободы. К таким системам можно отнести и приводные валы [3]. Из практики эксплуатации ТС известно, что приводной вал при определенном числе оборотов, попадая в резонанс, становится динамически неустойчивым. В поперечном сечении вала возникают недопустимые поперечные колебания.

Построим математическую модель критических точек скоростей приводного вала длиной l , диаметром поперечного сечения вала a , весом P и модулем упругости материала E , вращающегося с угловой скоростью ω .

На чертеже любая из конструкций выглядит свободно установленной внутри моста деталью. При вращении изогнутого вала на каждый его элемент действует центробежная сила, которую можно считать непрерывно распределенной нагрузкой [1]. На рис. 1 схематически показаны элементы, включенные в математическую модель предельных скоростей вращения приводного вала ТС.

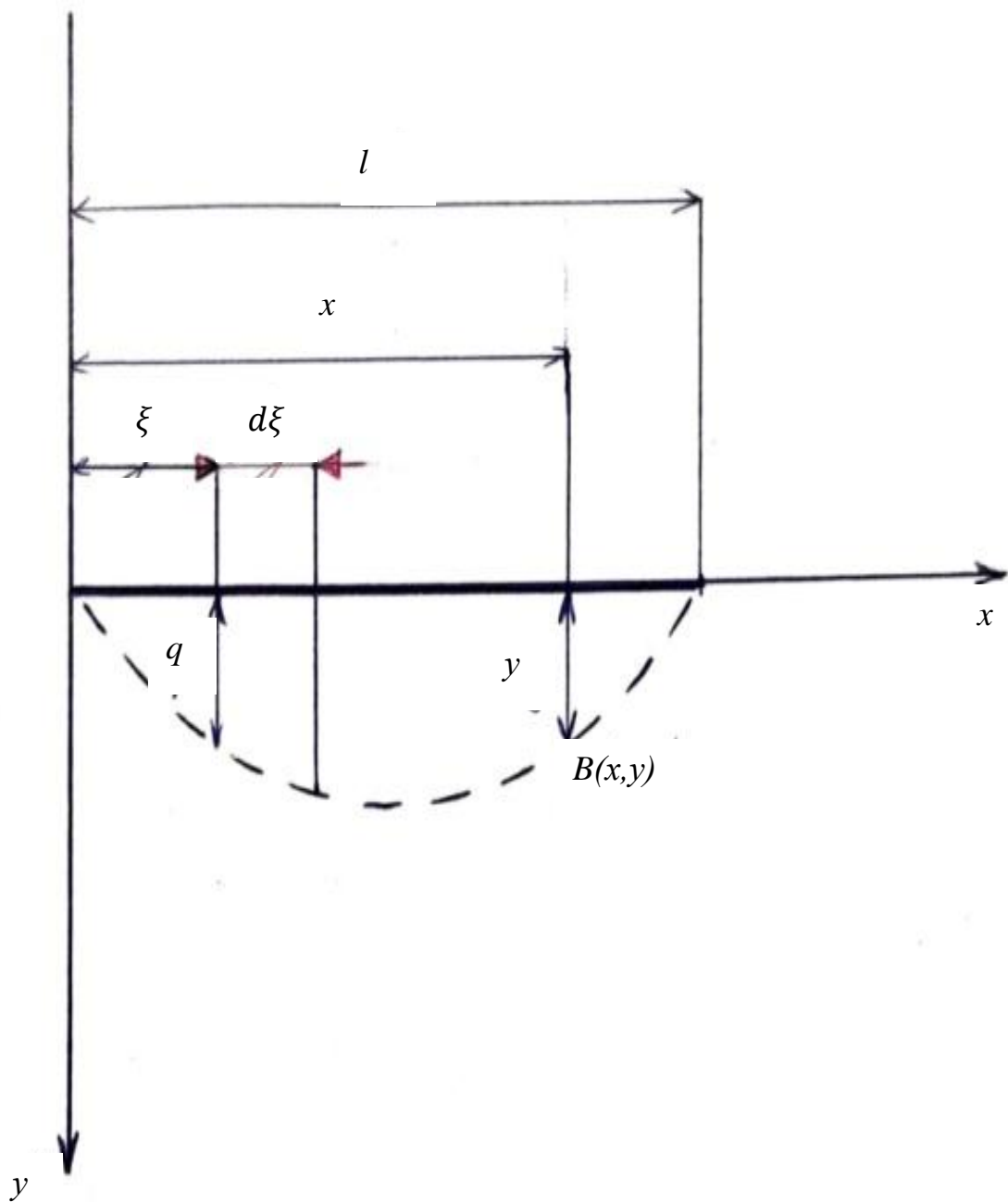


Рис. 1. Схема к моделированию предельных скоростей вращения приводного вала ТС: $B(x,y)$ – произвольное сечение; $d\xi$ – элемент вала

На схеме показан элемент $d\xi$, на который действует сила

$$F = m\omega^2\eta,$$

где m – масса элемента $d\xi$; ω – угловая скорость вращения; η – прогиб, равный радиусу вращения элемента $d\xi$.

Вес элемента $d\xi$ равен $\frac{P}{l}d\xi$, а масса $m = \frac{P}{gl}d\xi$. Значит, можно записать равенство для элементарной центробежной силы: $dF = \frac{P}{gl}\omega^2\eta d\xi$.

Прогиб η является функцией ξ , определяемой уравнением упругой линии. Получим равенство $\frac{P}{gl} \omega^2 \eta = f(\xi)$ и окончательно элемент центробежной силы:

$$dF = f(\xi)d\xi = \frac{P}{gl} \omega^2 \eta d\xi. \quad (1)$$

Найдем момент этой силы относительно произвольного сечения $B(x, y)$:

$$dF \cdot (x - \xi) = (x - \xi)f(\xi)d\xi,$$

а затем изгибающий момент M :

$$M = \int_0^x (x - \xi)f(\xi)d\xi.$$

Дифференцируя под знаком интеграла дважды последнее выражение по параметру x , получим формулы:

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dx} &= \int_0^x f(\xi)d\xi + (x - x)f(x) \frac{dx}{dx} - (x - 0)f(0) \frac{dx}{dx} (0) = \int_0^x f(\xi)d\xi; \\ \frac{d^2M}{dx^2} &= \int_0^x 0d\xi + f(x) \frac{dx}{dx} - f(0) \frac{dx}{dx} (0) = f(x). \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда с учетом равенства (1) выражение (2) примет вид

$$\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2}{dx^2} \right) = \frac{P\omega^2}{gl} y.$$

Построим дифференциальное уравнение упругой линии:

$$\frac{d^4y}{dx^4} - \frac{P\omega^2}{EIgl} y = 0, \text{ или } \frac{d^4y}{dx^4} - q^4 y = 0, \quad (3)$$

откуда $q^4 = \frac{P\omega^2}{EIgl}$.

Найдем решение дифференциального уравнения (3) с использованием его характеристического уравнения $z^4 - q^4 = 0$, корни которого составляют $z_1 = q$, $z_2 = -q$, $z_3 = qi$, $z_4 = -qi$ (q – коэффициент изгиба вала; z – переменная характеристического уравнения; i – мнимая единица).

Общее решение дифференциального уравнения (3) примет вид

$$y = C_1 l^{qx} + C_2 l^{-qx} + C_3 \sin qx + C_4 \cos qx,$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 – постоянные интегрирования.

Для определения значений постоянных интегрирования C_1, C_2, C_3 и C_4 используем граничные условия задачи. На опорных концах вала прогиб и кривизна оси равны нулю, что соответствует условиям [5]:

- 1) при $x = 0$ $y = 0$ и $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$;
- 2) при $x = l$ $y = 0$ и $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$.

Дифференцируя дважды общее уравнение, находим, что

$$\frac{d^2y}{dx^2} = C_1 q^2 l^{qx} + C_2 q^2 l^{-qx} - C_3 q^2 \sin qx - C_4 q^2 \cos qx.$$

Граничные условия дают систему уравнений

$$\begin{cases} C_1 + C_2 + C_4 = 0; \\ C_1 + C_2 - C_4 = 0; \\ C_1 l^{ql} + C_2 l^{-ql} + C_3 \sin ql + C_4 \cos ql = 0; \\ C_1 l^{ql} + C_2 l^{-ql} - C_3 \sin ql - C_4 \cos ql = 0. \end{cases}$$

Решая эту систему, получим, что $C_1 = C_2 = C_4 = 0$, $C_3 \sin ql = 0$.

Если $C_3 = 0$, то уравнение упругой линии вала (3) примет вид $y = 0$, т. е. эта линия совпадает с осью Ox и вал не искривлен. При искривлении вала необходимо, чтобы $C_3 \neq 0$. Но тогда должно выполняться условие $\sin ql = 0$, откуда $ql = k\pi$ (k – волновое число). В этом случае получаем множество значений для параметра $q = \frac{k\pi}{l}$, $k = 0, 1, 2 \dots$.

При $k = 0$ $q = 0$, $y = C_1 + C_2 + C_4 = 0$, а значит, вал прямой. При остальных значениях q вал искривляется, из-за чего получим еще одно уравнение упругой линии: $y = C_3 \sin qx$ при $q = q_3 = \frac{3\pi}{l}$; $q = q_2 = \frac{2\pi}{l}$; $q = q_1 = \frac{\pi}{l}$ и т.д.

Упругая линия будет синусоидальной:

$$y = C_3 \sin \frac{\pi}{l} x, y = C_3 \sin \frac{2\pi}{l} x, y = C_3 \sin \frac{3\pi}{l} x \text{ и т. д.,}$$

т. е. содержащей по длине вала 1, 2, 3 и больше полуволн.

При критическом значении $q_{кр} = \frac{3\pi}{l}$ нормально упругая линия синусоидальная с k полуволн по длине вала.

Найдем выражение для критической скорости при

$$q_{кр}^4 = \frac{\rho \omega_{кр}^2}{EIql} = \frac{k^4 \pi^4}{l^4},$$

где E – модуль упругости; ρ – плотность; I – момент инерции площади сечения вала:

$$\omega_{кр} = \frac{k^2 \pi^2}{l} \sqrt{\frac{EIq}{\rho l}}.$$

Вычислим момент инерции площади сечения вала. Известно, что этот момент определяется формулой

$$I = \rho \int R^2 ds,$$

где R – расстояние точки до оси; ds – площадь элементарной частицы; ρ – плотность массы.

Тогда после интегрирования получим выражение для момента инерции: $I = \frac{\rho \pi d^4}{4}$. Масса вала $m = \rho \pi d^2 E = \frac{p}{q}$, откуда $I = \frac{p d^2}{4 q l}$ и $\omega_2 = \frac{k^2 \pi^2 d}{2 l^2} \sqrt{E}$. После исследования на экстремум находим модельное выражение для минимальной критической скорости вала $\omega_{кр}$ при заданных исходных данных:

$$\omega_{кр} = \frac{\pi^2 d}{2 l^2} \sqrt{E}.$$

Таким образом, при увеличении угловой скорости от $w = 0$ до некоторого предельного значения w_1 , называемого критической угловой скоростью, вал сохраняет свою прямолинейность.

С целью проведения вычислительного эксперимента возьмем значение модуля упругости $E = 200 \text{ кН/мм}^2$, плотность $\rho = 7820 \text{ кг/м}^3$ и используем таблицу значений некоторых характеристик приводных валов (по ГОСТ 12080-66) [2], данную на рис. 2.

Диаметр d		Поле допуска	Длина l		r	C
Ряд 1	Ряд 2		Исполнения			
			1	2		
6; 7	–	j6	16	–	0,4	0,2
8; 9	–		20	–	0,6	0,4
10; 11	–		23	20	0,6	0,4
12; 14	–		30	25	1,0	0,6
16; 18	19		40	28	1,0	0,6
20; 22	24		50	36	1,6	1,0
25; 28	–		60	42	1,6	1,0
–	30		80	58	2,0	1,6
32; 36	38	k6	80	58	2,0	1,6
40; 45	42; 48		110	82	2,0	1,6
50	–		110	82	2,0	1,6
55	53	m6	110	82	2,5	2,0
60; 70	63; 65		140	105	2,5	2,0
–	75		140	105	2,5	2,0
80; 90	85; 95		170	130	3,0	2,5
100; 110	105; 120		210	165	3,0	2,5
125	–		210	165	3,0	2,5
140	130; 150		250	200	4,0	3,0
160; 180	170		300	240	4,0	3,0

Рис. 2. Основные размеры цилиндрических концов приводных валов, мм: j6, k6, m6 – поле допусков отклонений посадок в системе вала; C – фаска

При достижении критических частот вращения вал теряет жесткость на изгиб и даже малая сила воздействия на него может вызвать

значительные прогибы. В момент достижения критической скорости w_1 вал искривляется и начинаются биения. При дальнейшем увеличении скорости вращения w биения прекращаются, а затем вновь возникают при достижении второй критической скорости w_2 (так происходит периодически) [7; 8].

Для вала (стержня) с данной длиной масса находится по формуле

$$m = \frac{\pi d^2}{4} l \rho.$$

В качестве примера продемонстрируем один из вариантов модельного расчета массы m вала длиной $l = 50$ мм и диаметром $d = 20$ мм. В расчетах использованы полученные выше модельные зависимости и выражения:

$$m = \frac{\pi \cdot 0,020^2}{4} \cdot 0,050 \cdot 7\,820 = 0,123 \text{ кг.}$$

Момент инерции для выбранных значений (рассчитывается по формуле $I = \frac{mR^2}{12}$) составляет

$$I = \frac{0,123 \cdot 0,01^2}{12} = 1,025 \cdot 10^{-6} \text{ кгм}^2.$$

Минимальная критическая скорость при указанном диаметре

$$\omega_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \cdot 0,02}{2 \cdot 0,05^2} \sqrt{200} = 557,74 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Рассчитаем массу, момент инерции, критическую скорость для вала длиной $l = 50$ мм и диаметром $d = 22$ мм:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\pi \cdot 0,022^2}{4} \cdot 0,050 \cdot 7\,820 = 0,149 \text{ кг;} \\ I &= \frac{0,149 \cdot 0,011^2}{12} = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ кгм}^2; \\ \omega_{\text{кр}} &= \frac{\pi^2 \cdot 0,022}{2 \cdot 0,050^2} \sqrt{200} = 613,52 \text{ рад/с.} \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} 1,025 \cdot 10^{-6} \text{ кгм}^2 &< 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ кгм}^2; \\ 557,74 &< 613,52 \text{ рад/с,} \end{aligned}$$

т. е. с увеличением диаметра вала d возрастает как момент инерции, так и минимальная критическая скорость.

Рассчитаем массу, минимальную критическую скорость и момент инерции для вала (стержня) со стандартным диаметром $d = 20$ мм и произвольной длиной ($l = 75$ мм):

$$m = \frac{\pi \cdot 0,020^2}{4} \cdot 0,075 \cdot 7\,820 = 0,184 \text{ кг};$$

$$I = \frac{0,184 \cdot 0,010^2}{12} = 1,53 \cdot 10^{-6} \text{ кгм}^2;$$

$$\omega_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \cdot 0,020}{2 \cdot 0,075^2} \sqrt{200} = 247,89 \text{ рад/с.}$$

Таким образом,

$$1,025 \cdot 10^{-6} \text{ кгм}^2 < 1,53 \cdot 10^{-6} \text{ кгм}^2;$$

$$557,74 \frac{\text{рад}}{\text{с}} > 247,89 \text{ рад/с.}$$

Построенная модель и проведенные расчеты показали, что форма упругой линии вала при критических угловых скоростях различных порядков является синусоидальной с числом полуволн, равным порядку критической угловой скорости. При $\omega_{1\text{кр}}$ синусоида имеет одну полуволну (рис. 3), при $\omega_{2\text{кр}}$ – две полуволны с одной узловой точкой, при $\omega_{3\text{кр}}$ – три полуволны и две узловые точки, делящие вал на три равные части, и т. д.

В случае когда частота возмущающей силы совпадет с частотой собственных поперечных колебаний вала, наступает состояние резонанса. Амплитуда колебаний вала резко возрастает. Для уменьшения опасности резонанса критическую скорость вращения вала стараются сместить в сторону меньших частот (подалеже от диапазона рабочих частот вала).

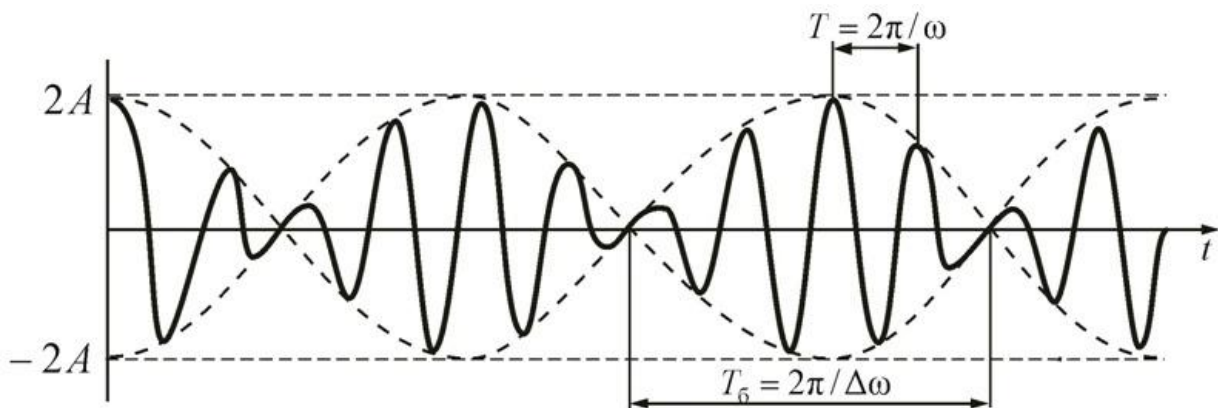


Рис. 3. Волны биения вала: A – амплитуда колебаний;
 T – длина волны; $T_{\text{б}}$ – период колебаний

Реальные валы с распределенной по длине массой имеют бесконечное множество критических угловых скоростей, из которых практическое значение имеют лишь первые две. Для примера приведем расчет $\omega_{\text{кр}}$ двух видов приводного вала передних колес. Результаты численного моделирования валов двух отечественных автомобилей указаны в таблице.

Результаты моделирования

Параметр модели	Результаты расчетов объектов моделирования	
	LADA 1111 «Ока»	«Урал-375»
m	2,26 кг	14,5 кг
I	$2,49 \cdot 10^{-5}$ кгм ²	$8,81 \cdot 10^{-4}$ кгм ²
$\omega_{кр}$	165,99 рад/с	279,95 рад/с

Из таблицы видно, что меньшую критическую скорость имеет приводной вал автомобиля «Урал-375». Отметим, что для массивного стального вала с диаметром 0,05 м и длиной 1 м первая и вторая критические угловые скорости будут соответственно равны 625 рад/с и 2 500 рад/с.

Автомобиль «Ока» изначально предназначался для гражданского использования, а грузовые машины, в том числе «Урал», конструировали как ТС двойного назначения. В практике при проектировании автомашин, как правило, стараются получить «жесткие» валы, так как это дает ряд преимуществ: нет необходимости применять какие-либо приспособления, ограничивающие вибрации при переходе через $\omega_{кр}$; можно уменьшить зазоры в лабиринтных уплотнениях; не нужно использовать подшипники специальной конструкции, позволяющие валу свободно прогибаться при переходе через критическую угловую скорость; улучшаются условия работы концевых торцевых уплотнений.

Выводы

Математические зависимости влияния различных факторов на $\omega_{кр}$ говорят о том, что оптимальная форма упругой линии вала – синусоидальная кривая с числом полуволн, равным порядку критической угловой скорости.

Проверено, что кинетическая энергия колеблющейся системы имеет максимум тогда, когда скорость системы достигает максимума, а напряжения в упругих элементах равны нулю. Это соответствует прохождению линии нулевого прогиба, при котором потенциальная энергия составляет ноль. Потенциальная энергия, наоборот, имеет максимум, когда скорость системы равна нулю, а прогиб достигает наибольшего значения. Результат не противоречит методу Релея, основанному на приравнивании максимальных кинетической и потенциальной энергий колебательной системы [6].

Полученные модельные решения показали, что массивный вал имеет не одну критическую угловую скорость, а множество, поскольку значение k может быть любым числом натурального ряда. Значения этих угловых скоростей относятся друг к другу как квадраты чисел вышеназванного ряда.

Численные эксперименты выявили, что для машин малой производительности при расчетах необходимо определять как первую, так и вторую критическую угловую скорость.

На стадии конструирования, как и в период эксплуатации, следует учитывать возможность достижения критических частот вращения вала, вызывающих чрезмерные вибрации. Приводные валы являются важной частью трансмиссии, и любые проблемы с ними могут сильно повлиять на управляемость ТС. Эксплуатационные проблемы могут быть вызваны случайностью, продолжительной или небрежной работой на ТС, непрофессиональным ремонтом или низким качеством деталей.

Обеспечение надежности работы ТС начинается на этапе проектирования с качественного проведения инженерных расчетов прогибов валов и их рабочих частот.

Библиографический список

1. Детали машин: учебник для вузов / Л.А. Андриенко, Б.А. Байков, М.Н. Захаров, С.А. Поляков, О.А. Ряховский, В.П. Тибанов, М.В. Фомин; под ред. О.А. Ряховского. 4-е изд., перераб. и доп. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 465 с.
2. ГОСТ 12080-66. Концы валов цилиндрические. Основные размеры, допускаемые крутящие моменты [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://docs.cntd.ru/document/1200011939> (дата обращения: 05.03.2024).
3. ГОСТ Р 53830-2010. Автомобильные транспортные средства. Ступицы и полуоси колес. Технические требования и методы испытаний [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://docs.cntd.ru/document/1200081345> (дата обращения: 05.03.2024).
4. Остяков Ю.А. Курсовое проектирование деталей конкурентоспособных машин: учебник для средних профессиональных учебных заведений. М.: Высшая школа, 2005. 222 с.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: в 2 т. СПб.: Мифрил: Главная редакция физико-математической литературы, 1996. Т. 1. 416 с.
6. Раер Г.А. Динамика и прочность центробежных компрессорных машин. Л.: Машиностроение, 1968. 260 с.
7. Сафонов Б.П. Расчет элементов химического оборудования: учебное пособие по КРЭО: в 3 ч. / ФГБОУ ВПО РХТУ им. Д.И. Менделеева; Новомосковск: Филиал РХТУ им. Д.И. Менделеева, 2015. Ч. 3. 68 с.
8. Теория механизмов и машин: учебник для вузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов, Д.М. Лукичев, Н.А. Скворцова, В.А. Никоноров, А.А. Савелова, Г.Н. Петров, Н.Е. Ремезова, В.М. Акопян; под ред. К.В. Фролова. М.: Высшая школа, 1987. 496 с.

9. Чубенко Е.Ф. Определение критических чисел оборотов валов машин // Территория новых возможностей. Вестник Владивостокского государственного университета экономики и сервиса. 2010. Вып. 4 (6). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/opredelenie-kriticheskikh-chisel-oborotov-valov-mashin/viewer> (дата обращения: 06.03.2024).

SIMULATION OF VEHICLE CHASSIS PARAMETERS

К.А. Chislova, E.V. Borisova

Abstract. *The operational characteristics of the undercarriage elements of vehicles are described. It is concluded that the drive shafts (semi-axles) are most susceptible to loads. It is indicated that the reliability of the machines depends on how well the engineering calculations of shaft deflections and their operating frequencies are carried out in order to extend the service life and ensure traffic safety. The problem of determining critical shaft revolutions is analyzed. The shape of the elastic shaft line at critical angular velocities is determined.*

Keywords: *chassis, axle shaft, critical speed, deflection, model, numerical experiment.*

Об авторах:

ЧИСЛОВА Ксения Александровна – студентка, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: kstschislova04@gmail.com

БОРИСОВА Елена Владимировна – доктор педагогических наук, профессор кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: elenborisov@mail.ru

About the authors:

CHISLOVA Ksenia Aleksandrovna – Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: kstschislova04@gmail.com

BORISOVA Elena Vladimirovna – Doctor of Pedagogical Sciences, Professor of the Department of Higher Mathematics, Tver State Technical University, Tver. E-mail: elenborisov@mail.ru