

4. Дресвянников В.А., Страхов Е.П. Классификация аддитивных технологий и анализ направлений их экономического использования // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2018. № 2 (26). С. 16–28.

УДК 531.43

В.В. Измайлов
Тверской государственной технической университет

ЗАКОН ТРЕНИЯ КУЛОНА И УДЕЛЬНАЯ СИЛА ТРЕНИЯ

© Измайлов В.В., 2024

Аннотация. Приведены экспериментальные результаты исследований по определению фрикционных характеристик металлических пар в условиях сухого и граничного трения. Показано, что двучленный закон Кулона хорошо описывает зависимость силы трения от нормальной контактной нагрузки. Определены числовые значения параметров этой линейной зависимости. Описана связь известной в трибологии линейной зависимости удельной силы трения от нормального напряжения в контакте с законом трения Кулона. Показано, что эта зависимость вытекает из закона Кулона только при условии постоянства фактической площади контакта, что выполняется далеко не всегда.

Ключевые слова: сила трения, коэффициент трения, закон трения Кулона, удельная сила трения, фрикционные параметры.

COULOMB'S LAW OF FRICTION AND SPECIFIC FRICTION FORCE

Abstract. The experimental results of studies on the determination of the frictional characteristics of metal pairs under conditions of dry and boundary friction are presented. It is shown that Coulomb's two-term law well describes the dependence of the friction force on the normal contact load. The numerical values of the parameters of this linear relationship are determined. The relationship between the linear dependence of the specific friction force on the normal stress in contact, known in tribology, and the Coulomb's law of friction is discussed. It is shown that this dependence follows from Coulomb's law only under the condition that the real contact area is constant, which is not always the case.

Keywords: friction force, friction coefficient, Coulomb's law of friction, specific friction force, friction parameters.

Важнейшими характеристиками узлов трения являются сила и коэффициент трения. Основным способом их определения, несмотря на имеющиеся теоретические методики, остается экспериментальный. Рассмотрим некоторые аспекты экспериментального определения интегральных и дифференциальных параметров фрикционного контакта.

Введение

Несмотря на сложную природу явления внешнего трения, во многих случаях оно успешно описывается двумя простыми эмпирическими законами: так называемым законом Амонтона (по сути, открытым еще Леонардо да Винчи) и законом Кулона [1, 2]. Согласно закону Амонтона, между силой трения F и силой нормального давления N в контакте трущихся тел существует простейшая причинно-следственная связь – прямая пропорциональность

$$F = f_A N, \quad (1)$$

где f_A – коэффициент трения по Амонтону.

Закон трения, названный в честь Ш. Кулона, имеет чуть более сложный вид линейной функции:

$$F = F_0 + f_C N, \quad (2)$$

где f_C – коэффициент трения по Кулону, а свободный член F_0 имеет смысл силы сопротивления относительно смещению контактирующих тел при нулевой нормальной нагрузке.

Недостатком простого по форме закона Амонтона является то обстоятельство, что коэффициент трения f_A во многих случаях зависит от нормальной нагрузки, а именно убывает с ростом последней [2]. Но в таком случае уравнение (1) лишается как теоретического, так и практического значения: теоретического – так как зависимость F от N становится не пропорциональной и вообще не линейной, практического – так как это уравнение нельзя использовать в расчетах узлов трения.

Одна из причин зависимости коэффициента трения по Амонтону от нормальной нагрузки заключается в игнорировании адгезионного взаимодействия трущихся тел, представленного параметром F_0 в законе Кулона. Если определять коэффициент трения как отношение F/N , из уравнения (2) вытекает очевидная убывающая зависимость $f(N)$.

Уравнение (2), учитывая его эмпирическую природу, можно рассматривать как уравнение регрессии зависимой переменной F на независимую переменную N . Найденный методами математической статистики параметр f_C в таком случае считается постоянным в исследованном диапазоне изменения переменных F и N .

В трибологии также хорошо известна двучленная зависимость удельной силы трения τ от фактического контактного давления p_r [2, 3]:

$$\tau = \tau_0 + \beta p_r, \quad (3)$$

где τ_0 – удельная сила трения при $p_r = 0$.

Удельная сила трения τ , по сути, является критическим напряжением сдвига в точках фактического контакта трущихся тел, а фактическое давление p_r – средним нормальным давлением в тех же точках. По форме уравнение (3) – полный аналог двучленного закона трения Кулона (2).

Можно ли считать выражение (3) дифференциальной формой закона Кулона (2), подобно двум формам известного закона Гука? Последний в интегральном виде связывает силу упругости F_y и деформацию x упругого тела:

$$F_y = -kx,$$

где k – коэффициент жесткости.

В дифференциальном виде этот закон выражает связь напряжений и относительных деформаций в некоторой точке деформируемого тела. Например, для одноосного растяжения (сжатия) стержня закон Гука примет вид

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где σ – растягивающее (сжимающее) напряжение; ε – относительная деформация; E – соответствующий модуль упругости.

При этом между интегральными и дифференциальными параметрами существует однозначная связь: $F_y = \sigma S$, $x = \varepsilon l$, $k = \frac{ES}{l}$, где S – площадь поперечного сечения стержня, а l – его первоначальная длина.

Так как, согласно определению, $\tau = F/A_r$, а $p_r = N/A_r$, где A_r – фактическая площадь контакта, на основании уравнения (2) имеем

$$\tau = \frac{F_0}{A_r} + f_c p_r. \quad (4)$$

Поскольку фактическая площадь контакта A_r в большинстве случаев обуславливается нормальной нагрузкой, уравнение (4) отличается от уравнения (3) тем, что первое слагаемое также зависит от нормальной нагрузки, то есть не является константой.

Зависимость $A_r(N)$ в общем случае можно выразить в виде

$$A_r = CN^m,$$

где показатель степени $m \leq 1$.

При упругой деформации контактирующих тел величина m лежит в диапазоне от $2/3$ для контакта гладких криволинейных поверхностей с начальным касанием в точке до $0,8-0,85$ для контакта шероховатых тел [4]. При пластической контактной деформации $m \approx 1$.

В контакте гладких криволинейных поверхностей с начальным касанием в точке $p_r = \left(\frac{1}{c}\right) N^{\frac{1}{3}}$, и тогда уравнение (4) окончательно примет вид

$$\tau = \frac{F_0}{c^{\frac{1}{3}} p_r^{\frac{2}{3}}} + f_c p_r. \quad (5)$$

Уравнение (5), в отличие от уравнения (3), нелинейное с минимумом в точке $p_r = \frac{1}{c} \left(\frac{2F_0}{f_c}\right)^{\frac{1}{3}}$.

При пластической деформации контактирующих тел $A_r = N / H$, $p_r = H$, где H – твердость (микротвердость) материала поверхностных слоев. В этом случае уравнение (4) примет вид

$$\tau = \left(\frac{F_0}{N} + f_c \right) H,$$

а при $F_0 \ll N$ удельную силу трения можно считать постоянной $\tau \approx f_c H$ (при условии $H = \text{const}$).

Таким образом, двучленная зависимость (3) не является следствием закона трения Кулона и представляет собой самостоятельный эмпирический закон.

Все сказанное выше иллюстрируется далее на примере экспериментальных данных для различных режимов трения.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Рассмотрим в качестве примера металлическую пару трения без смазочного материала. Трение осуществляется по схеме *шар – плоскость* с коэффициентом взаимного перекрытия $K_{вз} \rightarrow 0$. Индентор в форме тора из сплава палладия с вольфрамом контактирует с образцом в виде пластины из материалов: серебра, меди, латуни и алюминиевого сплава АД31. Объемная температура плоского образца 150 °С. Подробно методика эксперимента описана в работе [5]. В результате статистической обработки экспериментальных результатов получены значения параметров силы трения F_0 и f_c в законе Кулона (табл. 1).

Таблица 1. Фрикционные характеристики пар трения без смазочного материала

Материал пластины	Параметры силы трения [5]		Параметры удельной силы трения			
	F_0 , мН	f_c	Расчет		Эксперимент [5]	
			τ_0 , МПа	β	τ_0 , МПа	β
Серебро	0,16	0,25	25,0	0,16	67	0,12
Медь	0,14	0,38	26,6	0,30	66	0,25
Латунь	0,21	0,22	36,5	0,10	75	0,08
Сплав АД31	0,16	0,30	24,2	0,21	75	0,17

С учетом значений параметров F_0 и f_c рассчитаны удельная сила трения и фактическое контактное давление $\tau = F / A_r$ и $p_r = N / A_r$ соответственно. Так как контактирующие поверхности имели малую шероховатость, ее влиянием на фактическую площадь контакта можно пренебречь и считать $A_r = \pi a^2$, где a – радиус площадки контакта, рассчитанный по теории Герца для контакта гладких поверхностей с начальным касанием в точке. Результаты представлены на рис. 1.

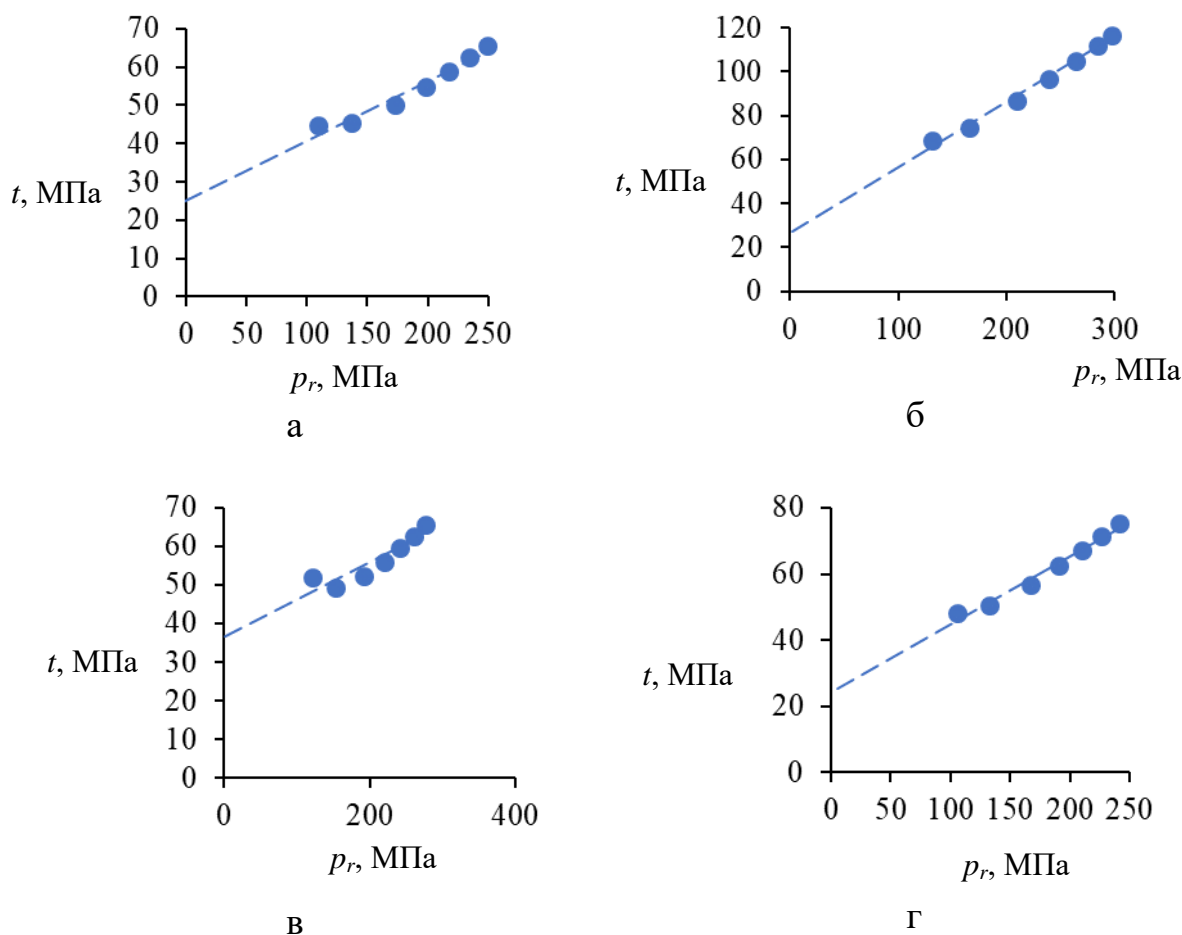


Рис. 1. Зависимости удельной силы трения от фактического контактного давления для материалов пластин: а – из серебра; б – меди; в – латуни; г – сплава АД31

Как видно из рис. 1, все зависимости $\tau(p_r)$ можно аппроксимировать линейными функциями с высокими значениями коэффициентов корреляции (не менее 0,9). В то же время на графиках $\tau(p_r)$ прослеживается нелинейность, о которой было сказано выше. Особенно заметна эта нелинейность для пары трения с латунной пластиной.

По линейным аппроксимациям представленных на рис. 1 зависимостей $\tau(p_r)$ были рассчитаны значения τ_0 и β в уравнении (3), которые приведены в табл. 1. Для сравнения там же приведены параметры удельной силы трения, определенные экспериментально по непосредственно измеренным значениям силы трения F и нормальной нагрузки N . Если экспериментальные и расчетные значения параметра β близки по величине и сильно коррелированы, то значения параметра τ_0 значительно различаются и практически не коррелированы.

Другим примером фрикционного контакта выбрана металлическая пара трения в режиме граничной смазки. Трение также осуществлялось по схеме *шар – плоскость*, индентор со сферической рабочей поверхностью изготовлен из никеля, плоская пластина – из латуни с покрытием серебром или никелем. Смазочный материал – консистентная смазка с литиевым мылом в качестве загустителя.

Зависимости силы трения от нормальной нагрузки представлены на рис. 2а. Они хорошо аппроксимируются линейными функциями (2) с коэффициентами корреляции не менее 0,99. Параметры F_0 и f_c приведены в табл. 2.

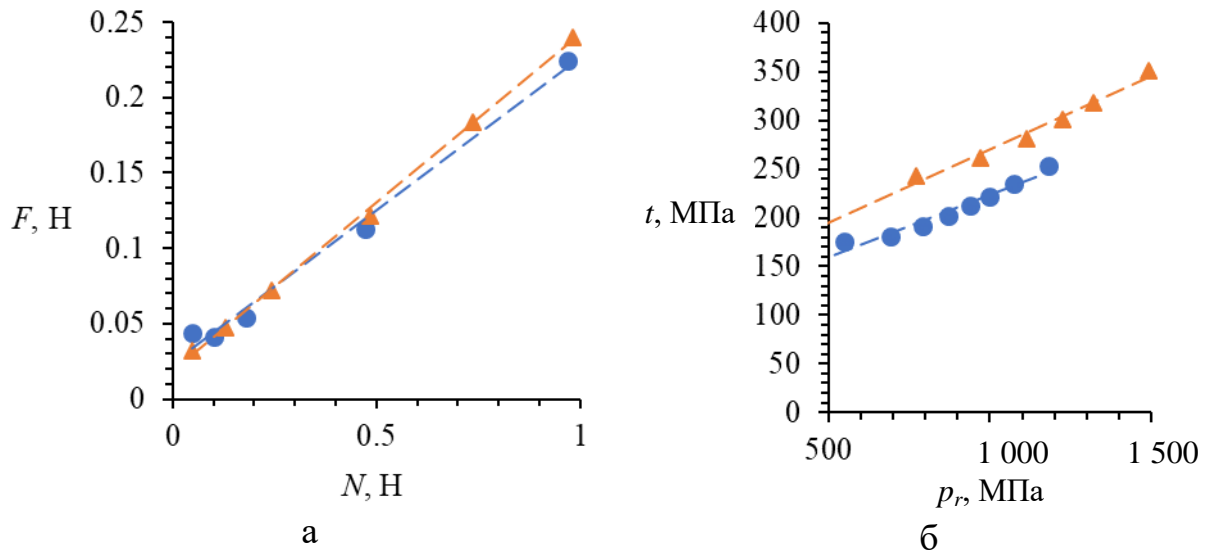


Рис. 2. Зависимости: а – силы трения от нормальной нагрузки; б – удельной силы трения от фактического контактного давления; ● – пара трения Ni/Ag; ▲ – пара трения Ni/Ni

Таблица 2. Фрикционные характеристики пар трения при граничной смазке

Материал пластины	Параметры силы трения		Параметры удельной силы трения	
	F_0 , мН	f_c	τ_0 , МПа	β
Серебро	23,3	0,20	95	0,13
Никель	18,7	0,22	120	0,15

На основании значений силы трения, рассчитанных по уравнению (2) с параметрами из табл. 2, находили значения удельной силы трения $\tau = F/A_r$. Для расчета фактической площади контакта и фактического контактного давления, как и в предыдущем примере, использовались формулы Герца, поскольку контактирующие поверхности имели малую шероховатость. В результате получены зависимости $\tau(p_r)$, представленные на рис. 2б. Несмотря на то что эти зависимости хорошо аппроксимируются линейными функциями (3) с коэффициентом корреляции не менее 0,98, некоторая нелинейность, как и в предыдущем примере, хорошо прослеживается, особенно для пары трения Ni/Ag. Параметры τ_0 и β линейной зависимости $\tau(p_r)$ даны в табл. 2. В данном случае значения пьезокоэффициента β существенно меньше соответствующих значений коэффициента трения f_c .

Заключение

Рассмотренные примеры фрикционных характеристик металлических пар при сухом и граничном трении подтверждают, что известная в трибологии линейная зависимость удельной силы трения (прочности фрикционного контакта при сдвиге) от фактического контактного давления не вытекает непосредственно из двучленного закона трения Кулона. Причина этого кроется в непостоянстве фактической площади контакта при изменении нормальной нагрузки, поэтому уравнение (3) следует рассматривать как самостоятельную эмпирическую закономерность. С точки зрения математической статистики она представляет собой уравнение линейной регрессии зависимой переменной τ на независимую переменную p_r , а коэффициенты τ_0 и β находятся статистической обработкой массива экспериментальных значений τ и p_r .

Непосредственный переход от закона трения Кулона к двучленной зависимости удельной силы трения от нормального контактного напряжения с тесной корреляцией соответствующих параметров возможен только при постоянстве фактической площади контакта. Это достигается в условиях трения при больших контактных давлениях, когда фактическая площадь контакта стремится к номинальной и практически не зависит от нормальной нагрузки. Именно по такой методике выполнялись известные эксперименты П.У. Бриджмена [6]. Аналогичный принцип лежит в основе методики определения параметров удельной силы трения при больших пластических деформациях с помощью внедрения в пластичный материал сферических или конических инденторов [7]. Изменение нормального контактного напряжения при постоянстве фактической площади контакта в этом случае обеспечивается методом разгрузки [8, 9], заключающемся в следующем. Контакт нагружается максимальной силой, обеспечивающей формирование пластического отпечатка с известной площадью контакта (она принимается равной фактической). Далее нагрузка на индентор уменьшается примерно до половины от максимальной, при этом считается, что упругое восстановление в контакте пренебрежимо мало и фактическая площадь контакта остается неизменной.

Библиографический список

1. Хопин П.Н., Шишкин С.В. Трибология: учебник для вузов. М.: Юрайт, 2021. 236 с.
2. Основы трибологии (трение, износ, смазка): учебник для технических вузов / А.В. Чичинадзе [и др.]. М.: Машиностроение, 2001. 664 с.
3. Мышкин Н.К., Петроковец М.И. Трение, смазка, износ. Физические основы и технические приложения трибологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 368 с.

4. Измайлов В.В., Новоселова М.В. Физические основы контактного взаимодействия, трения и изнашивания: монография. Тверь: ТвГТУ, 2024. 172 с.

5. Гусев А.Ф., Измайлов В.В., Новоселова М.В. О параметрах силы трения и их температурных зависимостях // Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел, деталей технологического и энергетического оборудования: межвузовский сборник научных трудов. Вып. 17. Тверь: ТвГТУ, 2023. С. 11–21.

6. Бриджмен П.У. Исследования больших пластических деформаций и разрыва: Влияние высокого гидростатического давления на механические свойства материалов. 2-е изд, испр. М.: ЛИБРОКОМ, 2010. 448 с.

7. Комбалов В.С. Методы и средства испытаний на трение и износ конструкционных и смазочных материалов: справочник. М.: Машиностроение, 2008. 384 с.

8. Измайлов В.В., Новоселова М.В., Чаплыгин С.А. О методиках экспериментального определения удельной силы трения и ее параметров // Трение и износ. 2017. Т. 38. № 5. С. 435–444.

9. Шустер Л.Ш. Адгезионное взаимодействие твердых металлических тел. Уфа: Гилем, 1999. 200 с.

УДК 621.891

А.Н. Болотов, В.В. Новиков, О.О. Новикова, М.И. Болотов
Тверской государственный технический университет

СНИЖЕНИЕ ИЗНОСА АБРАЗИВНОГО ИНСТРУМЕНТА ПРИ ОБРАБОТКЕ КЕРАМИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ, ПОЛУЧЕННЫХ ОКСИДИРОВАНИЕМ

© Болотов А.Н., Новиков В.В.,
Новикова О.О., Болотов М.И., 2024

Аннотация. Предложен способ снижения расхода абразивного инструмента при удалении внешнего вспомогательного слоя детали, полученной микродуговым оксидированием. Установлено, что твердость внешнего слоя ухудшается при предварительной выдержке детали в растворе плавиковой кислоты. Сделаны выводы, что оптимальное время выдержки детали составляет 15–25 мин; технология позволит уменьшить износ абразивного инструмента более чем в 2 раза при достижении заданной шероховатости на поверхности трения готовой детали.

Ключевые слова: микродуговое оксидирование, износостойкое керамическое покрытие, микротвердость, трение, износ.