

МОДЕЛИРОВАНИЕ УДЕЛЬНОГО РАСХОДА ВОДЫ В РЕКАХ ТВЕРСКОЙ ОБЛАСТИ

П.Д. Иванова, П.Н. Новикова, Е.В. Борисова

© Иванова П.Д., Новикова П.Н., Борисова Е.В., 2024

***Аннотация.** Рассмотрены особенности водных ресурсов Тверской области. Поставлена и решена междисциплинарная задача установления влияния гидрологических параметров на водное питание рек отдельных районов в условиях нестационарной фильтрации. Проанализированы литературные источники с целью определения существенных параметров, оказывающих влияние на удельный расход воды. Построена математическая модель, а также проведен сравнительный вычислительный эксперимент, по результатам которого установлены зависимости между величинами удельного расхода, квартального расхода воды от подъема уровня воды и коэффициента уровнепроводности (вида почв). Представлены графики и диаграммы полученных зависимостей.*

***Ключевые слова:** водные ресурсы, математическая модель, удельный расход, коэффициент уровнепроводности.*

Бесконтрольный забор воды из открытых и подземных источников, сброс отходов в водоемы и реки, загрязнение окружающей среды, незаконная организация свалок, массовая вырубка лесов – эти и другие факторы уменьшают количество качественной питьевой воды. Все говорят о глобальных катастрофах в будущем, но мало кто задумывается о том, какие изменения происходят вокруг, в своем округе, районе.

В настоящее время многие страны мира уделяют большое внимание зеленой экономике, в рамках которой пытаются найти разумный компромисс между стремлением людей к росту благосостояния и необходимостью сохранения природных богатств, в том числе водных ресурсов.

Среди регионов Центрального федерального округа Российской Федерации Тверская область занимает одно из первых мест по объемам разведанных и прогнозных ресурсов подземных вод. Здесь проходит водораздел между бассейнами Каспийского и Балтийского морей. Влажный климат, особенности рельефа и геологических условий определяют сравнительно густую гидрографическую сеть региона. По северо-западной части территории проходит Валдайская возвышенность, являющаяся своеобразным центром, где зарождаются крупные реки Русской равнины. В Тверской области находятся исток и верхнее течение многих известных рек (Волги, Западной Двины, Днепра). В области насчитывается около 900 рек,

из которых 21 имеет длину свыше 100 км, остальные – 50 км и менее. Реки Тверского региона питаются талыми, дождевыми и подземными водами. Основной генетической составляющей речного стока являются талые воды. Водные ресурсы рек области в основном используются для производственных и хозяйственно-питьевых нужд.

Мы изучили состояние водного баланса основных рек в двух районах Тверской области: Кашинском и Сонковском. Для исследования годовых колебаний удельного расхода была выбрана р. Кашинка (Кашинский район, левый приток Волги). Длина реки – 128 км, площадь водосборного бассейна – 661 км² [3]. Исток находится близ с. Болдеева Кесовогорского района Тверской области. На реке расположены пос. Кесова Гора и г. Кашин. Долина реки слабо врезана, река узкая в верховьях, расширяется в среднем течении. Ширина поймы составляет 100–150 м, глубина – 1–2 м. В верхнем течении ширина русла равна 5–10 м, перед г. Кашином увеличивается до 30–50 м. В нижнем течении из-за подпора Угличского водохранилища на Волге ширина достигает 500–800 м. Течение слабое, во второй половине лета река сильно зарастает. Средний годовой расход воды – 4,5 м³/с. До конца 1990-х годов была судоходна на протяжении 19 км (от г. Кашина до устья) [3]. В начале 2000-х годов судоходство было прекращено, судовая обстановка (бакены) не контролируется.

Была также выбрана р. Корожечна (Сонковский район). Она протекает на северо-западе европейской части России. Устье реки находится в 2 830 км, если идти по левому берегу, от устья р. Волги (Волжский русловой участок Рыбинского водохранилища). Длина реки составляет 147 км, площадь водосборного бассейна – 1 690 км², расход воды – 6 м³/с [4]. Корожечна начинается в Кесовогорском районе, в отрогах Бежецкого верха. Река впадает в Волгу ниже г. Углича. Высота устья – 102 м над уровнем моря. Ширина реки в верхнем и среднем течении составляет от 5 до 20 м, русло извилистое, глубина до 1,5 м. Скорость течения невысокая. Ближе к устью из-за подпора Рыбинского водохранилища ширина реки увеличивается, на протяжении последних четырех километров Корожечна судоходна.

По данным гидрологических постов, имеется устойчивая годовая разница в водности протекающих рек [6; 7]. Так, в Кашинском районе на протяжении многих лет на гидропосту наблюдается полноводный режим р. Кашинки, который является стационарным. В то же время в Сонковском районе Корожечна маловодна, но в прошлом году (2023-м) был отмечен высокий подъем уровня воды из-за большого количества осадков. Обе реки, как отмечено ранее, являются левыми притоками р. Волги.

Анализ литературных источников выявил факторы, оказывающие влияние на обеспеченность отдельных территорий природными водными ресурсами (это ландшафт местности, рельеф ложа реки, климатические условия, геологические условия, размер сельскохозяйственных площадей, народонаселение). Несмотря на то, что указанные районы соседние, они

отличаются рельефом местности и физико-климатическим условиями. Сонковский имеет возвышенный равнинный характер. В геоморфологическом отношении этот район характеризуется наличием целой группы холмистых поднятий, объединенных под общим названием Бежецкого верха. Сонковское поднятие представляет собой увал, вытянутый в северо-западном направлении, достигающий в наиболее высокой точке 215 м. Моренные суглинки и глины покрыты плащом песков различной мощности. Слоистость песков наблюдается сравнительно редко. Зандровые низины переходят в возвышенную равнину, покрытую слоем безвалунного лесовидного суглинка. Более приподнятые участки рельефа (холмы, увалы) сложены валунными суглинками, иногда покрытыми песками и лесовидными суглинками небольшой мощности. Кашинский район характеризуется понижениями. Пески речного ложа уступают место моренным суглинкам, плоско-волнистый рельеф чередуется с невысокими холмистыми поднятиями.

Гипотеза исследования. Основным фактором, влияющим на полноводность рек, является геологическое строение бассейнов рек, т. е. композиция типов почв, образующих пойменные террасы. Для изучения, как отмечалось, выбраны р. Кашинка и Корожечна, выступающие основными природными источниками районной водообеспеченности.

Решение междисциплинарной исследовательской задачи выполнено с привлечением поисково-аналитического подхода, методик экологических расчетов, методов математического и численного моделирования.

Изучаемые объекты можно рассматривать как полуограниченные водные потоки. Для моделирования разработан подход, основанный на геофильтрационных расчетах. К таким расчетам относятся оценка запасов подземных вод, их балансовая характеристика; защита городских территорий и промышленных площадок от подтопления, определение водопритоков в карьеры и т. д. Основной исследовательской метод — математическое моделирование задач нестационарной фильтрации для однородных потоков при любых граничных условиях. Данный метод изучается в рамках программ бакалавриата факультативно [1].

Для построения модельной формулы расчета коэффициента уровнепроводности выбраны экспериментальная скважина, рассматриваемая как граничная, и наблюдательная/индикаторная, неограниченная, обычно значительно удаленная от наблюдательного створа так, что поток может считаться полуограниченным. Тогда изменения уровня опишем уравнением вида

$$Fv(x, t) = R(\lambda),$$

т. е.

$$\Delta H = v_0 t R(\lambda) + \sum_{i=1}^n (v - v_i - 1)(t - t_i) R(\lambda_i) \lambda_i = \frac{x}{2\sqrt{a(t-t_i)}}, \quad (1)$$

где x — расстояние между скважинами; F_v — функция скорости потока; v^0 — начальная скорость; t — общее время поднятия воды, суток; t_i — время

поднятия воды на определенную ступень, суток; λ – коэффициент гидравлического трения; λ_i – коэффициент гидравлического трения i -го слоя; v_i – скорость поднятия воды на первую ступень; R – функция зависимости от коэффициента гидравлического трения; H – изменение уровня воды; a – коэффициент урвнепроводности, зависящий от напорности воды и вида почв.

Если в расчетный период времени скорость изменения уровня считать постоянной, то можно уравнение (1) представить в виде

$$\Delta H = \Delta H^\circ \cdot R(\lambda),$$

где ΔH и ΔH° – изменения уровня в наблюдательном и граничном пьезометрах соответственно за период времени t .

Применив упрощения, сделанные Шестаковым В.М. [2], построим обобщенную математическую модель удельного расхода планового потока в дифференциальной форме для произвольного направления l применительно к различным строениям пойменных территорий:

$$l = -\frac{dH}{dl},$$

где $\frac{dH}{dl}$ – производная изменения уровня воды от длины участка, на котором происходит изменение уровня воды.

В соответствии с формулой Дарси, полагая $Q = q$, где Q – удельный расход воды; q – удельный расход потока, и $\acute{o} = m$, где \acute{o} – площадь поперечного сечения потока; m – мощность пласта, запишем $q = -T \frac{dH}{dl}$, где T – проводимость потока.

Используя схему Гиринаского, получим дифференциальное уравнение для удельного потока в направлении l :

$$q = -\frac{dG}{dl},$$

где G – функция Гиринаского, которая для потока глубиной h , состоящего в данном сечении из n слоев, определяется выражением

$$G = \sum_{i=1}^n k_i(h - z_i) = k_1 m_1 (h - z_1) + k_2 m_2 (h - z_2) + \dots + k_n m_n (h - z_n),$$

где k_i , m_i и z_i – соответственно коэффициент фильтрации, мощность слоя и расстояние от середины слоя до водоупора для i -го слоя (нижние индексы 1, 2 обозначают мощность и расстояние первого и второго слоев соответственно).

На основании выполненных преобразований получена стационарная математическая модель удельного расхода воды для полуоткрытого потока, м³/сутки:

$$\Delta q^{\circ}(t) = 2 \frac{T_{\text{э}} \Delta H^{\circ}}{L} \cdot e^{-\frac{\pi^2 \tau}{4}}, \quad (2)$$

где ΔH° – величина подъема уровня воды, м; $T_{\text{э}}$ – электропроводность, см/м; L – длина потока; $\tau = \frac{at}{L^2}$ (сутки/м²).

Вычислительный эксперимент проведен по математической модели (2). Во время него были рассчитаны кварталные вариации удельного расхода исследуемых рек (Кашинки и Корожечны) при коэффициенте урвнeпроводности $a = 1 \cdot 10^3$. Полученные значения представлены ниже:

Номер суток	Удельный расход реки	
	Кашинки	Корожечны
1	$22 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-5}$
90	$19 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-5}$
181	$17 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-6}$
272	$15 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-7}$
364	$13 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-8}$

По полученным числовым данным построены графики зависимости удельных расходов изучаемых рек (рис. 1).

Удельный расход является мерой среднего потока осадков в районе водосбора в виде реки; используется для выражения пиковых расходов во время паводков. Полученное соотношение вида (2) представляет собой аналитическую форму зависимости суточного удельного расхода воды. Как правило, такие пики уменьшаются по мере увеличения размера водосбора.

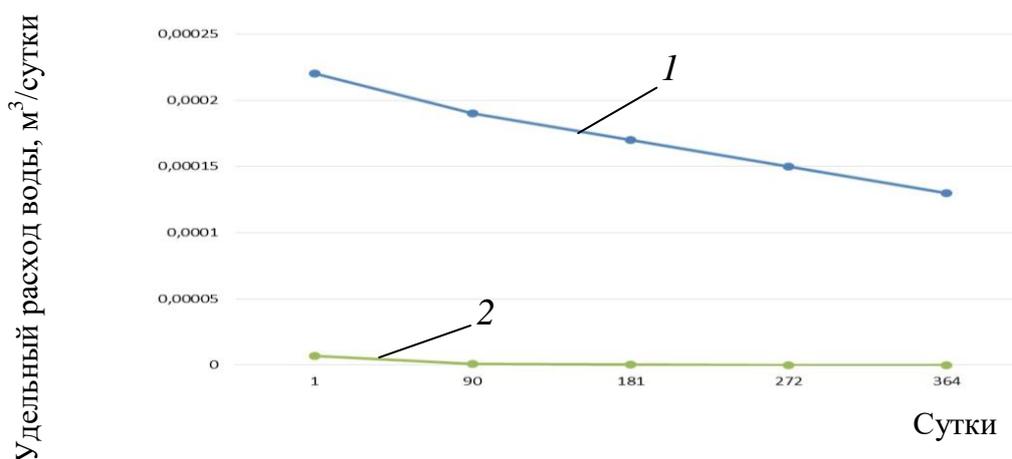


Рис. 1. График изменения удельных расходов рек по кварталам:
1 – Кашинки; 2 – Корожечны

Анализ данных и графиков позволяет сделать вывод, что удельный расход воды в реке Кашинского района к концу года идет на спад, а в реке Сонковского района практически стационарен. Учет климатических

условий показал, что на подъем воды в р. Кашинке в первом квартале существенно влияет половодье (фаза водного режима реки, характеризующаяся наибольшей водностью, высоким и длительным подъемом уровня воды).

Для исследования фактора, влияющего на удельный расход воды, рассмотрим зависимость удельного расхода воды от ежедневного уровня воды и коэффициента уровня проводимости (вида почв). Проведенный анализ диаграмм годового (2023-го) уровня воды позволяет сформулировать гипотезу об изменении квартального уровня воды для каждой реки. Проведем вычислительный эксперимент с целью установления зависимости удельного расхода от подъема уровня воды. Данные получены с использованием формулы (2) и сведены в табл. 1.

Таблица 1

Поквартальная зависимость удельного расхода воды от величины подъема уровня воды

Номер суток	Удельный расход р. Кашинки	Подъем уровня воды	Удельный расход р. Корожечны	Подъем уровня воды
1	0,023	57	0,001	104
90	0,088	239	0,000 3	434
181	0,013	43	8,462	69
272	0,014	52	1,163	63
364	–	–	–	–

Для визуализации результатов по расчетным значениям построим графики квартальной зависимости удельного расхода от изменений уровня воды (рис. 2).

Таким образом, с помощью анализа климатических условий, математического и численного моделирования установлено, что в р. Кашинке подъем уровня воды в конце квартала обусловлен весенним паводком, вследствие которого увеличивается удельный расход воды, а к концу года этот расход уменьшается. В р. Корожечне повышение уровня воды и, соответственно, удельного расхода в середине года связано с обильным количеством осадков; в целом расход воды в р. Корожечне можно назвать стационарным. Проведенные исследования подтверждают, что удельный расход воды, несмотря на географическую близость объектов, уникален для каждой реки.

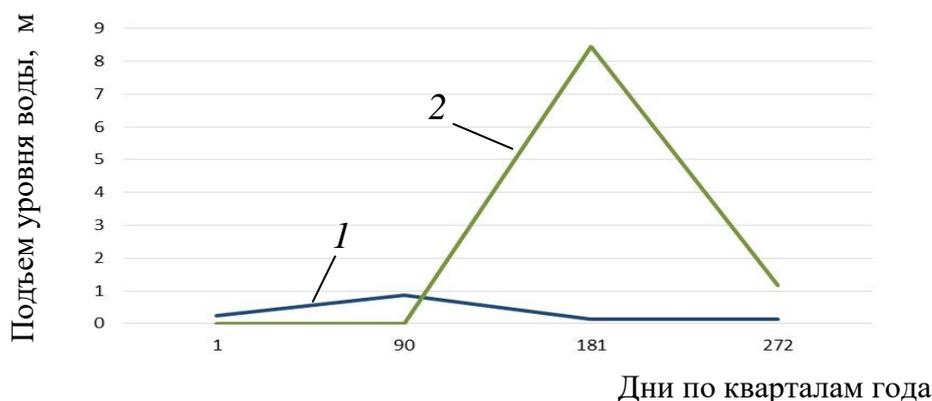


Рис. 2. Зависимость квартального расхода воды от подъема уровня воды в реке: 1 – Кашинке; 2 – Корожечне

Следующим этапом исследования стало изучение влияния типов почв на указанный расход. Здесь также использовали математическую модель (2) и варьировали значения коэффициента уровнепроводности a . По литературным источникам были определены значения коэффициентов уровнепроводности, обусловленные основным типом почв речного ложа и пойменных территорий [5]. Суглинками называют почвы, которые содержат преимущественно глину и песок. В суглинках глина по массе достигает 30 %. По содержанию глины суглинки делятся на тяжелые и легкие. В первых песка гораздо меньше, чем глины. Супесь отличается от суглинка малой несущей способностью и пористостью, а от песка – тем, что лучше держит форму и имеет связывающие свойства. Выявленные значения коэффициентов представлены в табл. 2 и в виде диаграмм (рис. 3). Рисунок хорошо демонстрирует, что в Кашинском районе моренные суглинки практически не влияют на удельный расход r . Кашинки; важно воздействие тонкозернистых песков, которые способны впитывать больше воды из-за наименьшего диаметра частиц. У r . Корожечны удельный расход воды повышается на супесях и суглинках (т. е. у почв, которые не пропускают влагу подобно фильтру), что подтверждает гипотезу о влиянии типа почв речного ложа и пойменных территорий на удельный расход воды. Для того чтобы стабилизировать расход воды у реки Сонковского района, необходимо в почвы бассейна Корожечны добавить органические вещества и торф.

Таблица 2

Значения удельного расхода воды в зависимости от вида почвы

Показатель	Пески			Супесь	Суглинок
	Средне-зернистые	Мелко-зернистые	Тонко-зернистые		
a	0	100 000	500 000	1 000	300
$q(K)$	0,000 216	0,000 137	0,000 022	0,000 22	0,000 22
$q(C)$	$7,1 \cdot 10^{-6}$	$6,6 \cdot 10^{-9}$	$6,1 \cdot 10^{-21}$	0,000 066	0,000 069

Примечание. $q(K)$ – удельный расход r . Кашинки, а $q(C)$ – r . Корожечны.

Удельный расход

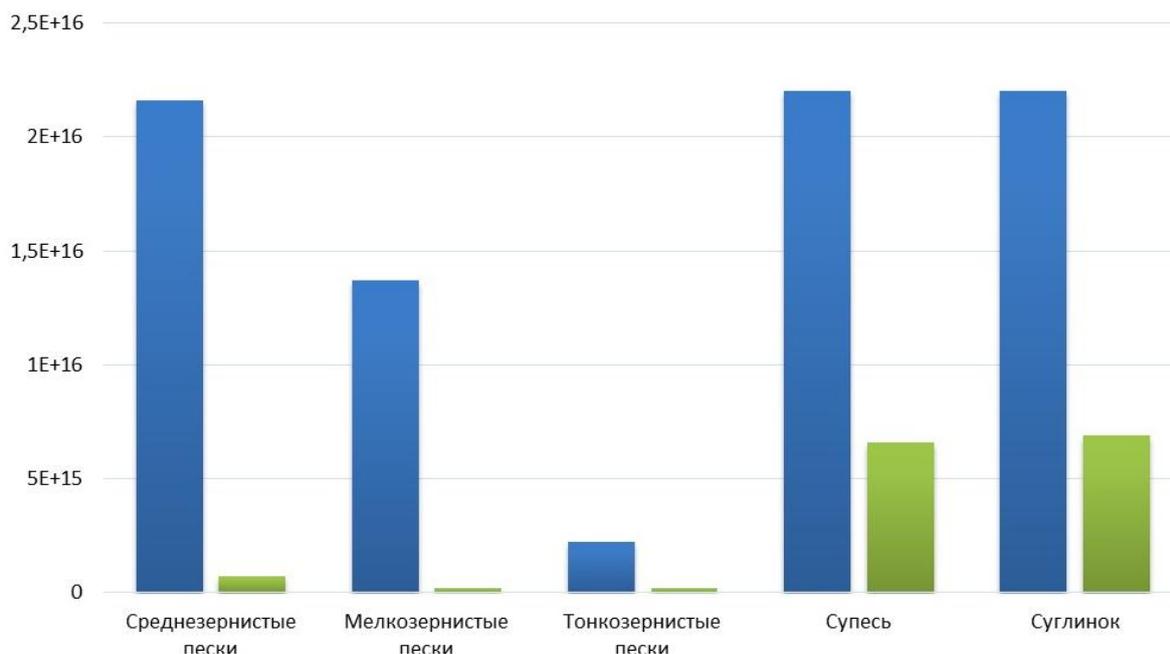


Рис. 3. Диаграмма зависимости удельного расхода от типов почв

Полученные результаты моделирования дают основания для следующих выводов:

1. Понижение уровня грунтовых вод уменьшает дебит естественных источников (рек).
2. Состояние околоводных почв сказывается на уровне воды в реке и удельном расходе.
3. Климатические условия и фазы водного режима влияют на расход воды.

Для обеспечения и регулирования водотока в изученных реках районного значения необходимо:

1. Углубление пахотного слоя (обеспечивает более полное поглощение почвой выпадающих осадков и облегчает попадание воды в нижние слои почвы, за счет чего повышается уровень грунтовых вод, питающих реки).
2. Создание террас с гребнем (распространены в районах с недостаточным увлажнением, так как лучше всего задерживают поверхностный сток и создают оптимальные условия для впитывания воды в почву. Гребни террас делают выше и круче, канавы устраивают по возможности мельче, за счет чего вода, задержанная гребнем, заливает большую площадь террасы).
3. Задержание талых вод и снега для накопления воды в реке (достаточно использовать стерню, кулисные растения, создавать валы из снега и др.).
4. Регулирование уровня воды в реках путем открытия и закрытия шлюзовых ворот (когда уровень воды слишком высок, шлюзовые ворота

могут быть открыты, что позволит воде вытекать и снижать уровень (при низком уровне воды, соответственно, наоборот)).

Изучение и охрана водных ресурсов Тверской области являются важными социально-экономическими задачами для органов государственной власти, а также научных и общественных организаций региона. В результате анализа информационных и научных источников, проведения математического и численного моделирования установлены условия и факторы, оказывающие влияние на изменение расходов воды рек Кашинка и Корожечна Тверской области. Предложены способы задержания поверхностного стока на примерах этих рек. Внимание было сосредоточено на проблемах сохранения водных ресурсов естественного происхождения, состоянии и защите источников водоснабжения, качестве питьевой воды населенных мест, эндемическом значении водных ресурсов Тверского региона.

Библиографический список

1. Борисова Е.В. Некоторые разделы математики в задачах экологии: методические указания для студентов экологических специальностей. Тверь: ТГТУ, 1995. 30 с.
2. Шестаков В.М. Динамика подземных вод. М.: Издательство МГУ, 1979. 368 с.
3. Река Кашинка [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://textual.ru/gvr/index.php?card=174675&bo=0&rb=0&subb=0&hep=0&wot=21&ame=%CA%E0%F8%E8%ED%EA%E0&loc=> (дата обращения: 09.02.2024).
4. Ресурсы поверхностных вод СССР: Гидрологическая изученность. Том 10. Верхне-Волжский район. Книга 1 / под ред. Ю.Е. Яблокова. М.: Московское отделение Гидрометеоиздата, 1973. 478 с. URL: <https://djvu.online/file/ysPPdZMnCP18c> (дата обращения: 10.02.2024).
5. Методика определения коэффициента уронепроводности грунтов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ikga.ru/articles/metodiki-opredeleniya-koefficienta-filtraczii-gruntov/> (дата обращения: 10.02.2023).
6. Уровень воды в реке Кашинке (г. Кашин) сегодня. Архивные данные [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://allrivers.info/gauge/kashinka-kashin/waterlevel> (дата обращения: 11.02.2024).
7. Уровень воды в реке Корожечне (д. Масальское (д. Сумы)) сегодня. Архивные данные [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://allrivers.info/gauge/korozhechna-masalskoe-sumy/waterlevel> (дата обращения: 11.02.2024).

MODELING OF SPECIFIC WATER CONSUMPTION IN THE RIVERS OF THE TVER REGION

P.D. Ivanova, P.N. Novikova, E.V. Borisova

Abstract. *The features of the water resources of the Tver region are considered. An interdisciplinary task has been set and solved to establish the influence of hydrological parameters on the water supply of rivers in certain areas under conditions of non-stationary filtration. The literature sources are analyzed in order to determine the essential parameters that affect the specific water consumption. A mathematical model was constructed, as well as a comparative computational experiment was conducted, according to the results of which the dependences between the values of specific flow, quarterly water consumption from the rise of the water level and the coefficient of level conductivity (type of soil) were established. Graphs and diagrams of the obtained dependencies are presented.*

Keywords: *water resources, mathematical model, specific consumption, level conductivity coefficient.*

Об авторах:

ИВАНОВА Полина Денисовна – студентка, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: ivanovapolina0910@yandex.ru

НОВИКОВА Полина Николаевна – студентка, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: youngvolk@mail.ru

БОРИСОВА Елена Владимировна – доктор педагогических наук, профессор кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь. E-mail: elenborisov@mail.ru

About the authors:

IVANOVA Polina Denisovna – Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: ivanovapolina0910@yandex.ru

NOVIKOVA Polina Nikolaevna – Student, Tver State Technical University, Tver. E-mail: youngvolk@mail.ru

BORISOVA Elena Vladimirovna – Doctor of Pedagogical Sciences, Professor of the Department of Higher Mathematics, Tver State Technical University, Tver. E-mail: elenborisov@mail.ru