

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тверской государственный технический университет»
(ТвГТУ)

В.И. Гультяев, А.А. Алексеев

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ
ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ
КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ
ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ
ЗА ПРЕДЕЛОМ УПРУГОСТИ**

Монография

Тверь 2023

УДК 624.04 (075.8)

ББК 38.112я73

Рецензенты: профессор, доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Техносферная безопасность» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Орловский государственный аграрный университет имени Н.В. Парахина» Малинин В.Г.; профессор, доктор технических наук, профессор кафедры «Высшая математика» Российского технологического университета МИРЭА Головешкин В.А.

Гулятьев В.И., Алексеев А.А. Экспериментально-теоретическое исследование деформирования конструкционных материалов при сложном нагружении за пределом упругости: монография. Тверь: Тверской государственный технический университет, 2023. 164 с.

Посвящена исследованию закономерностей упругопластического деформирования конструкционных сталей при сложном нагружении. Представлены экспериментальные результаты деформирования тонкостенных трубчатых образцов по плоским и пространственным траекториям, полученные на автоматизированном испытательном комплексе СН-ЭВМ.

Предназначена для научных работников, преподавателей вузов, аспирантов и всех, кто интересуется механикой деформируемого твердого тела и теорией пластичности.

ISBN 978-5-7995-1314-6

© Тверской государственный
технический университет, 2023

© Гулятьев В.И., Алексеев А.А., 2023

ВВЕДЕНИЕ

Исследование закономерностей упругопластического деформирования и прочности материалов при сложном напряженно-деформированном состоянии и сложном нагружении – важнейшая, актуальная задача механики деформируемого твердого тела. Во все времена прочность, надежность и долговечность конструкций зависели от использования природных и созданных человеком материалов. Для современного строительства и машиностроения характерны увеличение интенсивности нагрузок на конструкции, их работа за пределом упругости и, как следствие, возникновение упругопластических деформаций. Учет последних и определение предельного состояния конструкций являются важными этапами их безопасного функционирования и долговечности при правильном выборе коэффициентов запаса.

XX в. ознаменовался крупными достижениями в области механики деформируемого твердого тела, в том числе в области экспериментальной механики. Так, были созданы высокопрочные материалы, разработаны различные композиционные материалы, созданы автоматизированные испытательные комплексы типа СЧ-ЭВМ.

Механика, в частности мезомеханика материалов, позволяет изучить структуру металлов и сплавов, законы, по которым изменяются свойства и структура материалов и сплавов в зависимости от различных воздействий, подбирать металлы и сплавы для определенных конструкций, машин и изделий, исходя из их физико-механических свойств.

Развитие различных отраслей техники, особенно авиакосмической, улучшение технологических характеристик конструкций, повышение их прочности, надежности и долговечности связаны с внедрением новых конструктивных решений, современных технологий и конструктивных материалов. Применение оболочечных конструкций в авиации, космонавтике, строительных сооружениях и машиностроении, учет их работы в экстремальных условиях с возникновением пластических деформаций сделали исследование закономерностей упругопластического деформирования конструктивных материалов при сложном нагружении и деформировании насущно необходимым.

Попытки решения указанной задачи теории пластичности свидетельствуют о том, что варианты упрощений теории процессов упругопластического деформирования конструкционных материалов при реализации траектории деформирования большой кривизны и кручения и значительными (выше допустимого) изломами приводят к большому расхождению результатов расчетов и экспериментальных данных. Следовательно, требуется полный учет параметров сложного нагружения в функционалах процессов и материальных функциях, определяющих соотношений при сложном нагружении либо разгрузении для получения достоверных расчетных результатов, а это важно для современной теории пластичности и ее экспериментальных исследований, совершенствования теории и оценки используемых на практике приближенных теорий и моделей пластического деформирования металлов, не содержащих параметров сложного деформирования в своих соотношениях и уравнениях. Таким образом, тема, заявленная в названии монографии, – одна из наиболее важных и актуальных проблем теории пластичности и экспериментальной механики.

Данная монография посвящена теоретико-экспериментальному изучению закономерностей упругопластического деформирования конструкционных материалов при сложном нагружении и выявлению влияния этих закономерностей и их оценке согласно параметрам сложного нагружения при изотермических процессах деформирования. Экспериментальные исследования были проведены в лаборатории механических испытаний кафедры «Сопротивление материалов, теория упругости и пластичности» Тверского государственного технического университета на автоматизированном испытательном комплексе СН-ЭВМ, реализующем трехпараметрическое сложное деформирование либо нагружение (растяжение-сжатие, кручение, внутреннее давление) на тонкостенных трубчатых образцах. Арабскими цифрами на рисунках (чаще всего числа заключаются в кружочки) обозначены точки начала нового участка траектории (точки излома или точки изменения кривизны).

1. КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ И ЕЕ СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

1.1. Теория пластичности в первой половине XX в.

Основы науки о прочности и упругости твердого тела были заложены физиками еще в XVII–XVIII вв. Деятельность французской инженерной школы способствует развитию техники в XVIII–XIX вв. и приводит к переходу исследований от физиков к инженерам. В это же время в науке выделяются в отдельную область знания расчеты на прочность: появляется самостоятельная наука, которую называют «Сопротивление материалов». Именно французские инженеры, имеющие блестящую теоретическую математическую подготовку и трудившиеся в стенах Петербургского университета путей и сообщения, (Сен-Венан, Леви, Коши, Габриель Ламе) стали основоположниками науки о прочности материалов.

В 1807 г. Томас Юнг вводит понятия модуля упругости и предела упругости. Инженеры, осознав, что возводимые ими сооружения надежны в пределах, когда напряжения не выходят за предел упругости, практически перестали изучать пластическое состояние материала. Вплоть до XIX в. Расчеты, хотя явление текучести было открыто Кулоном еще в 1778 г., вели по упругому состоянию материалов. В этот период появляется представление об изотропном идеально упругом теле.

По отношению к пластическим средам основы теории предельных состояний были заложены в конце XIX – начале XX в. в трудах таких ученых, как Треска, Мизес, Сен-Венан, Хаар, Карман. Пластичность материалов начали изучать в 1864 г., когда Треска опубликовал описание хода и результатов своих опытов по необратимому деформированию ряда твердых материалов и пришел к выводу, что «существует характеристика материала, выражающая максимальное касательное напряжение, при котором независимо от типа опыта твердое тело течет» [162]. В 1870 г. Сен-Венан использовал условие текучести Треска и построил первую математическую модель теории пластичности [178], основанную на гипотезе пропорциональности девиатора напряжений и девиатора скоростей деформаций при условии текучести Треска. Материал считался несжимаемым и жесткопластическим без упрочнения. В этой теории рассматривается время, за которое не успевают происходить релаксация и ползучесть, поэтому основная область ее применения – технологические процессы обработки металлов давлением и решение ряда задач.

Уже в начале XX в. стало ясно, что уравнения упругости и вязкости лишь приближенно представляют уравнения состояния сред в ряде диапазонов параметров движения, но не отражают их, например, в пластической и вязкоупругой области деформаций металлов и полимеров.

Исследования в области пластичности были продолжены. В 1913 г. Мизес предложил свое условие пластичности для изотропного материала, а в 1928 г. сформулировал условие пластичности для анизотропного. В 1924 г. Генки создал свою теорию пластичности, которую теперь называют деформационной. Он заметил, что левая часть уравнения Мизеса имеет физический смысл (энергия видоизменения). Генки также считал, что материал является идеальным упругопластическим, а полную деформацию он разложил на упругую и пластическую. Хилл [170] обобщил теорию Мизеса, а именно распространил ее на случай анизотропного тела, и решил задачу вдавливания штампа в анизотропную среду.

В конце 20-х – начале 30-х гг. XX столетия начинает развиваться экспериментальная механика, в частности проводятся экспериментальные исследования на тонкостенных трубчатых образцах. Это способствует реализации программы многоосного нагружения в условиях однородного напряженно-деформированного состояния. Первыми опытами, целью которых была апробация теории пластического течения, были опыты Надаи и Лоде [162]. Ими были проверены условия пластичности Сен-Венана и Мизеса и установлено, что условие пластичности Мизеса точнее отражает экспериментальные данные. Исходя из экспериментальных исследований, Надаи и Лоде первыми ввели параметр вида напряженного состояния μ [162].

В 1927 г. Рош и Эйхингер в своих экспериментальных исследованиях трубчатых образцов из стали с площадкой текучести и участком упрочнения при действии растяжения, кручения и внутреннего давления в условиях пропорционального нагружения установили, что зависимость между октаэдрическим касательным напряжением и октаэдрическим сдвигом универсальна и описывается законом единой кривой [162]. Эти ученые допускали разложение полных деформаций на упругие и пластические части при пропорциональном нагружении и считали, что в процессе пластического деформирования при упрочнении материал остается квазиизотропным.

В 1932 г. Шмидт подтвердил закон единой кривой для пропорционального нагружения на рубчатых стальных и медных образцах. Им были также проведены экспериментальные исследования с промежуточными разгрузками и чередованием растяжения и кручения. В данном случае закон единой кривой не подтвердился [162].

В своих опытах Хоэнмезер и Прагер [162] в 1932 г. использовали определяющее соотношение, из которого можно было получить соотношения других частных теорий течения. Они испытывали трубчатые образцы при одновременном раздельном действии растяжения и кручения. Ими также было предложено изображать тензор напряжений и деформаций в линейном многомерном пространстве в виде векторов. Для

плоского напряженного состояния при растяжении с кручением трубчатых образцов они предложили изображать тензоры в индексных обозначениях.

Девис [162] в 1943 и 1945 гг. подвергал испытаниям трубчатые образцы из меди и стали при пропорциональном нагружении при растяжении и внутреннем давлении. Закон единой кривой Роша и Эйхингера в данных экспериментах подтвердился, а деформация разрушения достигала 40 %.

Опыты Роша, Эйхингера, Лоде, Надаи, Шмидта, Девиса показали, что испытания трубчатых образцов при сложном напряженном состоянии подтверждают законы пластичности для случаев, когда нагружение элемента тела является простым, а между напряженным и деформированным состоянием элемента существует инвариантная зависимость. Однако при сложном нагружении до А.А. Ильюшина не было установлено определяющих закономерностей, описывающих сложное напряженное состояние. Вместе с тем невозможно закономерности, полученные для простого нагружения, применить для сложного, закономерности которого наблюдаются при работе конструкций, в технических процессах и др.

А.А. Ильюшин разработал теорию малых упругопластических деформаций для упрочняющихся материалов, ввел понятия направляющего тензора процесса, простого и сложного нагружения, разработал теорему о простом нагружении, теорию малых упругопластических деформаций, которая является общей теорией пластичности для классов простых нагружений изотропных тел, ввел понятие соответствия теории и эксперимента [129, 130].

Тейлор, Квини и Девис проводили экспериментальные исследования на пропорциональное нагружение и подтвердили гипотезу о пропорциональности девиаторов напряжений и деформаций, а также их скоростей, которые использовались на тот момент в вариантах теории пластичности. Уже позднее, в середине 50-х гг., А.М. Жуков сделал подробный обзор экспериментальных работ, посвященных проверке основных положений теории пластичности [103, 104].

Таким образом, в начале 40-х гг. А.А. Ильюшин решил проблему упругопластического деформирования материалов для отдельных классов траекторий и сформулировал для них законы пластичности. В 1943 г. он записал определяющие соотношения деформационной теории в виде следующих законов [123, 127, 130]: закон упрочнения, закон упругого изменения объема, закон пластического формоизменения. Он доказал, что при простом нагружении все теории совпадают.

В 1944 г. на основе теории малых упругопластических деформаций А.А. Ильюшин создал теорию устойчивости оболочек и пластин за пределом упругости при простом докритическом нагружении. Эта теория дает лучшие результаты, чем общая теория течения, и полученные от ее

применения данные больше соответствуют экспериментальным данным [127].

На основе теории малых упругопластических деформаций [118, 125] были рассчитаны артиллерийские снаряды и стволы орудий, которые затем были усовершенствованы и сыграли значительную роль при обороне Москвы в 1941 г. Ильюшин указал метод решения задач деформационной теории пластичности, а именно метод упругих решений для краевых задач, который повлиял на развитие численных методов решения физически нелинейных краевых задач в механике твердого тела, предложил способ расчета на прочность и устойчивость тонкостенных пластин и оболочек за пределом упругости; имея экспериментальные зависимости между напряжениями и деформациями в металлах, он безошибочно предсказал сходимость итерационного процесса, что позднее было строго подтверждено математическими методами. Метод упругих решений послужил стимулом для развития более совершенных методов решения систем нелинейных дифференциальных уравнений эллиптического типа, однако эти уравнения уже требовали применения ЭВМ, в то время как метод А.А. Ильюшина применялся задолго до указанных машин.

В 1945 г. Ильюшин распространил теорию Сен-Венана – Мизеса на изотропно упрочняющиеся среды, учел упругие составляющие в полных деформациях, развил три закона теории: закон упругого изменения объема, закон пропорциональности девиаторов напряжений и скоростей деформаций, закон упрочняющейся упругопластической среды в виде обобщающегося закона Оджвиста.

Дальнейшее интенсивное развитие теория пластичности получила в трудах Прагера [165, 181], Надаи [157], Хилла [162, 170], Койтера [137], Друкера, Соколовского [166, 167], Ишлинского [132–134], Новожилова, Кадашевича [135], Будянского, Работнова, Ключникова [135], Качанова, Лейбензона, Леонова, Ленского [143–150], Кравчука [140, 141], Зубчанинова [42–102], Ивлева [105–107], Лебедева, Москвитина [156], Васина [5, 6], Христиановича [171–173], Шевченко [174, 175], Шемякина [176, 177] и других [142, 151, 163, 169]. Эти работы сопровождались разработками эффективных экспериментальных методов изучения пластичности материалов при сложном напряженном состоянии и в основном простом нагружении (Рош и Эйхингер, Надаи – Лоде, Прагер – Хоэнмезер, Тейлор – Квинни, Шмидт, Девис, Жуков и др.) [178, 165, 103, 104].

При учете сложного деформирования материалов возникла необходимость разработки нескольких подходов к построению определяющих соотношений: теория пластического течения, теория скольжения, теория упругопластических процессов и т. д.

На рубеже 50-х гг. XX столетия Прагером [165, 181] была разработана концепция существования предельной поверхности нагру-

жения упрочняющихся материалов и установлена в общем виде связь приращений пластических деформаций для этой поверхности; появилась общая теория течения Мелана – Прагера. Она основывается на понятии предельной поверхности, то есть поверхности текучести, а также представлении полной деформации в виде суммы пластической и упругой составляющих и постулате Друккера, из которого следует выпуклость предельной поверхности и условие, что вектор приращения пластической деформации направлен по нормали к предельной поверхности в точке нагружения (принцип градиентальности). При изменении формы и размеров предельной поверхности при пластической деформации происходит процесс упрочнения. В зависимости от применяемой модели упрочнения различают несколько вариантов теории течения. Первая модель, не учитывающая эффект Баушингера (модель изотропного упрочнения), не дает в расчетах точных результатов. Во второй модели (модели трансляционного упрочнения) предполагается, что предельная поверхность перемещается как жесткое целое без расширения.

В традиционной теории течения наилучшие результаты были достигнуты, когда одновременно с перемещением предельной поверхности учитывалось и ее расширение, т.е. одновременно изотропное и трансляционное упрочнение [143]. Однако в точке нагружения не описывается факт отклонения вектора приращения пластической деформации от нормали к предельной поверхности [150], поэтому одной из причин развития подходов, использующих сингулярные поверхности текучести, является нарушение принципа градиентальности.

Койтер и Сандерс сделали предположение, что предельная поверхность является огибающей множества регулярных поверхностей, возникает каноническая область в точке нагружений и приращение пластической деформации зависит от направления активного процесса. Впоследствии эта теория получила развитие в работах Ключникова [136]. Совершенствованию теории течения различных направлений с учетом сложного нагружения также способствовали труды таких ученых, как Кадашевич, Новожилов, Бондарь и другие [3, 4, 135, 136, 158–160].

Модель Батдорфа и Будянского получила название теории скольжения. В этой теории материал представляется как совокупность частично ориентированных монокристаллов и каждый такой монокристалл обладает своей системой скольжения, которая характеризуется ориентацией плоскостей скольжения и направлением скольжения. Когда касательные напряжения в плоскости скольжения достигают величины, равной пределу текучести на сдвиг, в монокристалле наступает пластический сдвиг. За пределом текучести деформация является определенной функцией касательного напряжения. Затем появилась теория Малмейстера, которую использовали Тетерс и Кнетс [168] для решения задач устойчивости упругопластических систем при сложном нагружении,

а также теории Леонова, Христиановича [171–173]. Различные варианты теории скольжения отличаются только тем, на каких системах скольжения и по какому закону происходят пластические скольжения при заданных условиях нагружения. Однако в теории скольжения построить определяющие функции тяжело, ее применение для решения практических задач весьма затруднительно с точки зрения математики.

Теория идеальной пластичности была разработана Ивлевым. Пользуясь соотношениями ассоциированного закона течения Мизеса, он решает замкнутую систему уравнений, вводит поля деформаций (поля скоростей деформаций) и определяет связи между напряжениями деформациями посредством обобщенного ассоциированного закона пластического течения Рейса, решает пространственную задачу теории идеальной пластичности, доказывает, что в плоском случае различий между теорией идеальной пластичности и теорией предельного состояния нет [105–107].

Таким образом, еще в 30-х гг. Ильюшин занимался исследованиями вязкопластического течения прежде всего для усовершенствования технологических процессов производства металлических конструкций. Была создана теория, позволяющая вести расчет течения пластических материалов по поверхности жестких и деформируемых деталей оборудования, а также обработки металлов давлением. В первую очередь эта теория была необходима металлургической промышленности [129, 130].

1.2. Теория процессов упругопластического деформирования материалов

В 50-х–60 гг. XX в. в теории пластичности начинается исследование процессов деформирования конструкционных материалов. Ильюшин развивал новое направление в теории пластичности, которое было названо общей математической теорией упругопластических процессов [109, 117, 130]. В ней рассматривается начальная поверхность текучести, используется геометрическое представление процессов деформирования и нагружения в пятимерных линейных координатных евклидовых пространствах деформации и напряжений [117, 129, 130]. В этих пространствах тензоры напряжений и деформаций он изобразил векторно, а для процессов-траекторий ввел понятие образов процессов. В основу теории процессов положены постулат изотропии, выдвинутый Ильюшиным, теорема изоморфизма, принцип запаздывания, система универсальных соотношений между напряжениями, деформациями, временем и температурой для различных сплошных сред путем разделения свойств материала на векторные, определяющие направления процесса, и скалярные, характеризующие интенсивность процесса.

На базе закона Роша и Эйхингера о единой кривой упрочнения, Ильющин сделал вывод, что начальная поверхность текучести очень близка к поверхности Мизеса, но может с ней и не совпадать. В теории течения при изотропном упрочнении применяется скользящий образ процесса пластического деформирования, а для описания универсального закона упрочнения используется закон Одквиста – Ильющина. В теории течения линейные пространства практически изотропны, а теория процессов включает в себя теорию течения как частный вариант. Основой теории процессов являются общий и частный постулаты изотропии. На их базе установлены соотношения между напряжениями и деформациями для траекторий малой кривизны и дальнейших разгрузок по траектории с угловыми точками. Ильющин назвал постулат изотропии частным, так как для отдельных материалов он может нарушаться. С помощью постулата изотропии возможно решение краевых задач прямым методом решения.

Теория упругопластических процессов, по сравнению с другими теориями, наглядна и позволяет представить процессы нагружения и деформирования в геометрическом виде, характеризуется простотой математических формулировок, дает возможность проверить главные постулаты опытным путем, что выполнено в работах Ленского [143–150], Жукова [103, 104], Васина [5, 6], Зубчанинова [42–102], Охлопкова [71, 84–96, 98–101], Гараникова [73, 89–96, 98, 101], Дегтярева [9], Кравчука [140, 141], Муравлева, Трусова, Москвитина [156], Шевченко [174, 175], Гулятьева [10–40, 179–180] и других исследователей [1, 2, 7, 8, 138, 152, 153, 161]. Фундаментальная роль постулата изотропии Ильющина состоит в том, что благодаря этому постулату число экспериментов сокращается до количества базовых, то есть необходимых для нахождения материальных функций, входящих в определяющие соотношения. В дальнейшем Зубчанинов построил теорию пластичности для траекторий малого кручения, сформулировал постулат локальной размерности образа процесса [43, 56, 57], создал и доказал закон сложной разгрузки материала [67]; Васин развил теорию пластичности для траекторий типа двухзвенных ломаных [5, 6]. Значительный вклад в развитие теории пластичности при конечных деформациях внесли работы Толоконникова, Маркина, Трусова, Поздеева и других [169, 154, 155, 164].

В настоящее время существует два подхода к разработке определяющих соотношений теории упругопластических процессов. Для первого характерно построение их для простых классов процессов и траекторий. Для второго составлены определяющие соотношения для сложного нагружения по различным траекториям [49, 56, 57, 58]. В указанные соотношения входят функционалы пластичности, которые зависят от параметров кривизны, кручения и скалярных параметров (среднего напряжения, температуры и др.). В последнее время в тверской научной школе проводятся исследования с целью определения

функционалов пластичности и аппроксимаций, которые позволяют использовать теорию процессов (в частности, для решения краевых задач упругопластического деформирования материалов). Структура аппроксимаций, их физическая достоверность обосновываются многочисленными базовыми экспериментальными работами.

В тверской научной школе (ее руководитель – профессор В.Г. Зубчанинов) для пятимерного пространства были получены новые экспериментально обоснованные зависимости – связи между напряжениями и деформациями – при различных траекториях сложного нагружения. В определяющие соотношения, как говорили выше, входят пять функционалов: один отвечает за скалярные свойства, а четыре – за векторные. Зубчаниновым был предложен постулат локальной размерности [50, 67, 94, 97], который упрощает математическое представление определяющих соотношений теории упругопластических процессов. Ученым было показано, что пятимерное девиаторное пространство, отнесенное к реперу Френе, может быть разложено на ряд пересекающихся подпространств: два трехмерных, пересекающихся по одной из осей; четырехмерное и двумерное; двумерное и четырехмерное. Одно из них является физически пустым, а другое – изображающим, образ процесса – трехмерным для аналитических траекторий и четырехмерным – для неаналитических. В связи с этим в определяющих соотношениях вместо пяти функционалов остается только четыре или три. Для выяснения, сколько же именно, необходима постановка базовых экспериментов.

Если для теоретических исследований используют варианты теории процессов, то это упрощает расчеты. К таким вариантам, например, относится теория пластических процессов малого кручения [88, 95], которая говорит о том, что кручение траектории мало, а вектор напряжений лежит в соприкасающейся плоскости. Если пренебречь круткой траектории, то функционалы и их аппроксимации значительно упрощаются. В таком случае мы приходим к уравнениям гипотезы компланарности Ильюшина [116, 130].

Ленским была предложена гипотеза компланарности для произвольных траекторий; им же была проверена гипотеза компланарности для траекторий деформирования в виде трехзвенных пространственных ломаных [144, 149]; для винтовых траекторий это осуществлено Васиным [6] и Охаши [161]. Зубчаниновым показано [97], что гипотеза компланарности Ильюшина иногда не выполняется для локально-простых процессов и указаны условия ее невыполнения. Из гипотезы компланарности Ильюшина следуют частные варианты теории пластичности: теория квазипростых процессов, теория пластичности для траекторий средней кривизны, теория Прагера, теория Прандтля – Рейса, теория течения с изотропным упрочнением и т. д. Исходя из этого, на основе соотношений гипотезы компланарности Ильюшина можно проверить

физическую достоверность нескольких вариантов теории пластичности на разных классах траекторий. Вместе с тем для проверки теории пластических процессов малого кручения [131], в которой функционалы пластичности зависят от модуля вектора напряжений, угла сближения, кривизны и кручения траектории, необходимо проведение базовых экспериментальных исследований на пространственных траекториях.

Экспериментальное изучение закономерностей деформирования материалов при сложном нагружении и деформировании было выполнено на тонкостенных цилиндрических оболочках при одновременном действии растяжения-сжатия, кручения и внутреннего давления. При этом в оболочке моделировалось однородное плоское напряженное состояние, а в девиаторных пространствах реализовывались трехмерные процессы как по напряжениям, так и по деформациям. Поведение материалов по плоским многозвенным траекториям изучали Жуков [103, 104], Ленский [143, 147, 150], Васин [6], Зубчанинов [77, 81, 87, 92, 94], Дегтярев [9], Охлопков [95–98] и др. В этих работах проверялись фундаментальные гипотезы теории пластичности, закономерности изменения векторных и скалярных свойств материалов, аппроксимации определяющих функций пластичности.

Экспериментальные исследования на пространственных многозвенных траекториях были выполнены Зубчаниновым [30, 83, 89, 90, 94, 97, 98, 101], Гультяевым, Васиным, Широковым, Танаки, Охаши [161], Ленским [148]. Многие из этих работ свидетельствуют о том, что первоначально изотропный материал становится анизотропным в результате пластической деформации.

Перечисленные испытания по плоским и пространственным траекториям достаточно сложны для экспериментального осуществления и требуют наличия автоматических аппаратных средств с применением управляющей ЭВМ, программного обеспечения, состыковки ЭВМ и нагружающего устройства. В настоящее время в тверской научной школе проводятся под руководством Зубчанинова указанные экспериментальные исследования на испытательном комплексе СН-ЭВМ.

Теория процессов, являющаяся основой теории пластичности и отражающая реальные пластические процессы, использовалась в данной монографии. Эта теория позволяет получать все новые и новые закономерности поведения различных конструкционных материалов, исследовать пластические деформации.

Таким образом, теория процессов упругопластического деформирования свое фундаментальное развитие получила в трудах Зубчанинова и тверской научной школы по механике деформируемого твердого тела [10–102].

2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ЗАКОНЫ ТЕОРИИ ПРОЦЕССОВ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

Кратко опишем современное направление в теории пластичности, разработанное Ильюшиным [109, 120, 129, 130] для произвольных процессов сложного нагружения. Главное достоинство теории состоит в том, что в ней в наглядной геометрической форме можно изобразить процессы нагружения и деформирования в линейном векторном евклидовом пространстве и, наряду со скалярными свойствами материалов, четко выделить их векторные свойства. В теории процессов рассматриваются не только простые и скользящие процессы пластического деформирования и нагружения, но и более сложные, понять суть которых можно только с введением их геометрического изображения в векторных пространствах.

Напряженно-деформируемое состояние и процессы нагружения и деформирования материала в каждой из его частиц с координатами x_k ($k = 1, 2, 3$) в физическом пространстве характеризуются заданием шести компонент напряжений σ_{ij} и деформаций ε_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) как функции времени соответственно. Их совокупности образуют тензоры напряжений и деформаций: $(\sigma_{ij}) = \sigma_0(\delta_{ij}) + \sigma(S_{ij}^*)$, $(\varepsilon_{ij}) = \varepsilon_0(\delta_{ij}) + \varepsilon(\mathcal{E}_{ij}^*)$, где $\sigma_0 = \sigma_{ij}\delta_{ij} / 3$, $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ij}\delta_{ij} / 3$, $\sigma = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}$, $\varepsilon = \sqrt{\mathcal{E}_{ij}\mathcal{E}_{ij}}$ – модули шаровых тензоров и девиаторов напряжений и деформаций; $S_{ij} = \sigma S_{ij}^* = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0$, $\mathcal{E}_{ij} = \varepsilon \mathcal{E}_{ij}^* = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_0$ – компоненты девиаторов, S_{ij}^* , \mathcal{E}_{ij}^* – компоненты направляющих тензоров.

В основе теории процессов лежит постулат макроскопической определенности, согласно которому состояние материала в любой момент времени t в каждой частице определяется процессом нагружения либо деформирования. При простом нагружении все теории пластичности сводятся к одной общей теории малых упругопластических деформаций Ильюшина:

$$\sigma_0 = 3K\varepsilon_0, \quad \sigma = \Phi(\varepsilon), \quad S_{ij}^* = \mathcal{E}_{ij}^*, \quad (S_{ij} = \frac{\sigma}{\varepsilon}\mathcal{E}_{ij}), \quad (2.1)$$

где K – модуль упругой объемной деформации; $\sigma = \Phi(\varepsilon)$ – универсальная функция простого нагружения (единая кривая Роша и Эйхингера).

При сложном нагружении направляющие тензоры уже не равны между собой, то есть $S_{ij}^* \neq \mathcal{E}_{ij}^*$. Ильюшин предложил заменить соотношения (2.1) более сложными, а именно:

$$\sigma_0 = 3K\varepsilon_0, \quad S_{ij} = \int_{s=0}^s A_k \frac{d^k \mathcal{E}_{ij}}{ds^k}, \quad (2.2)$$

где $\sigma = \sigma(s)$, s – параметр прослеживания процесса деформирования во времени t .

Соотношения (2.2) были названы Ильюшиным постулатом изотропии. В векторном шестимерном координатном пространстве E_6 при ортонормированном базисе $\{\mathbf{E}_k\}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, 5$) Ильюшин поставил тензорам напряжений (σ_{ij}) и деформаций (ε_{ij}) в соответствие многомерные векторы напряжений \bar{S} и деформаций $\bar{\varepsilon}$:

$$\bar{S} = S_k \mathbf{E}_k, \quad \bar{\varepsilon} = \mathcal{E}_k \mathbf{E}_k \quad (k = 0, 1, \dots, 5), \quad (2.3)$$

где S_k, \mathcal{E}_k связаны с $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ линейными соотношениями:

$$\begin{aligned} S_0 &= \sqrt{3}\sigma_0, & S_1 &= \sqrt{\frac{3}{2}}(\sigma_{11} - \sigma_0), & S_2 &= \frac{S_{22} - S_{33}}{\sqrt{2}}, \\ S_3 &= \sqrt{2}\sigma_{12}, & S_4 &= \sqrt{2}\sigma_{23}, & S_5 &= \sqrt{2}\sigma_{13}, \\ \mathcal{E}_0 &= \sqrt{3}\varepsilon_0, & \mathcal{E}_1 &= \sqrt{\frac{3}{2}}(\varepsilon_{11} - \varepsilon_0), & \mathcal{E}_2 &= \frac{\mathcal{E}_{22} - \mathcal{E}_{33}}{\sqrt{2}}, \\ \mathcal{E}_3 &= \sqrt{2}\varepsilon_{12}, & \mathcal{E}_4 &= \sqrt{2}\varepsilon_{23}, & \mathcal{E}_5 &= \sqrt{2}\varepsilon_{13}. \end{aligned}$$

Векторы (2.3) можно разложить как $\bar{S} = \bar{S}^0 + \bar{\sigma}$, $\bar{\varepsilon} = \bar{\mathcal{E}}^0 + \bar{\mathcal{E}}$, где $\bar{S}^0 = S_0 \mathbf{E}_0$, $\bar{\mathcal{E}}^0 = \mathcal{E}_0 \mathbf{E}_0$, $\bar{\sigma} = S_k \mathbf{E}_k$, $\bar{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_k \mathbf{E}_k$ ($i = 1, 2, \dots, 5$).

В девиаторном пространстве E_5 концы векторов $\bar{\sigma}$, $\bar{\mathcal{E}}$ во времени описывают траектории нагружения и деформирования формоизменения с длинами дуг Σ и s соответственно, внутренняя геометрия которых описывается движением по ним реперов Френе $\{\mathbf{E}_k\}$ и $\{\mathbf{F}_k\}$. Для траекторий деформирования репер Френе $\{\mathbf{F}_k\}$ образует единичные

$$\text{векторы } \mathbf{F}_1 = \frac{d\bar{\mathcal{E}}}{ds}, \quad \mathbf{F}_2 = \frac{1}{\kappa_1} \frac{d^2\bar{\mathcal{E}}}{ds^2}, \quad \mathbf{F}_3 = \frac{1}{\kappa_2} \left(\kappa_1 \frac{d\bar{\mathcal{E}}}{ds} + \frac{d}{ds} \frac{d^2\bar{\mathcal{E}}}{ds^2} \right).$$

Используя соотношения из (2.3), получаем определяющие соотношения постулата изотропии в E_6 в векторной форме, а именно $\sigma_0 = 3K\varepsilon_0$, $\bar{\sigma} = P_k \mathbf{F}_k = \sigma \cos \beta_k \mathbf{F}_k$, где β_k – угловые координаты единичного вектора \mathbf{E} в репере Френе $\{\mathbf{F}_k\}$; функционалы процесса P_k , σ зависят от параметров сложного деформирования κ_m ($m = 1, 2, 3, 4$), температуры T , трех инвариантов тензора деформаций – ε_0 , \mathcal{E} , φ (где φ – угол вида деформированного состояния) и других нетермофизических параметров β . Таким образом, каждая траектория в векторном пространстве E_5 в общем случае отвечает различным физическим процессам.

Многочисленные опыты для многих начально-изотропных материалов и их сплавов в условиях начальной и повышенной температуры, малых деформаций показали, что влияние первого (ε_0) и третьего (φ) инвариантов в E_5 является слабым. В этом случае для

начально изотропных сред векторное пространство E_5 , введенное А.А.Ильюшиным, можно считать изотропным по отношению к ортогональным преобразованиям вращения и отражения траекторий и образов процессов в целом. Это фундаментальное предположение по отношению ко многим материалам позволило Ильюшину сформулировать частный постулат изотропии в линейном многомерном пространстве: образ процесса деформирования сохраняется при всех преобразованиях вращения и отражения траекторий деформирования в E_5 , если в соответствующих точках траектории сохраняются инварианты ε_0, T, β [111, 130]. Вместе с постулатом изотропии Ильюшин выдвинул принцип запаздывания векторных свойств материалов [120, 130]: ориентация вектора напряжений $\bar{\sigma}$ относительно траекторий деформирования определяется не всей историей процесса деформирования из начального состояния, а лишь некоторым ее конечным участком длиной λ , который ему предшествует и называется следом запаздывания.

Общая теория определяющих соотношений в теории процессов была разработана Зубчаниновым в 1989 г. В репере Френе $\{\mathbf{F}_k\}$ он разложил не

только вектор $\bar{\sigma}$, но и другие физические векторы: $\frac{d\bar{\sigma}}{ds} = P_k^* \mathbf{F}_k$, $\frac{d\mathbf{E}}{ds} = P_k^0 \mathbf{F}_k$

($k = 1, 2, \dots, 5$), откуда следует определяющее соотношение в виде

$$\frac{d\bar{\sigma}}{ds} = M_k \mathbf{F}_k + M \mathbf{E}, \quad (2.4)$$

где функционалы процесса

$$M = \frac{d\sigma}{ds} - M_k \cos \beta_k, \quad (2.5)$$

$$M_k = M_k \{\varepsilon_0, \mathcal{A}, \varphi, \kappa_m, T, \beta\}_{s(t)} \quad (k = 1, 2, \dots, 5) \quad (2.6)$$

зависят от тех же параметров, что и функционалы P_k .

Вместо угловых координат β_k В.Г.Зубчанинов [62] ввел полярные сферические ϑ_m по формулам:

$$\cos \beta_1 = \cos \vartheta_1, \quad \cos \beta_2 = \sin \vartheta_1 \cos \vartheta_2, \quad \cos \beta_3 = \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \cos \vartheta_3,$$

$$\cos \beta_4 = \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \sin \vartheta_3 \cos \vartheta_4, \quad \cos \beta_5 = \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \sin \vartheta_3 \sin \vartheta_4,$$

и получил систему дифференциальных уравнений относительно углов ϑ_m ($m = 1, 2, 3, 4$). Для их определения необходимо знать функционалы

(2.6), среди которых $M_2 = 0$. Эти функционалы отвечают за векторные

свойства материалов, а функционал $\frac{d\sigma}{ds}$, входящий в функционал M

согласно (2.5), – за скалярные.

Для плоских задач $\vartheta_3 = \vartheta_4 = 0$, $\kappa_3 = \kappa_4 = 0$ и размерность определяющего соотношения (2.4) уменьшена с пяти до трех, тогда основные уравнения принимают вид [97]:

$$\frac{d\bar{\sigma}}{ds} = M_1 \mathfrak{F}_1 + M \mathfrak{E} + M_3 \mathfrak{F}_3, \quad (2.7)$$

где

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &= \cos \vartheta_1 \mathfrak{F}_1 + \sin \vartheta_1 (\cos \vartheta_2 \mathfrak{F}_2 + \sin \vartheta_2 \mathfrak{F}_3), \\ M &= \frac{d\sigma}{ds} - M_1 \cos \vartheta_1 - M_3 \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Дифференциальные нелинейные уравнения для определения углов сближения ϑ_1 и депланации ϑ_2 , характеризующие векторные свойства материалов, имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\vartheta_1}{ds} + \kappa_1 \cos \vartheta_2 &= \frac{1}{\sigma} (-M_1 \sin \vartheta_1 + M_3 \cos \vartheta_1 \sin \vartheta_2), \\ \sin \vartheta_1 \frac{d\vartheta_2}{ds} + \kappa_2 &= \kappa_1 \cos \vartheta_1 \sin \vartheta_2 + \frac{M_3}{\sigma} \cos \vartheta_2. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Из (2.9) следует, что $M_k = M_k \left\{ \varepsilon_0, \mathcal{A}, \varphi, \kappa_1, \kappa_2, \vartheta_n^0, T, \beta \right\}_{s(t)}$, то есть аппроксимации функционалов процесса должны содержать параметры сложного деформирования κ_1, κ_2 и углы излома ϑ_n^0 , где n – число точек излома траектории. Соотношения (2.7)–(2.9) сохраняются и при обобщенных плоских напряженно-деформированных состояниях. В теории процессов используется, помимо определяющего соотношения (2.7), также нелокальная форма определяющего соотношения Зубчанинова [51]:

$$\frac{d\bar{\sigma}}{ds} = N_1 \mathfrak{F}_1 + N_\sigma \mathfrak{E} + N_\vartheta \mathfrak{G}, \quad (2.10)$$

где N_1, N_ϑ – функционалы процесса; $N_\sigma = \frac{d\sigma}{ds} - N_1 \cos \vartheta_1 - N_\vartheta \cos \alpha$,

($\cos \vartheta = \mathfrak{F}_1 \mathfrak{E}$, $\cos \vartheta = \mathfrak{E} \mathfrak{G}$).

Определяющее соотношение (2.10) играет большую роль при построении приближенной математической модели теории процессов и теории течения для траекторий малой и средней кривизны, когда закон упрочнения можно принять в виде закона Ильюшина – Одквиста ($\sigma = \Phi(s)$).

В гипотезе компланарности Ильюшина ($\vartheta_2 = 0$, $\kappa_2 = 0$) $M_3 = 0$ и основные уравнения используются в виде

$$\frac{d\bar{\sigma}}{ds} = M_1 \mathfrak{F}_1 + (P - M_1 \cos \vartheta_1) \mathfrak{E}, \quad P = \frac{d\sigma}{ds} \frac{1}{\cos \vartheta_1}.$$

Гипотеза базируется на предположении, что для траекторий произвольной кривизны, но малого кручения векторы $\bar{\sigma}$, $d\bar{\sigma}$, $d\bar{\mathcal{E}}$ всегда лежат в одной плоскости, то есть компланарны. Гипотеза привлекательна тем, что определяющие соотношения многих частных теорий следуют из ее определяющих соотношений. Общего вида аппроксимаций для функционалов M_1 , P в теории компланарности Ильюшина дано не было. Это было сделано Зубчаниновым в 1982 г. [43] в его теории процессов для траекторий малого кручения, в которой $\kappa_2 = 0$ (теория малого кручения или вторая гипотеза компланарности) При малом кручении траектории угол $\vartheta_2 = 0$, то есть вектор напряжений $\bar{\sigma}$ остается лежать в поворачивающейся в пространстве соприкасающейся плоскости. Следовательно, в процессе деформирования вектора $\bar{\sigma}$, $d\bar{\mathcal{E}}$, $\bar{\mathcal{E}}_1$ остаются лежать в одной плоскости, то есть компланарны. Однако вектор $d\bar{\sigma}$ выходит из этой плоскости. Основные уравнения теории малого кручения имеют вид: $M = \frac{d\sigma}{ds} - M_1 \cos \vartheta_1$, $M_3 = \sigma \kappa_2 \sin \vartheta_1$, $\frac{d\vartheta_1}{ds} + \kappa_1 = -\frac{M_1}{\sigma} \sin \vartheta_1$.

В плоских задачах Зубчанинов предложил использовать аппроксимации функционалов для траекторий средней и малой кривизны:

$$\begin{aligned} M_1 &= 2G_p + (2G - 2G_p^0)f^q, \quad \frac{d\sigma}{ds} = 2G_k - (2G - 2G_k^0)f^p, \\ f &= \frac{1 - \cos \vartheta_1}{2}, \quad 2G_p = \frac{\sigma}{s}, \quad 2G_k = \frac{d\Phi}{ds}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

где $\sigma = \Phi(s)$ – универсальная функция Ильюшина – Одквиста для траекторий малой и средней кривизны при активном процессе деформирования ($0 < \vartheta_1 < \pi/2$); G – упругий модуль сдвига; G_k и G_p – касательный и секущий модули сдвига (индекс «0» относится к значениям параметров в точке излома траектории); p, q – постоянные параметры, определяемые из опыта для каждого материала.

Функция f была названа функцией сложности процесса. Предложенные аппроксимации с успехом применяются совместно с гипотезой компланарности Ильюшина, когда полагается $\kappa_2 = 0$ и $M_3 = 0$. Важно отметить, что предложенные Зубчаниновым аппроксимации (см. формулу (2.11)) не зависят от состояния активного или пассивного нагружения, то есть являются универсальными при сложном нагружении и разгрузении.

Из гипотез компланарности Ильюшина и Зубчанинова следует ряд частных вариантов теорий пластичности: теории средних кривизн, двухзвенных ломаных; теории течения Прагера, Прандтля – Рейса – Хилла и другие, возникающие при различных выражениях функционалов P и M_1 .

Рассмотрим критерии активного и пассивного деформирования. Под

общим процессом нагружения упрочняющихся сред в E_5 будем понимать такой, для которого $d\sigma > 0$, а под разгрузением – такой, для которого $d\sigma < 0$. Аналогично под глобальным деформационным нагружением в E_5 будем понимать процесс, для которого $d\mathcal{E} > 0$, а деформационным разгрузением – процесс, для которого $d\mathcal{E} < 0$.

Для глобальных нейтральных процессов $d\sigma = 0$ или $d\mathcal{E} = 0$; в этих случаях частица тела может находиться в состояниях неполной либо полной пластичности или упругости. Она может испытывать пластическое догружение в одних направлениях и упругое разгрузение – в других.

Под локальным нагружением будем понимать процесс, для которого $dS_k > 0$ ($k = 1, 2, \dots, 5$), а под локальным разгрузением – процесс, для которого $dS_k < 0$; под локальным деформационным нагружением – процесс, для которого $d\mathcal{E}_k > 0$, а под локальным деформационным разгрузением – процесс, для которого $d\mathcal{E}_k < 0$.

Критерием состояния процесса деформирования материала является знак приращения энергии деформирования: $dA = \sigma_0 d\theta + \bar{\sigma} d\bar{\mathcal{E}}$, где $\theta = \varepsilon_{ij} \delta_{ij}$ – относительное изменение объема ($dA_\phi = \bar{\sigma} d\bar{\mathcal{E}} = S_k d\mathcal{E}_k = \sigma ds \cos \vartheta_1$ – приращение энергии деформирования формоизменения; $dA_0 = \sigma_0 d\theta$ – приращение энергии всестороннего расширения-сжатия; $\cos \vartheta_1 = \mathfrak{E} \mathfrak{E}$).

Критерием определения состояния процесса нагружения выступает знак приращения энергии напряжений (дополнительной работы): $dB = \theta_0 d\sigma_0 + \bar{\mathcal{E}} d\bar{\sigma}$, где $dB_\phi = \bar{\mathcal{E}} d\bar{\sigma} = \mathcal{E}_k dS_k = \mathcal{E} d\Sigma \cos \vartheta_1^*$ – приращение энергии напряжений формоизменения; $dB_0 = \theta_0 d\sigma_0$ – приращение дополнительной энергии всестороннего расширения-сжатия; $\cos \vartheta_1^* = \mathfrak{E} \mathfrak{E}_1$.

Поскольку для большинства материалов энергия объемного расширения-сжатия обратима, то критерием активного необратимого процесса деформирования можно считать $dA_\phi > 0$ ($\vartheta_1 < \pi/2$), а пассивного – $dA_\phi < 0$ ($\vartheta_1 > \pi/2$), так как $\sigma > 0$, $ds > 0$. Для активных процессов нагружения $dB_\phi > 0$ ($\vartheta_1^* < \pi/2$), а для пассивных – $dB_\phi < 0$ ($\vartheta_1^* > \pi/2$), так как $\mathcal{E} > 0$, $d\Sigma > 0$.

При простых нагружениях по лучевым траекториям понятия силового и деформационного нагружения-разгрузения, активного и пассивного процессов деформирования и нагружения соответствуют друг другу, поэтому достаточно пользоваться одним из них. При сложном нагружении либо деформировании эти понятия таким соответствием не обладают. Приращения удельных энергий локальных процессов формоизменения $dA_k = S_k d\mathcal{E}_k$, $dB_k = \mathcal{E}_k dS_k$ характеризуют активность и пассивность процессов деформирования и нагружения.

3. АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ИСПЫТАТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС СЧ-ЭВМ, СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЯ, ОБРАЗЦЫ, МАТЕРИАЛЫ

Рассмотрим автоматизированный комплекс СЧ-ЭВМ, его механическую установку, средства измерения и образцы, функционирование комплекса под управлением ЭВМ.

3.1. Общая часть

Для исследования процессов сложного нагружения материалов и их структуры в качестве образцов были взяты трубчатые, которые подвергались экспериментальному исследованию напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек при растяжении с кручением и внутренним давлением (рис. 3.1) в пространстве деформаций и напряжений. Стальные трубчатые образцы с толщиной стенки $h = 1$ мм, радиусом срединной поверхности $R = 15,5$ мм, длиной рабочей части $l = 110$ мм подвергались деформированию. Материал образцов в достаточной степени был начально изотропен. Модуль упругости образцов составлял $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$. При обработке экспериментальных данных принималось условие несжимаемости ($\varepsilon_0 = 0$).



Рис. 3.1

На рис. 3.2а показан образец с установленным на нем модернизированным измерителем деформации экспериментатора Жукова. На рис. 3.2б изображен датчик поперечных деформаций, применяемый для измерения указанных деформаций.

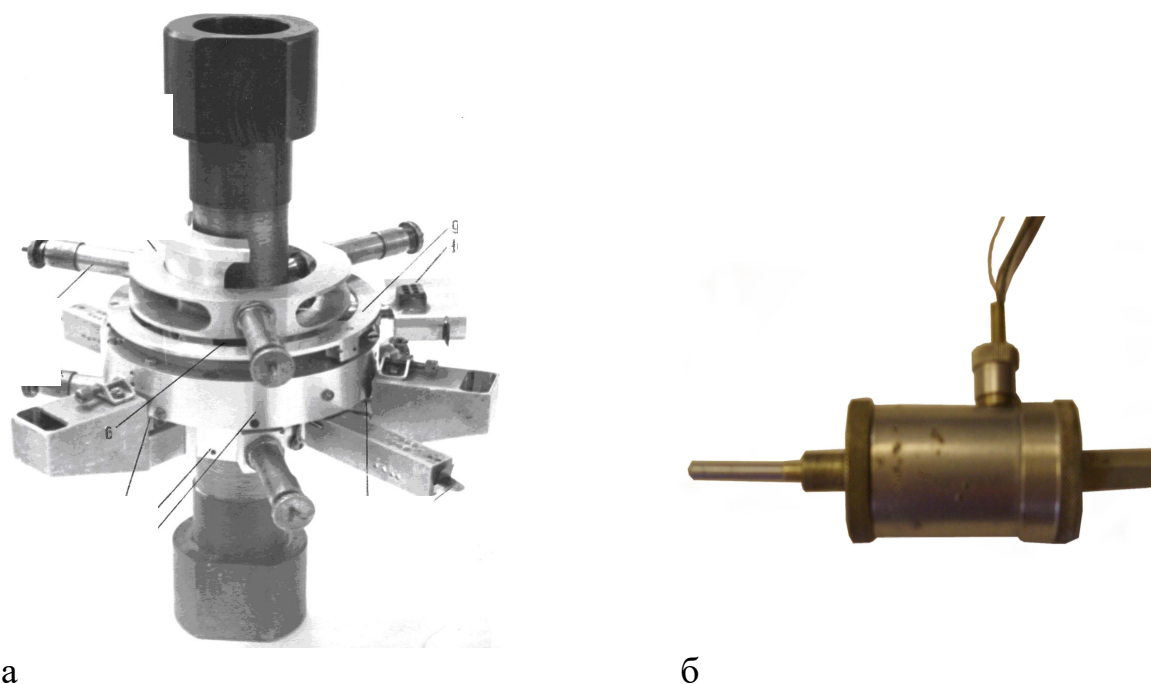


Рис. 3.2: а – образец с модернизированным измерителем деформации;
б – датчик поперечных деформаций

Испытания проводились на автоматизированном испытательном комплексе СН-ЭВМ (рис. 3.3) в лаборатории механических испытаний кафедры сопротивления материалов теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета.



Рис. 3.3

3.2. Описание экспериментального испытательного комплекса СН-ЭВМ

Автоматизированный экспериментальный комплекс (см. рис. 3.3) состоит из нагружающей установки, реализующей трехпараметрическое воздействие на образец (осевое нагружение, кручение и внутреннее давление); датчиков усилий и деформаций; измерительных преобразователей сигналов датчиков; аналого-цифрового комплекса (АЦК); системы графического отображения информации (монитора ЭВМ); управляющей ЭВМ с устройством связи; блока управления. Комплекс построен таким образом, что может функционировать и без управляющей ЭВМ. В этом случае реализуются кусочно-линейные процессы нагружения. Блок управления выполняет функции задатчика траектории нагружения и регулятора, а в случае работы комплекса под управлением ЭВМ является устройством, обеспечивающим доступ оператора в процесс управления экспериментом с целью изменения режима и параметров регулирования. Источником первичного сигнала формирования траектории служит прецизионный цифроаналоговый генератор линейно изменяющегося напряжения (ГЛИН), представляющий собой последовательное включение кварцевого генератора прямоугольных импульсов, перестраиваемого делителя частоты, счетчика импульсов и цифроаналогового преобразователя. Диапазон изменения скорости выходного напряжения ГЛИН составляет от 1 до 3 В/с, дискретность выхода – 0,1 %, максимальное напряжение – 10 В. Входом каждого из трех задатчиков может быть (по выбору оператора) либо выходной сигнал ГЛИН (параметрическое задание), либо измеряемый параметр одной из двух других координат (функциональное задание), либо сигнал от ЭВМ. При задании угла наклона отрезка прямой задатчик обеспечивает изменение тангенса в диапазоне от 0,001 до 0,999 с дискретностью и точностью 0,001, а также приведенное к результирующему выходному сигналу смещение величиной от 0 до 200 В. Регулятор каждого из трех каналов дает возможность выбрать режим управления (по деформации или нагрузке), осуществлять включение и отключение обратной связи, изменять коэффициент регулирования в диапазоне от 1 до 50. Выходные сигналы регуляторов управляют работой автоматизированных электроприводов, в качестве которых в комплексе используются маломощные двигатели постоянного тока Д12ТФ, работающие от операционных усилителей напряжения с мощным выходным каскадом, и двигатель постоянного тока типа ПБСТ мощностью 1,2 кВт, работающий в комплекте с тиристорным преобразователем ТЭР-8. Первый тип приводов установлен в гидравлических системах осевого нагружения и внутреннего давления, а также в кинематической системе кручения. Второй тип приводов обеспечивает функционирование кинематической системы осевого

нагружения. Требуемый динамический диапазон работы приводов достигается включением механических редукторов между электродвигателями и формирующими устройствами нагружающей установки.

Измерение компонент нагрузок, действующих на образец, осуществляется тензорезисторным датчиком-силоизмерителем осевого усилия и крутящего момента и потенциометрическим датчиком внутреннего давления 2МД-300Т. Осевые, угловые, радиальные перемещения точек оболочки измеряются дифференциальным тензометром (см. рис. 3.2а). Вместо измерения радиальных перемещений может осуществляться определение окружной деформации с помощью датчика перемещений трансформаторного типа (см. рис. 3.2б). Для измерения деформации используются также наклеиваемые на образец тензодатчики. Все датчики параметров эксперимента работают в комплекте с соответствующими измерительными преобразователями.

Преобразователи сигналов тензорезисторных датчиков представляют собой мостовые схемы преобразования изменения сопротивления тензорезисторов в напряжения постоянного тока с нормированием сигнала. Трансформаторный датчик перемещений работает в комплекте с устройством, включающим в себя прецизионные генератор синусоидального напряжения питания и выпрямитель выходного датчика. Преобразование сигнала потенциометрического датчика осуществляется нормирующим усилителем. Использование наклеиваемых тензодатчиков обеспечивается многоканальным прибором, работающим по линеаризующей схеме для одного активного элемента измерительного моста. Все измерительные преобразователи выполнены по схемотехнике операционных усилителей.

Для оперативного качественного контроля за ходом эксперимента измерительная информация выводится на ЭВМ. На установке СН возможно проведение опытов в трехмерном пространстве напряжений или деформаций Ильюшина. Переход из одного подпространства в другое обуславливается выбором параметров управления.

3.3. Механическая установка комплекса СН-ЭВМ

Механическая часть выполнена на базе испытательной машины ЦДМУ-30 (ГДР) и включает замкнутую силовую раму с размещенными на ней элементами крепления образца и приводами реализуемых усилий (рис. 3.4).

Первоначальный вариант системы осевого нагружения включал гидростанцию, соединенную с гидроцилиндром осевого растяжения. При этом в силовой цепи под траверсой можно было создать только усилия

растяжения. Для испытания образца на сжатие необходимо было разместить его сверху (между подвижной и неподвижной траверсами машины). Это создавало определенные неудобства, так как в одном опыте нельзя было реализовать смену знака осевых усилий. Управление давлением масла в цилиндр при растяжении или сжатии осуществлялось вручную. В процессе автоматизации установки [75] регулятор давления (РД) гидросистемы был дополнен приводом, управление которым осуществлялось программно (с блока, задающего параметры нагружения). Аналогично была проведена модернизация гидростанции внутреннего давления, подводимого в образец. Механическая часть привода кручения была взята за основу. Для улучшения параметров регулирования увеличили редукцию и заменили двигатель привода (рис. 3.5).



Рис. 3.4



Рис. 3.5

В машине ЦДМУ-30 нижняя траверса имела установочное перемещение от привода с асинхронным электродвигателем, управляемым в режиме пуск – стоп вручную. Малая редукция и большие силы трения в паре винт – гайка и гайка – станина не позволяли напрямую использовать эту возможность для создания осевой нагрузки. Вместе с тем реализация кинематического осевого нагружения содержала в себе потенциальную возможность не только реверса знака нормальной силы, но и получения жесткой схемы нагружения. Это обстоятельство особенно существенно для исследования в задачах устойчивости послебифуркационного процесса развития деформаций. Таковы основные предпосылки, послужившие обоснованием создания реверсивного привода осевого нагружения образца. На рис. 3.4 общий вид привода (без двигателя). Примененный червячный

редуктор позволяет увеличить передаточное отношение в 80 раз, а упорные подшипники, установленные между гайкой и станиной, существенно снижают силы трения на рабочих нагрузках (рис. 3.6).



Рис. 3.6

Вместе с более мощной электрической частью (описана выше) привод позволяет реализовать усилия растяжения-сжатия в образце до 60 кН и требуемый диапазон скоростей деформаций. Необходимо отметить, что вариант механической установки имеет требуемые захватные приспособления (рис. 3.7), а также средства измерения усилий и перемещений точек испытываемого образца (см. рис. 3.2).



Рис. 3.7

3.4. Захватные приспособления и датчики измерения деформаций и усилий

Задача определения компонентов напряжений и деформаций в цилиндрическом полом образце при нагружении осевой силой, закручивающим моментом и внутренним давлением неоднозначна как с методической стороны, так, естественно, и с технической. Для заданного нагружения напряженно-деформированное состояние неоднородно по толщине стенки оболочки. Если отсутствует внутреннее давление и отношение толщины стенки к радиусу трубки мало, то неоднородностью можно пренебречь, предварительно оценив ее.

Эксцентриситет приложения усилий в испытательной машине, несовершенство геометрии образца влияют непредсказуемо на изменение аналитического распределения напряжений и деформаций. Если добавить сюда свойство прерывистости самой деформации, которое проявляется в эффекте лестницы, или Портевена – Ле Шателье, на диаграмме напряжения-деформации, можно сформулировать требования к испытательному модулю средства измерения деформаций и усилий, хватным приспособлениям, образцу. Конструкция головок образца и хватных приспособлений машины должна обеспечивать локализацию плоскостей возможного изгиба (см. рис. 3.7). Необходимо предусмотреть регулировку положения хватов во время испытаний образца в упругой области по двум периметрам розеток тензорезисторов для оценки и уменьшения неоднородности деформирования; с целью исключения влияния краевого эффекта место измерения деформации выбирается на удалении не менее величины диаметра оболочки от начала рабочей части образца. Неизбежное присутствие малых изгибов трубки и эффект Портевена – Ле Шателье делают ошибочным стремление стянуть в точку зону измерения деформации, поэтому определение осевых и сдвиговых деформаций желательно производить между двумя нормальными плоскостями оболочки, достаточно удаленными друг от друга. Причем три точки фиксации плоскости относительно поверхности образца и расположение измерительных элементов должны быть правильно сориентированы по отношению к сектору возможного малого изгиба для исключения влияния последнего на измерения. Наконец, высокая технологичность монтажа составляющих испытательного модуля. Все эти факторы в той или иной мере удастся учитывать при выборе конструкции датчика усилий, образца, хватных приспособлений и тензометра.

Измерение усилий штатными приборами машины ЦДМУ-30 далеко не совершенно и не удовлетворяет требованиям со стороны системы управления экспериментом. Момент в установке СН создается червячным

редуктором и электродвигателем, которые расположены на подвижной траверсе рамы машины (рис. 3.8).



Рис. 3.8

Вал червячного колеса с фасонными выпусками к захватным приспособлениям зажат упорными подшипниками, воспринимающими осевое усилие, поэтому штатная система измерения момента чувствительна к величине осевого усилия. Чтобы избежать этого, следует поместить двухкомпонентный датчик усилий между подвижной и неподвижной траверсой машины, жестко связав его через захватные приспособления с образцом. Такая схема позволяет измерять усилия прямо на исследуемом объекте. Нагрузки, действующие на образец (осевая сила и крутящий момент), измеряются с помощью силоизмерителя. Он состоит из круглой мембраны и элемента типа «беличья клетка» с наклеенными на них тензорезисторами (рис. 3.9).



Рис. 3.9

Датчики (тензорезисторы) рассчитаны на осевую силу 60 кН и крутящий момент 0,5 кНм. Погрешность в определении компонент нагрузки не превышает 1 %.

3.5. Образцы для испытания

В качестве модели, исследуемой на комплексе СН-ЭВМ, применяется трубчатый образец, в стенках которого при достаточно большом отношении радиуса к толщине реализуется однородное плоское напряженное состояние. Образцы для испытаний изготавливаются из металлического прутка следующим образом (операции указаны в хронологическом порядке): сверление отверстия и грубая наружная обработка, чистовая обработка внутренней поверхности растачиванием с последующей постановкой на оправку, завершение механической обработки наружной поверхности. Строгие требования к точности испытаний диктуют жесткие рамки полей допусков и геометрических отклонений при изготовлении образца. Чертеж трубчатого образца с головками показан на рис. 3.10.

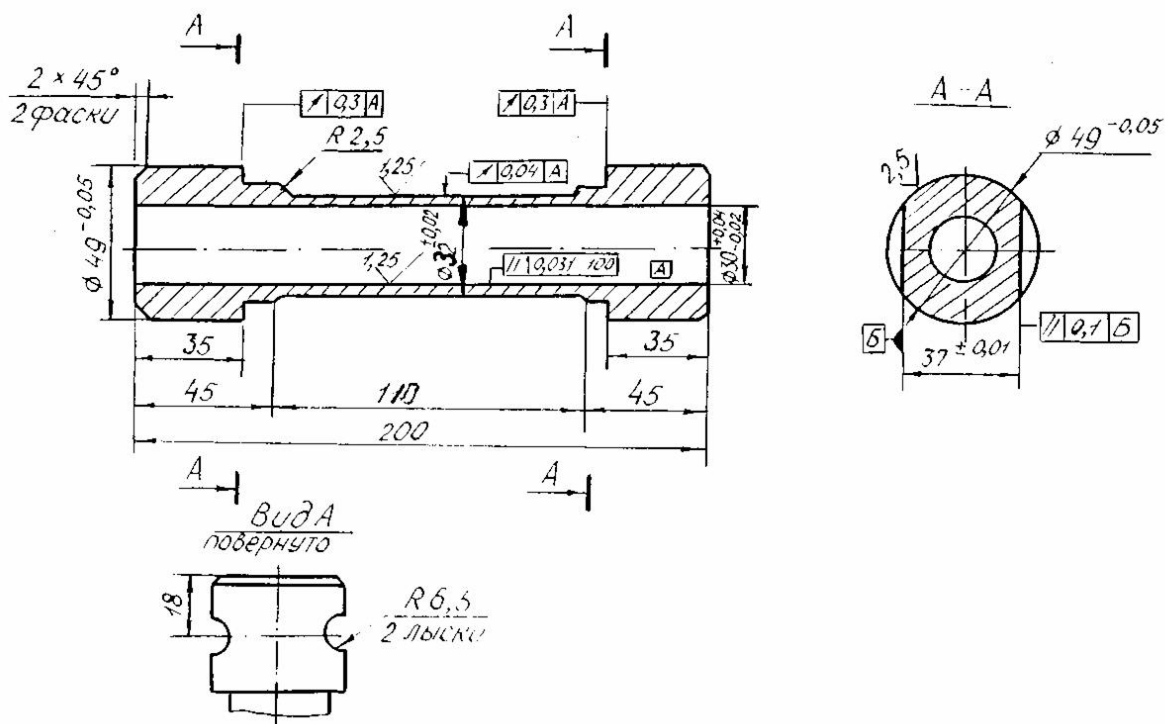


Рис. 3.10

Обмер образцов производится при помощи микрометра МК-50 (см. ГОСТ 6507-78, допускаемая погрешность 0,004 мм) (рис. 3.11). Имеется

также специальное приспособление для замера толщины стенки образца (рис. 3.12).



Рис. 3.11

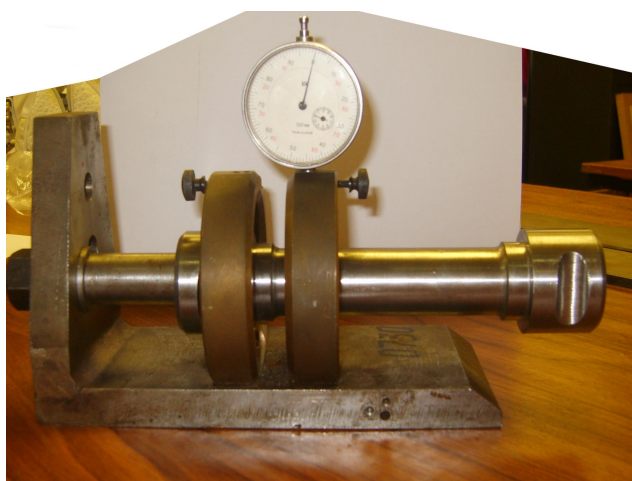


Рис. 3.12

Двухкомпонентный датчик усилий выполнен из одной заготовки металла диаметром 150 мм. Конструктивно он решен в виде круглой мембраны и перпендикулярных к ней шести перемычек, объединенных двумя жесткими кольцами, в одном из которых закреплена мембрана. Таким образом, достигается механическая избирательность к изгибным деформациям в чувствительных элементах (мембране и перемычках) с наклеенными тензорезисторами от воздействия осевого усилия и крутящего момента. Усилия на силоизмеритель передают через вал, расположенный коаксиально мембране, а с другой стороны – через фланцевое соединение кольца с захватом. Датчик усилий рассчитан на осевую силу 60 кН, крутящий момент 0,5 кН м, датчик давления 30 МПа. Погрешность в определении компонентов нагрузки не превышает 0,12 кН, 3 Нм, 0,2 МПа соответственно. Градуировка производится образцовым динамометром ДОР-40 (рис. 3.13), специальным приспособлением рычажного типа и образцовым манометром ГОСТ 6521-60 (рис. 3.14).

С учетом требований, сформулированных выше, были сконструированы и изготовлены захваты для крепления образца при испытании. Захваты (см. рис. 3.7), содержат два кольца и корпусную вилку, соединенные во взаимно перпендикулярном направлении и образующими

крестообразный шарнир Гука. Корпусная вилка верхнего захвата крепится на верхнюю траверсу, а нижнего – непосредственно к двухкомпонентному силоизмерителю. Единый блок, состоящий из нижнего захвата и силоизмерителя, устанавливается на нижней подвижной траверсе. Захваты легко разбираются, что облегчает монтаж-демонтаж испытательного модуля. На внутреннем кольце хватных приспособлений выполнены два параллельных сквозных отверстия, в которых размещены ролики, имеющие эксцентриковые поверхности. На головках образца (см. рис. 3.1, 3.10) выполнены аналогичные по форме полусекторные лыски. При установке образца ролики входят после поворота в соответствующие пазы лысок и тем самым достигается надежная передача на образец осевых сил и крутящего момента (рис. 3.15). Захваты, благодаря наличию крестовин, могут «самоустанавливаться» под действием приложенных усилий и исключить влияние изгибающих моментов при наличии эксцентриситета приложения осевой нагрузки.

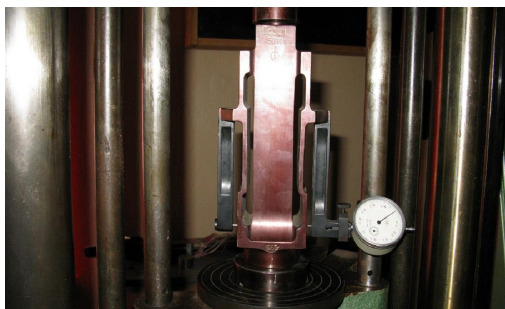


Рис. 3.13



Рис. 3.14



Рис. 3.15

При нагружении образца внутренним давлением обычно герметизируют его торцы пробками. При этом возникает дополнительное усилие растяжения, которое усложняет управление экспериментом и снижает точность. Для исключения этого явления на установке СН применяется приспособление в виде сплошного цилиндрического сердечника с герметизирующими элементами на концах (рис. 3.16). На длине рабочей части образца его диаметр на 2–5 мм меньше внутреннего диаметра образца. При этом усилие от давления замыкается на жесткий сердечник и не влияет на канал управления осевой силой.



Рис. 3.16

В качестве средства измерения осевых, окружных и сдвиговых перемещений точек оболочки в эксперименте на сложное нагружение сконструирован и применяется дифференциальный тензометр (ДТ), изображенный на рис. 3.17. Он состоит из двух соосных полых цилиндров с фланцами, на которых расположено в радиальном направлении по три подпружиненных упора. Торцевая часть верхнего цилиндра является обоймой подшипникового узла. Другая обойма объединена тремя упругими скобами с нижним цилиндром для поджатия люфтов в подшипнике и гильзах упоров. Осевое перемещение колец воспринимается скобами и чувствительными элементами с тензорезисторами. Измерение взаимного поворота колец осуществляется с помощью консольной балочки, закрепленной на нижнем цилиндре. Свободная часть балочки упирается подшипником в кривой клин, расположенный на верхнем цилиндре. Направляющая рабочей поверхности клина описывается уравнением спирали Архимеда. В четыре отверстия в верхнем цилиндре вставляются боковые тензометры для определения радиальных перемещений точек оболочки. Арретиры расположены на кожухе скоб и служат для фиксации базы ДТ при установке на образец. Соосность внутренней и наружной поверхностей ДТ и образца достигается за счет шести секторов, которые перед испытанием удаляются (рис. 3.18).

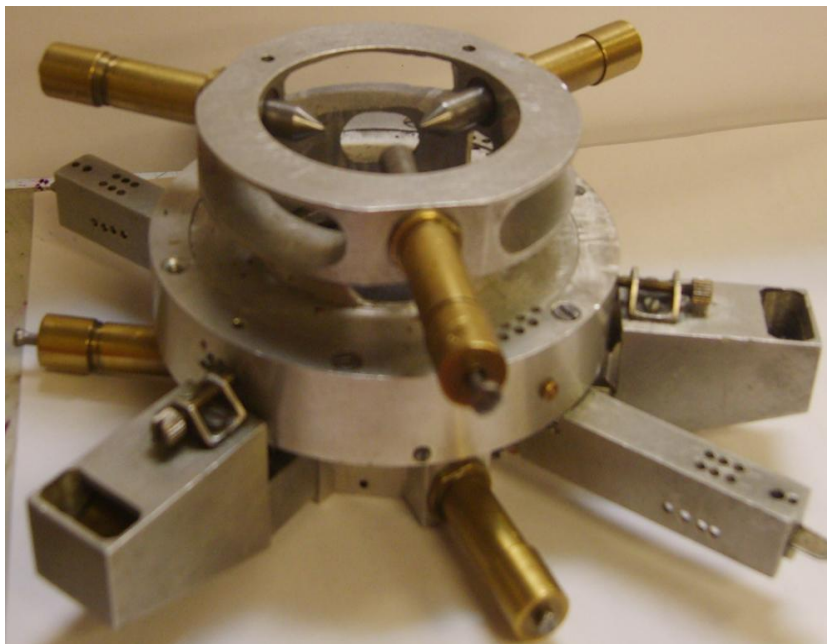


Рис. 3.17



Рис. 3.18

При помощи ДТ и боковых тензометров осевое удлинение образца на базе $50 \pm 0,1$ мм измеряется с погрешностью не более $\pm 8-10$ мкм, угла поворота $\pm 9-10$ рад, изменение радиуса оболочки 3–10 мм. Диапазон работы устройства: осевое перемещение ± 2 мм, угол поворота 0,25 рад, радиальное перемещение 0,6 мм. Погрешности измерения являются следствием линейной аппроксимации собственных характеристик тензометров. Сами по себе характеристики довольно жесткие, и при введении в программу ЭВМ градуировочных кривых точность можно

повысить. Точность по осевым перемещениям составляет $1/10$ мм и углу поворота $1/10$ рад.

Перед постановкой на образец тензомеры градуируются на специальном устройстве, спроектированном на базе теодолита Т-30. Устройство позволяет независимо моделировать процесс растяжения (сжатия) и закручивания образца с точностью по осевым перемещениям 10 мм и углу поворота 10 рад (рис. 3.19).



Рис. 3.19

3.6. Функционирование комплекса под управлением ЭВМ

Включение в систему управления экспериментом ЭВМ с устройством сопряжения с объектом существенно упрощает подготовку и проведение опыта. На первом этапе определяется геометрия трубки, градуируются и устанавливаются на образец тензомер и датчик поперечных деформаций (рис. 3.20). В ЭВМ автоматически вводятся исследуемая траектория и скорость нагружения или деформирования, которая в процессе эксперимента может изменяться. Затем контролируется правильность ввода исходных данных. Для этого на мониторе ЭВМ автоматически вычерчивается заданная траектория при подготовке программы управления с увеличенной скоростью нагружения. Образец

устанавливается в захватные приспособления машины, осуществляется старт программы испытания. По окончании опыта получают распечатку на ЭВМ в редакторе Excel в виде таблиц данных.

На рис. 3.21 представлен общий вид системы СН-ЭВМ, а также блок аппаратно-программной реализации управления экспериментом. В состав аппаратных средств, помимо функциональных и вспомогательных блоков, входят интегрирующий АЦП типа Ф4891, 16-канальный коммутатор К-16, расположенный рядом с блоком измерительных преобразователей, и дополнительный индикатор параметров работы системы.

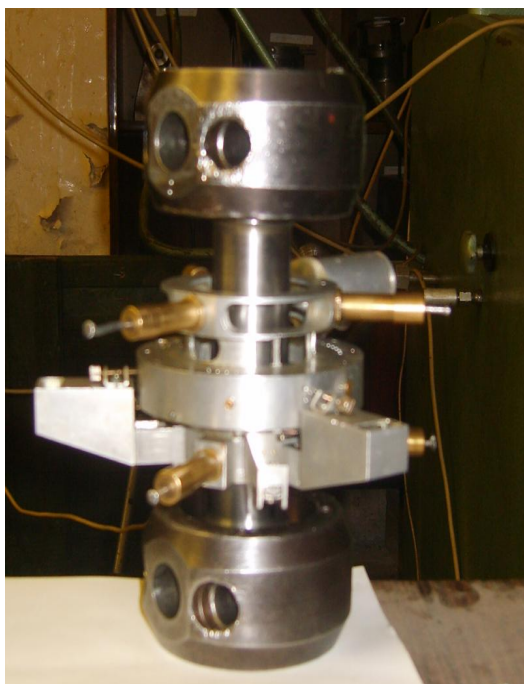


Рис. 3.20



Рис. 3.21

Программная часть системы обеспечивает выполнение функций формирования исходных данных для управления и условий реализации алгоритма, задание траектории нагружения, сбор и обработку измерительной информации о ходе эксперимента, реализацию функций регулятора системы автоматического управления, обработку внешнего изменения условий и параметров процесса нагружения, тактирование работы во времени (функцию таймера). Аппаратная часть реализации функции таймера по схеме генератор – счетчик позволяет осуществлять внешнее ручное прерывание процесса для временного останова и перехода с одного участка траектории на другой по незапрограммированному условию (вручную).

3.7. Химический анализ образцов

При химическом анализе материала стали одной из лабораторий ОАО г. Твери был выбран расчлененный способ определения химических составляющих.

При определении углерода был применен газообъемный метод на газоанализаторе ГОУ-1 (ГОСТ 22536.1-88). Метод основан на сжигании навески стали в потоке кислорода при температуре 1250–1350 °С с последующим поглощением образующегося диоксида углерода раствором гидроксида калия. При определении кремния был использован гравиметрический метод (ГОСТ 22536.4-88), который базируется на выделении кремния в виде полимеризованной кремниевой кислоты из кислого раствора, ее дегидратации и взвешивании полученного диоксида кремния. В качестве оборудования выступила электропечь сопротивления лабораторная SNOL 6.7/1300.

Для наличия состава хрома применен титриметрический метод (ГОСТ 22536.7-88), который основан на окислении хрома (III) надсернистым аммонием до хрома (VI) в сернокислой среде в присутствии азотнокислого серебра. Хромовую кислоту восстанавливают раствором соли железа (II), конечную точку титрования устанавливают потенциометрически. В качестве аппаратуры применяют два электрода (индикаторный (платиновый) и электрод сравнения (вольфрамовый)), рН-метр. Титриметрический метод также используют для определения марганца (ГОСТ 22536.5-87). Сущность метода состоит в окислении двухвалентного марганца в сернокислом растворе до семивалентного надсернистым аммонием в присутствии азотнокислого серебра. Полученную марганцевую кислоту оттитровывают раствором арсенит-нитрита натрия.

Результаты всех проделанных исследований представлены в таблице. Химический состав образцов соответствует марке стали СТ 45 (согласно ГОСТ 1050-88).

Наименование материала	Содержание элементов, %			
	C	Si	Mn	Cr
Образец № 1 (диаграмма деформирования с площадкой текучести)	0,47	0,31	0,65	0,12
Образец № 2 (диаграмма деформирования без площадки текучести)	0,46	0,32	0,56	0,11

3.8. Структурные изменения стали в процессе деформирования и деформационной анизотропии

Рассмотрим структурные изменения стали в процессе деформирования, классификация металлов, химический состав сталей, свойства холоднодеформированных металлов, измельчения структуры металлов в процессе их деформирования. Микроструктура металла оболочек исследовалась на цилиндрических образцах (конкретнее – на участках с максимальной деформацией) и на образцах, не подвергшихся деформации. Исходное состояние стали марки СТ 45 ($\varepsilon = 0 \%$) представлено на рис. 3.22.

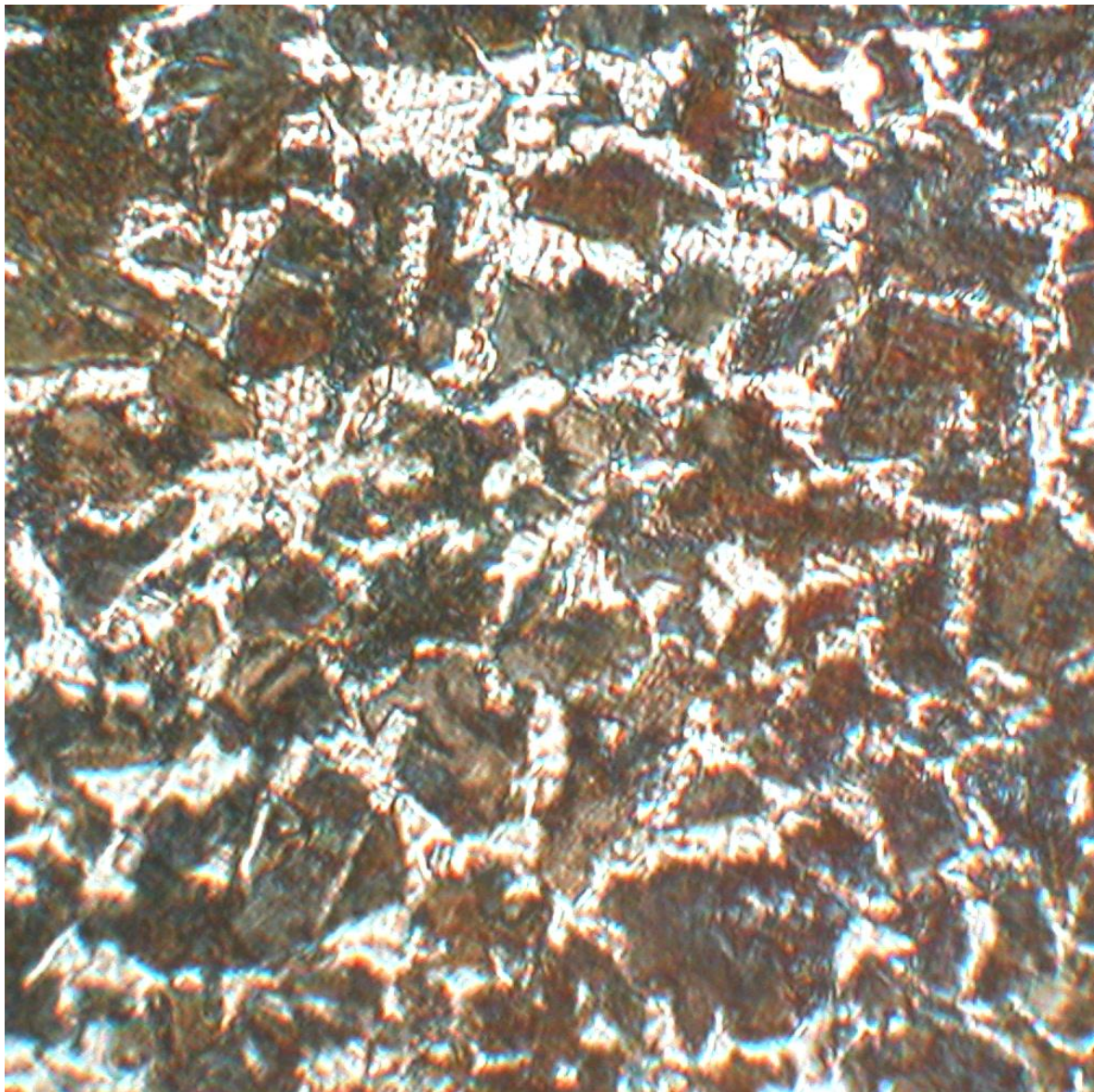


Рис. 3.22

Микроструктура металла на участках, не подвергшихся деформации, состоит из феррита и перлита (см. рис. 3.22). Полосчатость ферритно-перлитной структуры оценивается баллом 0/1 по ГОСТ 5640-2020. При деформировании поликристаллов деформация зерен начинается сразу по нескольким системам скольжения и сопровождается изгибами и поворотами плоскостей скольжения. Пока общая деформация мала (порядка 1%), зерна деформируются неоднородно из-за их разной ориентации по отношению к приложенным нагрузкам.

На участках, подвергшихся деформации (показаны на рис. 3.23 и 3.24), зерна металла, в зависимости от вида нагружения, вытянуты в большей или меньшей степени в направлении действия сил.

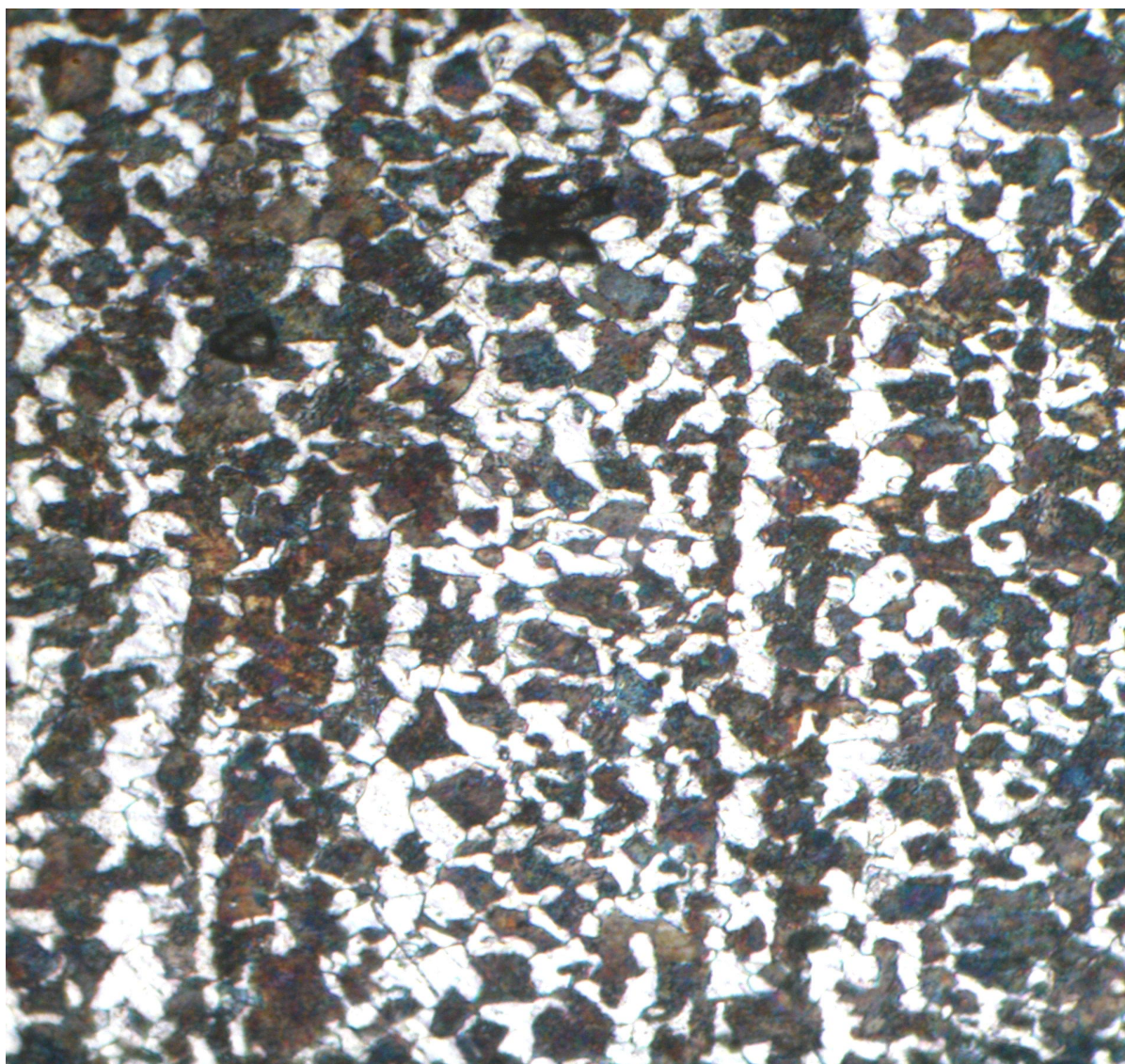


Рис. 3.23



Рис. 3.24

Зерна потеряли свою равноосную форму и приняли продолговатую форму (для сжатия продолговатую и изогнутую). Зерна, ориентированные до пластической деформации беспорядочно, при указанной деформации приобретают однородную ориентацию (полосчатость). Полосчатость ферритно-перлитной структуры, согласно ГОСТ 5640-2020, оценивалась баллом 2/3. По результатам исследования структуры материала СТ 45 в программе SPECTR MET [182] был проведен морфологический анализ материала на анизотропность, изучен процент площади структуры, а также ориентация зерен в представительном объеме. С ростом степени деформации (при $\epsilon = 5,5\%$) зерна постепенно вытягиваются в направлении пластического течения (см. рис. 3.23). Внутри самих зерен повышается пластичность дефектов, а при значительных деформациях ($\epsilon = 80\text{--}90\%$) образовывалась волокнистая структура, в которой границы зерен различаются с трудом. При значительной деформации в металле появляется кристаллографическая ориентация зерен, которая называется текстурой деформации.

Согласно результатам структурного анализа, пластическая деформация вызывает в структуре, по крайней мере, два основных изменения: дробление зерен и ориентацию их в определенном направлении. Интенсивная ориентация зерен в одном направлении приводит к возникновению деформационной анизотропии. Измельчение структуры материала способствует улучшению механических свойств металла [28].

4. АППРОКСИМАЦИЯ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ДЕФОРМИРОВАНИЯ В БАЗОВЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

4.1. Виды программ базовых испытаний

Под базовыми программными траекториями в экспериментальных исследованиях мы понимаем такие, которые направлены на выявление влияния каждого из параметров при сложном и простом нагружениях и разгружениях. К указанным траекториям относятся длина дуги траектории деформирования s , углы излома траекторий ϑ_1^0 , параметры кривизны и кручения κ_1, κ_2 , температура T . Это влияние реализуется при аналитическом решении задач через функционалы процессов $M_k = M_k \left\{ \varepsilon_0, \mathcal{E}, \varphi, \kappa_1, \kappa_2, \vartheta_n^0, T, \beta \right\}_{s(t)}$, $\frac{d\sigma}{ds} = f \left\{ \varepsilon_0, \mathcal{E}, \varphi, \kappa_1, \kappa_2, \vartheta_n^0, T, \beta \right\}_{s(t)}$, которые отражают особенности сложного нагружения. При простом нагружении, как правило, достаточно одного опыта на растяжение, если материал начально изотропен. При сложном базовых экспериментов может быть несколько (одного простейшего опыта совершенно недостаточно). Можно выделить следующие виды программ базовых испытаний:

1. Испытания по типу центрального веера. Предназначены для установления начальной изотропии или анизотропии материалов и возможности построения единой кривой упрочнения Роша и Эйхингера $\sigma = \Phi(s)$ с последующим построением аппроксимации этого универсального закона.

2. Испытания по типу смещенного веера для двузвенных ломаных траекторий. Позволяют выявить влияние углов излома при описании частичной разгрузки и частичной догрузки на «нырке» напряжений, установить их влияние на вторичные пределы текучести, а также исследовать свойства запаздывания векторных и скалярных свойств материалов.

3. Испытания типа веера плоских траекторий постоянной кривизны со смещением центров кривизны. Эти испытания помогают найти влияние кривизны траектории на стабилизацию процессов деформирования и свойства запаздывания векторных свойств материалов.

4. Испытания по винтовым траекториям постоянной кривизны κ_1 , кручения κ_2 , которые позволяют установить воздействие этих параметров на сложность процессов деформирования.

5. Испытания при повышенной и пониженной температурах, влияющие на закономерности процессов упругопластического деформирования.

6. Контрольные базовые испытания по криволинейным плоским и пространственным траекториям переменной кривизны и кручения типа архимедовых или логарифмических винтов.

7. Испытания материалов по ломаным траекториям и криволинейным траекториям при сложном разгрузении материалов.

4.2. Аппроксимация базовых диаграмм деформирования и прослеживания процессов для траекторий простого нагружения и средней кривизны

На упругом участке диаграммы деформирования при $0 \leq s \leq s^T$ имеет место линейный закон Гука:

$$\sigma = 2Gs, \quad (4.1)$$

где $s^T = \mathcal{E}^T$ – деформация, отвечающая пределу пропорциональности σ_{nc} или текучести σ^T ; $2G = E / (1 + \mu)$ – удвоенный модуль сдвига; E – продольный модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона.

Разумно закон Гука (см. формулу (4.1)) заменить нелинейной зависимостью Хартинга:

$$\sigma = \frac{2G}{\alpha}(1 - e^{-\alpha s}), \quad \frac{d\sigma}{ds} = 2Ge^{-\alpha s}. \quad (4.2)$$

Если по допуску на остаточную деформацию по экспериментальной диаграмме определен условный предел текучести σ^T на диаграмме без площадки текучести, то из (4.2) следует, что

$$\frac{2G}{\alpha} = \frac{\sigma^T}{1 - e^{-\alpha s^T}}, \quad (4.3)$$

$$\sigma = \sigma^T \frac{(1 - e^{-\alpha s})}{1 - e^{-\alpha s^T}}.$$

Если при упругой простой разгрузке от напряжения σ^T остаточная деформация равна \mathcal{E}_p^T (рис. 4.1), то $s^T = \mathcal{E}_p^T + \frac{\sigma^T}{2G}$, где $2G$ – исходный удвоенный модуль сдвига при $s = 0$.

Тогда становится известным s^T и осредненный секущий модуль:

$$2G^0 = \frac{\sigma^T}{s^T} = \frac{\sigma^T}{\mathcal{E}_p^T + \sigma^T / 2G} < 2G.$$

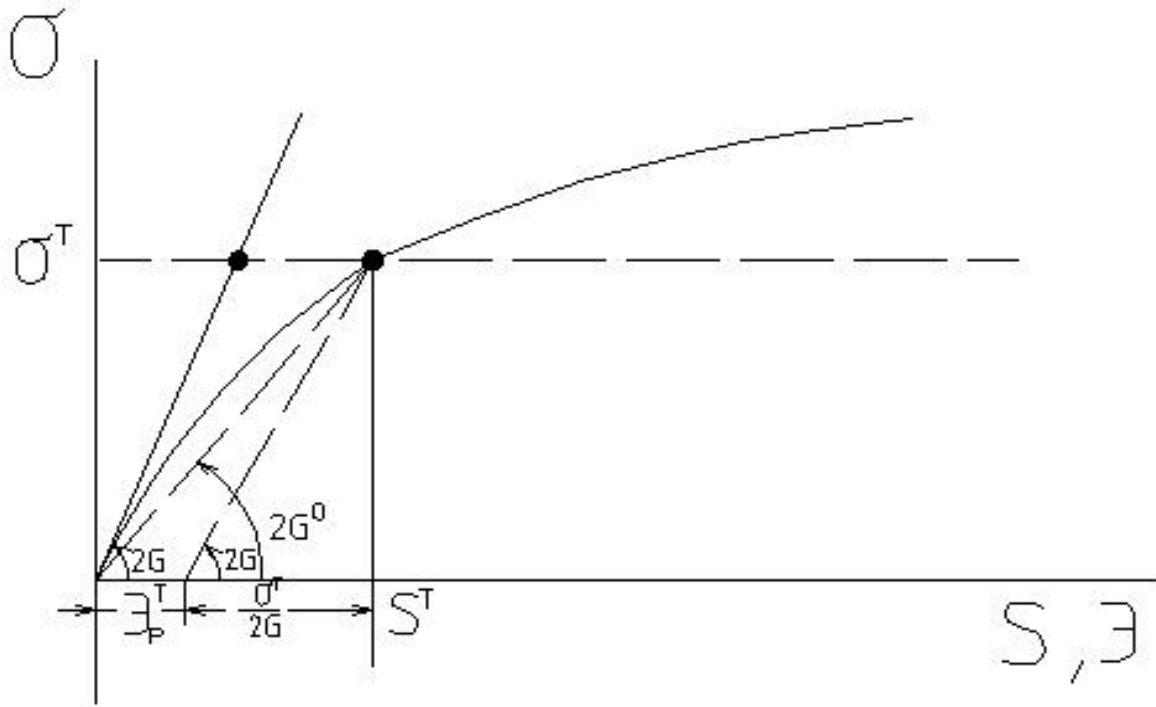


Рис. 4.1

Из (4.3) путем разложения в ряд $e^{-\alpha s^T}$ можно найти приближенное значение:

$$\alpha = \frac{2}{s^T} \left(1 - \frac{2G^0}{2G} \right).$$

Если диаграмма имеет площадку текучести (рис. 4.2), то на упругом участке можно использовать соотношение

$$\sigma = \sigma_{\text{физ}}^T \frac{(1 - e^{-\alpha \Delta s})}{1 - e^{-\alpha \Delta s_*^T}},$$

где $\Delta s = s - s_0$; $s_0 = \sigma_0 / 2G$, $\sigma_0 < \sigma_{\text{физ}}^T$, $s_0 < s^T$, $\sigma_{\text{физ}}^T$ – физический предел текучести (рис. 4.2).

Экспериментальные диаграммы прослеживания процессов для траекторий малой и средней кривизны (рис. 4.3) на участке упрочнения аппроксимируется выражением

$$\sigma = \Phi(s) = \sigma_0^T + 2G_*^0 \Delta s + \sigma_*^0 (1 - e^{-\beta \Delta s}),$$

где $\Delta s = s - s_0^T$, $s_0^T = s^T$; $\sigma_0^T, 2G_*^0, \sigma_*^0, \beta$ – параметры, которые определяются для каждого нового аналитического участка траектории в целом неаналитической траектории.

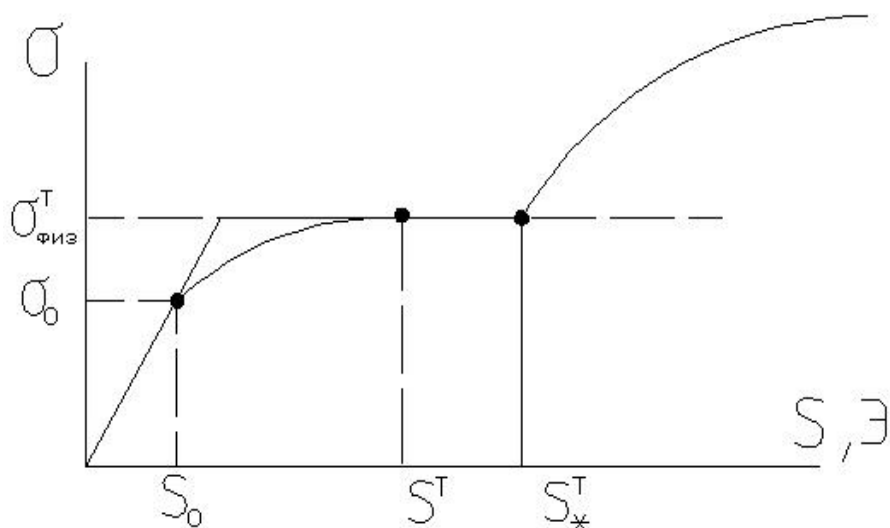


Рис. 4.2

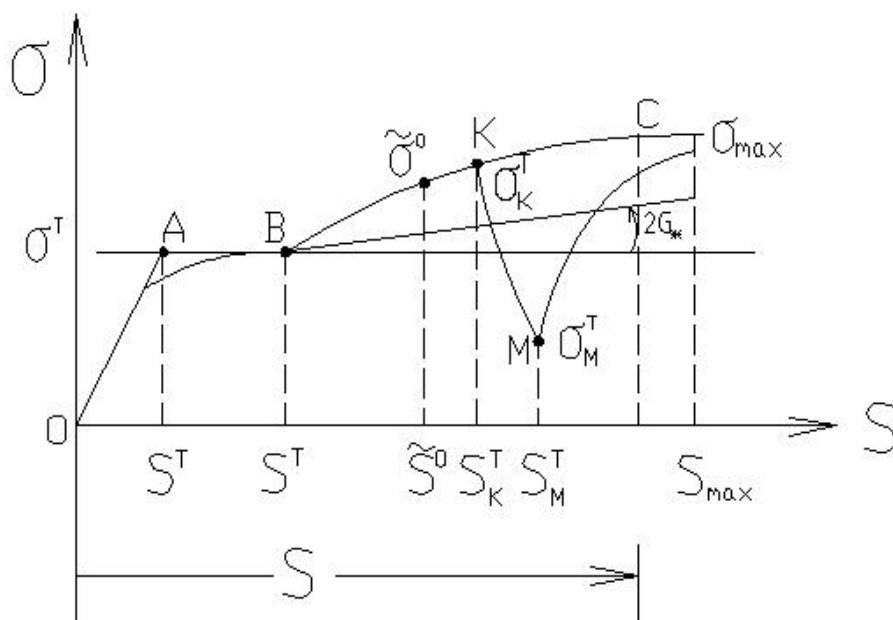


Рис. 4.3

На участке частичной упругой разгрузки после некоторой точки К, определяемой длиной дуги s_K^T , параметры принимают вид:

$$\sigma_0^T = \sigma_K^T, G_*^0 = -G, \sigma_*^0 = 2G / \alpha, \beta = 0, \Delta s = s - s_K^T,$$

$$\sigma = \sigma_K^T - 2G(s - s_K^T) - \frac{2G}{\alpha}(1 - e^{-\alpha \Delta s}).$$

Частичная разгрузка заканчивается на нисходящей ветви «нырка» напряжений в некоторой точке М, напряжение в которой σ_M^T называется вторичным пределом текучести. После точки М, на восходящей ветви «нырка» напряжений снова имеет место активный процесс пластического

деформирования, названный участком вторичного пластического деформирования. На этом участке параметры

$$\sigma_0^T = \sigma_M^T, G_*^0 = G_*, \sigma_*^0 = \sigma_*^*, \beta^0 = \beta,$$

$$\sigma = \sigma_M^T + 2G_* \Delta s + \sigma_*^* (1 - e^{-\beta^0 \Delta s}).$$

4.3. Методика определения параметров аппроксимаций

Для определения параметров аппроксимаций $\beta, G_*, \sigma_*, \sigma_*^*$ используется диаграмма $\sigma = \Phi(s)$ (см. рис. 4.3), определяемая выражением

$$\sigma = \Phi(s) = \sigma_0^T + 2G_* \Delta s + \sigma_*^* (1 - e^{-\beta^0 \Delta s}) \quad (\Delta s = s - s_*^T).$$

Для определения параметра β используем зависимость

$$\beta = \frac{\ln 10^m}{s_{\max} - s_*^T};$$

при $m = 4 \ln 10^4 = 9,21$ – наиболее рациональный выбор.

Для двух точек диаграммы $(\tilde{s}_0, \tilde{\sigma}_0)$ и (s_{\max}, s_{\max}^T) составляется система двух алгебраических уравнений:

$$\sigma_{\max} = \sigma^T + 2G_* (s_{\max} - s_*^T) + \sigma_*^* (1 - e^{-\beta^0 (s_{\max} - s_*^T)}),$$

$$\tilde{\sigma}_0 = \sigma^T + 2G_* (\tilde{s}_0 - s_*^T) + \sigma_*^* (1 - e^{-\beta^0 (\tilde{s}_0 - s_*^T)}),$$

из которых получаем значения $2G_*, \sigma_*^*$:

$$2G_* = \frac{(\sigma_{\max} - \sigma^T)(1 - \varepsilon_2) - (\tilde{\sigma}_0 - \sigma^T)(1 - \varepsilon_1)}{(s_{\max} - s_*^T)(1 - \varepsilon_2) - (\tilde{s}_0 - s_*^T)(1 - \varepsilon_1)},$$

$$\sigma_*^* = \frac{(\sigma_{\max} - \sigma^T)(\tilde{s}_0 - s_*^T) - (\tilde{\sigma}_0 - \sigma^T)(s_{\max} - s_*^T)}{(\tilde{s}_0 - s_*^T)(1 - \varepsilon_2) - (s_{\max} - s_*^T)(1 - \varepsilon_1)},$$

где $\varepsilon_1 = e^{-\beta^0 (s_{\max} - s_*^T)}$, $\varepsilon_2 = e^{-\beta^0 (\tilde{s}_0 - s_*^T)}$.

Для участка вторичного пластического деформирования сохраняются параметры β, G_* . Для определения σ_M^T для данного угла

излома в точке К используется экспериментально найденная зависимость на «нырке» $\sigma_M^T - \vartheta_1^0$.

Из уравнения в точке С

$$\sigma_{\max} = \sigma_M^T + 2G_* (s_{\max} - s_M^T) + \sigma_*^* 1 - e^{-\beta^0 (s_{\max} - s_M^T)}$$

находим параметр:

$$\sigma_*^* = \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_M^T) - 2G_* (s_{\max} - s_M^T)}{1 - e^{-\beta^0 (s_{\max} - s_M^T)}}.$$

4.4. Типы траекторий деформирования

Различают следующие типы траекторий деформирования:

1. Прямые либо ломаные траектории K_0K (рис. 4.4). Для них координаты конца вектора деформаций задаются формулами:

$$\mathcal{E}_K = \mathcal{E}_K^* + \Delta s \alpha_{1K} \quad (k = 1, 2, 3), \quad (4.4)$$

где \mathcal{E}_K^* – значение \mathcal{E}_K в точке К, т.е. в начале участка;

$\alpha_{11} = \sin \omega \sin \varphi$, $\alpha_{12} = \cos \omega$, $\alpha_{13} = \sin \omega \cos \varphi$ – постоянные значения, так как полярные углы ω , φ фиксированы.

Из (4.4) следует, что

$$\alpha_{1K} = \frac{\mathcal{E}_K - \mathcal{E}_K^0}{\Delta s}, \quad \Delta s = \Delta s^K = \sqrt{(\mathcal{E}_1^K - \mathcal{E}_1^0)^2 + (\mathcal{E}_2^K - \mathcal{E}_2^0)^2 + (\mathcal{E}_3^K - \mathcal{E}_3^0)^2},$$

где \mathcal{E}_K^K – значения \mathcal{E}_K в конечной точке участка.

За обобщенное время принимается $t = s$, поэтому скорость процесса деформирования $\dot{s} = \frac{ds}{dt} = 1$.

2. Криволинейные траектории (рис. 4.5). Они задаются уравнениями:

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1^P + \rho \sin \varphi, \quad \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_2^P + b \Delta \varphi, \quad \mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_3^P + \rho \cos \varphi,$$

где $\mathcal{E}_2^P, \mathcal{E}_3^P$ – декартовы координаты полюса траектории; φ – полярный угол, принимаемый за параметр прослеживания процесса (обобщенное время $t = \varphi$).

Шаг винтовой траектории вдоль оси \mathcal{E}_2 принимается $H = 2\pi b$, откуда находится параметр винта $b = \frac{H}{2\pi}$.

Полярное уравнение следа винта на плоскости $\mathcal{E}_1\mathcal{E}_3$ описывается соотношением

$$\rho = R e^{\gamma \varphi} + a \varphi,$$

где R – постоянный радиус; γ, a – задаваемые параметры для каждой базовой траектории деформирования.

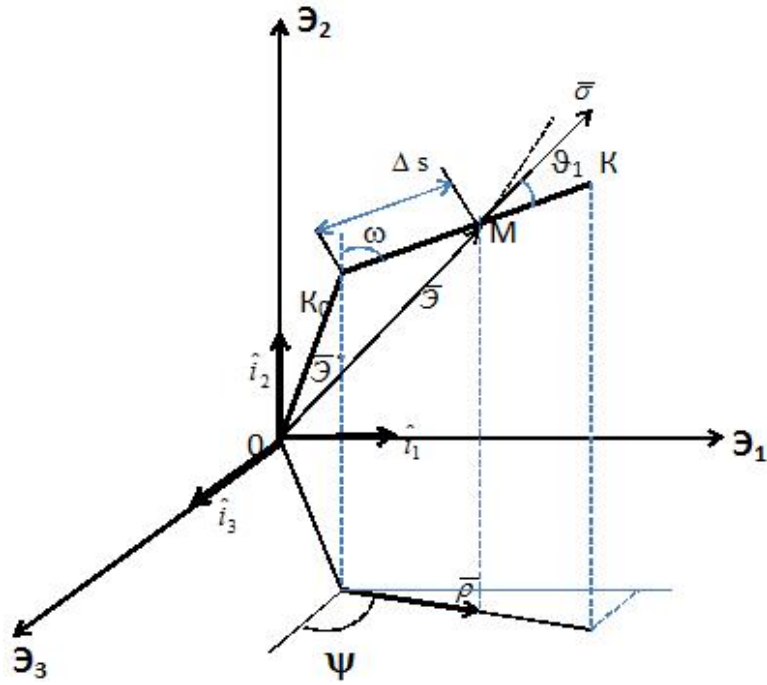


Рис. 4.4

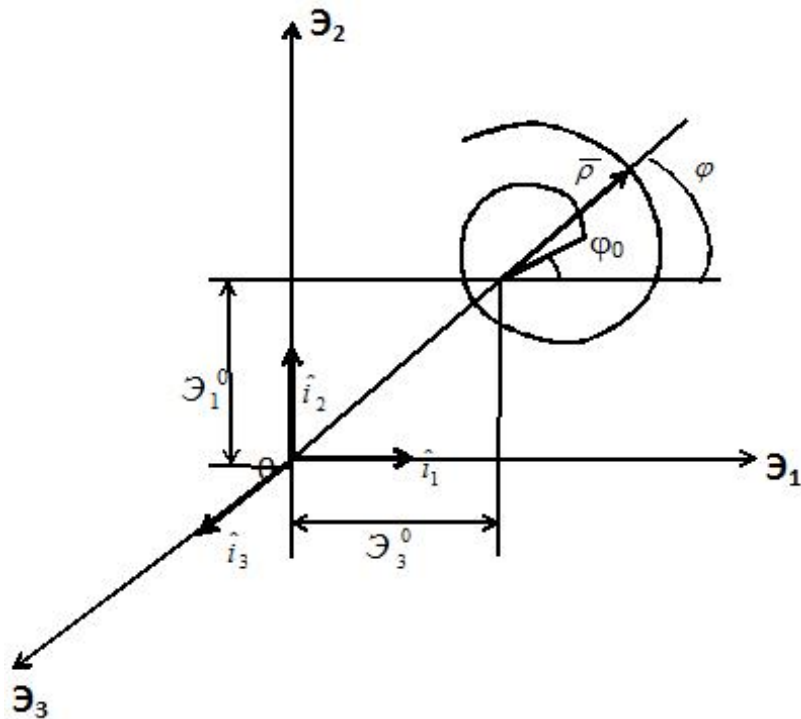


Рис. 4.5

Рассмотрим частные случаи. При $\gamma = 0$, $a = 0$, $R \neq 0$, $b \neq 0$ получаем винт постоянной кривизны и кручения $\rho = R = \text{const}$, $s = \varphi / k$, где

$$k = \sqrt{\kappa_1^2 + \kappa_2^2} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + b^2}}.$$

При $\gamma \neq 0$, $R \neq 0$, $b \neq 0$ получаем архимедов винт переменной кривизны и кручения, для которого $\rho = R + a\varphi$, $s = \varphi / k$, $a = H / 2\pi$, $\dot{s} = \sqrt{a^2 + \rho^2}$. При $a = 0$, $R \neq 0$, $b \neq 0$ получаем логарифмический винт переменной кривизны и кручения.

Если во всех случаях положить $b = 0$, то получаем плоские траектории в виде окружности, архимедовой спирали и логарифмической спирали соответственно.

Развертывание траектории из начальной плоскости $\mathcal{E}_1\mathcal{E}_3$ учитывается уравнением

$$\Delta\mathcal{E}_2 = b\Delta\varphi.$$

Скорости компонент деформации имеют вид:

$$\dot{\mathcal{E}}_1 = \dot{\rho} \sin \varphi + \rho \cos \varphi, \quad \dot{\mathcal{E}}_2 = b, \quad \dot{\mathcal{E}}_3 = \dot{\rho} \cos \varphi - \rho \sin \varphi.$$

Производные от радиуса ρ по параметру $t = \varphi$ составляют:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= a + \gamma(\rho - a\varphi), \\ \ddot{\rho} &= \gamma^2(\rho - a\varphi), \quad \ddot{\rho} = \gamma^3(\rho - a\varphi), \end{aligned} \quad (4.5)$$

а скорость процесса деформирования по траектории

$$\dot{s} = \sqrt{\dot{\rho}^2 + \rho^2 + b^2}.$$

Параметры траектории a , γ , R , b задаются для каждого конкретного базового испытания.

4.5. Определение углов сближения, соприкасания и депланации в естественном репере Френе

Для определения углов ϑ_1 , Ψ , ϑ_2 , характеризующих векторные свойства материала, использовались формулы, полученные в [97].

Для многозвенных ломаных траекторий

$$\begin{aligned} \cos \vartheta_1 &= \frac{1}{\sigma \Delta s} S_1 (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_1^0) + S_2 (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_2^0) + S_3 (\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_3^0) = \\ &= \frac{1}{\sigma} [\alpha_{1\kappa} S_1 + \alpha_{2\kappa} S_2 + \alpha_{3\kappa} S_3], \end{aligned}$$

где $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3$ – текущие значения в точке траектории.

Значения Ψ и ϑ_2 неопределенны и не вычисляются.

Для криволинейных траекторий

$$\cos \vartheta_1 = \frac{1}{\sigma \dot{s}} \{S_k \dot{\vartheta}_k\} =$$

$$\frac{1}{\sigma \dot{s}} (S_1 (\dot{\rho} \sin \varphi + \rho \cos \varphi) + S_2 b + S_3 (\dot{\rho} \cos \varphi - \rho \sin \varphi)).$$

Для окружности при $\rho = R$ получим

$$\cos \vartheta_1 = \frac{1}{\sigma \vartheta} (S_1 (\sin \varphi + \rho \cos \varphi) + S_3 (\cos \varphi - \rho \sin \varphi)).$$

Угол соприкасания рассчитывается по формуле

$$\sin \Psi = \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 =$$

$$= \frac{1}{\kappa_1 (\dot{s})^3} (b (\ddot{\rho} - \rho) (S_1 \cos \varphi - S_3 \sin \varphi) - 2\dot{\rho} (S_1 \sin \varphi - S_3 \cos \varphi) +$$

$$+ S_2 (2\dot{\rho}^2 + \rho^2 - \rho \ddot{\rho})).$$

Угол депланации ϑ_2 для пространственных траекторий находят по формуле

$$\sin \vartheta_2 = \frac{\sin \Psi}{\sin \vartheta_1}$$

Формулы для расчета параметров кривизны и кручения имеют вид [48]:

$$\kappa_1^2 = \frac{1}{(\dot{s})^6} \left\{ (\dot{s})^2 (\ddot{\rho} - \rho)^2 + 4\dot{\rho}^2 - \dot{\rho}^2 (\ddot{\rho} + \rho)^2 \right\},$$

$$\kappa_2 = -\frac{b}{\kappa_1^2 (\dot{s})^6} \left\{ 2\ddot{\rho}\dot{\rho} - 3\ddot{\rho}^2 + 4\ddot{\rho}\rho - 6\dot{\rho}^2 - \rho^2 \right\},$$

где производные от радиуса ρ по параметру $t = \varphi$ определяются по (4.5)

5. БАЗОВЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ТЕОРИИ ПРОЦЕССОВ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Экспериментальные исследования проводились в пространстве как напряжений, так и деформаций при постоянной скорости деформирования по базовым программным траекториям. Скорость деформации принималась в зоне упругопластических деформаций равной $1 \cdot 10^{-6}$ 1/с, а в пределах упругости – $5 \cdot 10^{-6}$ 1/с. При проведении экспериментальных исследований в пространстве напряжений диапазон изменения скоростей нагружения составлял 0,02–0,1 МПа/с.

Для определения деформаций и напряжений использовались зависимости:

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= P/F = P/(2\pi R h), \quad \sigma_{22} = qR/h, \quad \sigma_{12} = M/(2\pi R^2 h), \\ \sigma_{33} &= 0, \quad \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0, \quad \sigma_0 = (\sigma_{11} + \sigma_{22})/3, \\ \varepsilon_{11} &= \Delta\ell/\ell, \quad \varepsilon_{22} = \Delta R/R, \quad 2\varepsilon_{12} = \gamma = \varphi R/\ell,\end{aligned}$$

где $F = (2\pi R h)$ – площадь сечения трубчатого тонкостенного образца, h – толщина стенки трубчатого образца; R – радиус срединной поверхности трубчатого образца; ℓ – длина рабочей части образца; φ – угол закручивания; P – осевая сила; M – крутящий момент; q – интенсивность внутреннего давления.

Экспериментальные исследования на оболочках из стали марки СТ 45 как с площадкой, так и без площадки текучести по плоским многозвенным криволинейным траекториям и винтовым траекториям постоянной кривизны и кручения были выполнены в пространстве деформаций. Целью испытаний было изучение скалярных и векторных свойств материалов, а также сложной разгрузки материалов по базовым программным траекториям.

5.1. Диаграммы деформирования материалов по типу центрального веера с простыми разгрузками и догрузками

Для проверки начальной изотропии материалов, из которых изготовлены трубчатые образцы, были проведены испытания на простое нагружение, то есть построены диаграммы растяжения, кручения, сжатия и внутреннего давления для материала сталь СТ 45 с площадкой и без площадки текучести (рис. 5.1, 5.2).

При проведении испытаний деформации измерялись с помощью экстензометра, работающего совместно с экспериментальным комплексом СН-ЭВМ. При достаточных пластических деформациях разброс величин

модуля вектора напряжений составлял не более 6 %, что позволяет считать материал начально изотропным.

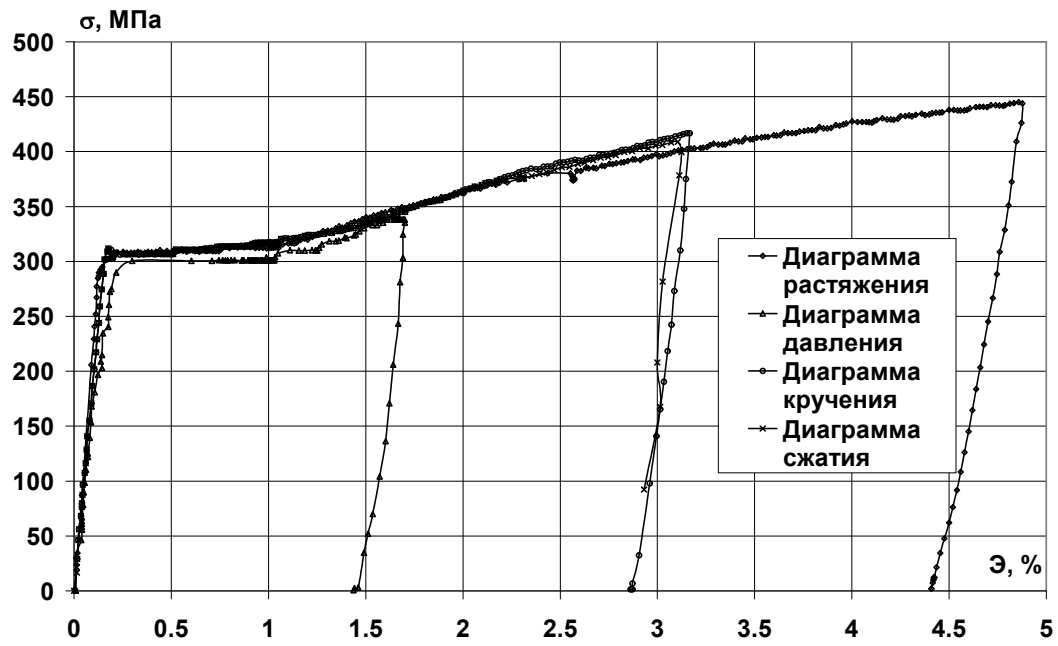


Рис. 5.1

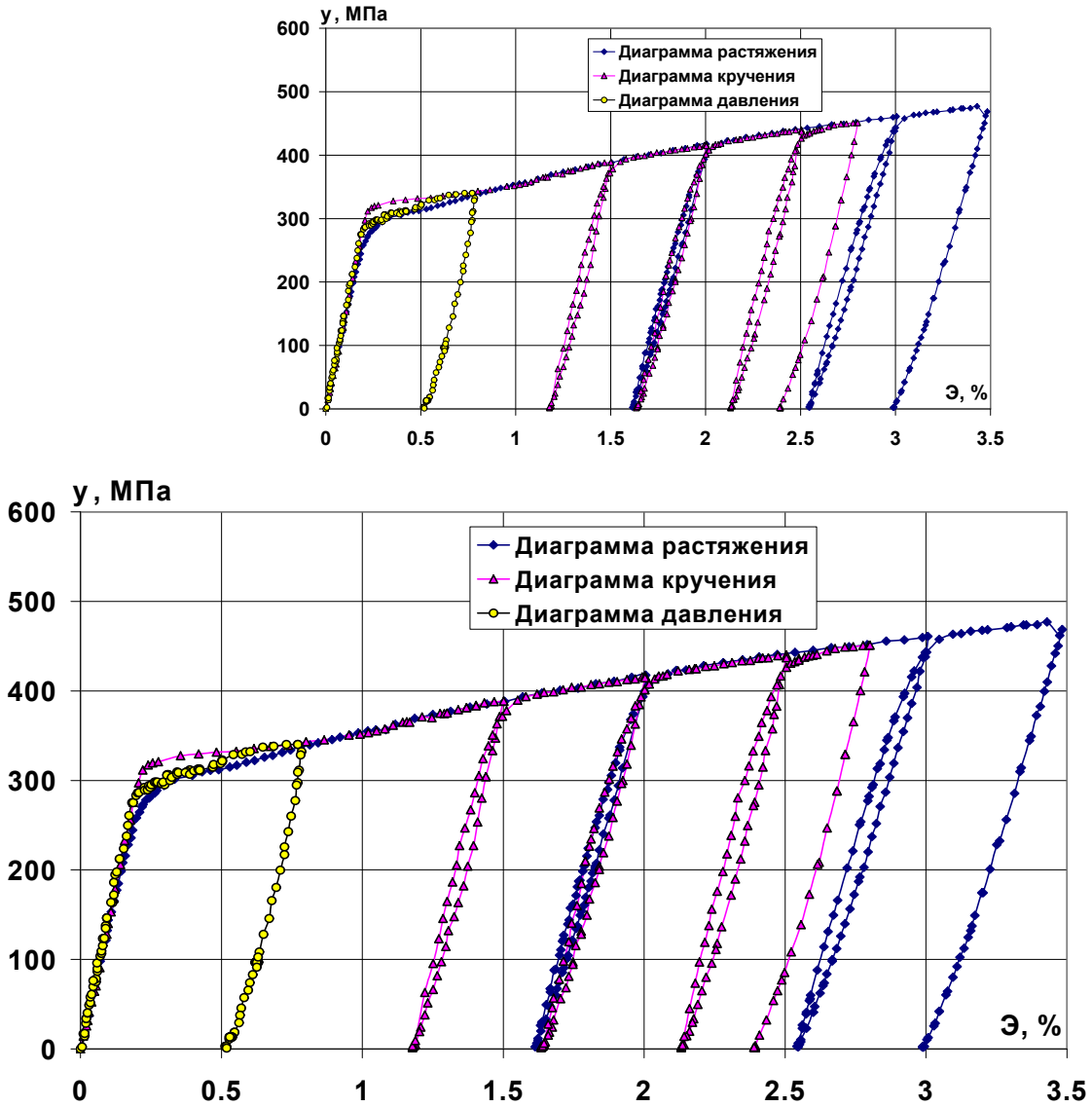


Рис. 5.2

При обработке экспериментальных данных для расчетов компонент векторов напряжений и деформаций использовались соотношения:

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0, \quad \sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}),$$

$$S_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}S_{11} = \sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_{11} - \frac{1}{2}\sigma_{22}), \quad S_2 = \frac{S_{22} - S_{33}}{\sqrt{2}} = \frac{\sigma_{22}}{\sqrt{2}}, \quad S_3 = \sqrt{2}S_{12} = \sqrt{2}\sigma_{12}, \quad (5.1)$$

$$\sigma = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2},$$

$$\mathcal{E}_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_0, \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{3}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}),$$

$$\mathcal{E}_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}(\varepsilon_{11} - \varepsilon_0), \quad \mathcal{E}_2 = \sqrt{2}(\varepsilon_{22} + \frac{1}{2}\varepsilon_{11} - \frac{3}{2}\varepsilon_0), \quad \mathcal{E}_3 = \sqrt{2}\varepsilon_{12}, \quad (5.2)$$

$$\mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_2^2 + \mathcal{E}_3^2}.$$

Опыты на простое нагружение обоих материалов показали, что при значениях модуля вектора деформаций, больших 0,005, коэффициент Пуассона $\mu = 0,5$, что позволило при обработке экспериментальных данных принимать условие несжимаемости ($\varepsilon_0 = 0$) и считать материалы условно несжимаемыми. Тогда уравнения (5.1), (5.2) примут вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= \sqrt{3/2}\varepsilon_{11}, \quad \mathcal{E}_2 = \sqrt{2}(\varepsilon_{22} + 1/2\varepsilon_{11}), \quad \mathcal{E}_3 = \sqrt{2}\varepsilon_{12}, \\ S_1 &= \sqrt{2/3}(\sigma_{11} - 1/2\sigma_{22}), \quad S_2 = \sigma_{22} / \sqrt{2}, \quad S_3 = \sqrt{2}\sigma_{12}, \end{aligned}$$

С целью исследования и измерения модулей продольной упругости E , модуля сдвига G , коэффициента Пуассона μ были произведены разгрузки на диаграммах растяжения и кручения (см. рис. 5.2), а также последующее догружение. Было выяснено, что при повторном нагружении вследствие появления избыточной пластической деформации происходит «загиб» диаграммы еще до достижения напряжения σ_k^T в начале разгрузки. В этом случае для определения нового предела текучести можно использовать уточненный метод экстраполяции Лоде. Модуль упругости E составил значение, близкое к $2 \cdot 10^5$ МПа, не только на начальном этапе нагружения (упругом участке), но и на всех этапах повторного нагружения; модуль сдвига $G = 0,77 \cdot 10^5$. Коэффициент Пуассона на упругом участке при растяжении $\mu = 0,3$.

5.2. Знакопеременное нагружение-разгружение и эффект Баушингера

При знакопеременном растяжении-сжатии материала имеет место эффект Баушингера. При изменении знака предел текучести σ_m^T становится меньше по модулю начального предела текучести σ^T и нового предела текучести σ_k^T в момент начала разгрузки и последующего нагружения того же знака. Эффект Баушингера удобно оценивать отношением $\lambda = \sigma_m^T / \sigma_k^T$, где σ_m^T – вторичный предел текучести. Исходный предел текучести σ^T принято определять по допуску на остаточную деформацию $\varepsilon^p = 0,2\%$, что соответствует $\mathcal{E}^p = 0,245\%$ при определении $\sigma^T = \sqrt{3/2}\sigma_T$. Основными причинами возникновения эффекта Баушингера считаются изменение структуры материала и возникновение его деформационной анизотропии. В рамках теории течения обычно полагают, что в векторном девиаторном пространстве начальная и предельная поверхности нагружения имеют форму сферы радиуса $y^0 = C_p(s^p)$, где s^p – длина дуги траектории

пластических деформаций. При нагружении сфера изотропно расширяется и поступательно перемещается в векторном девиаторном пространстве. При идеальном эффекте Баушингера радиус сферы не изменяется ($\sigma^0 = \sigma^T$), при неидеальном –

$$\sigma^0 = \frac{\sigma_K^T + |\sigma_M^T|}{2} = \frac{1+\lambda}{2} \sigma_K^T.$$

На рис. 5.3 представлены результаты опыта на образцах из стали 45 на знакопеременное нагружение-разгружение с тремя точками излома K_i ($i = 1, 2, 3$).

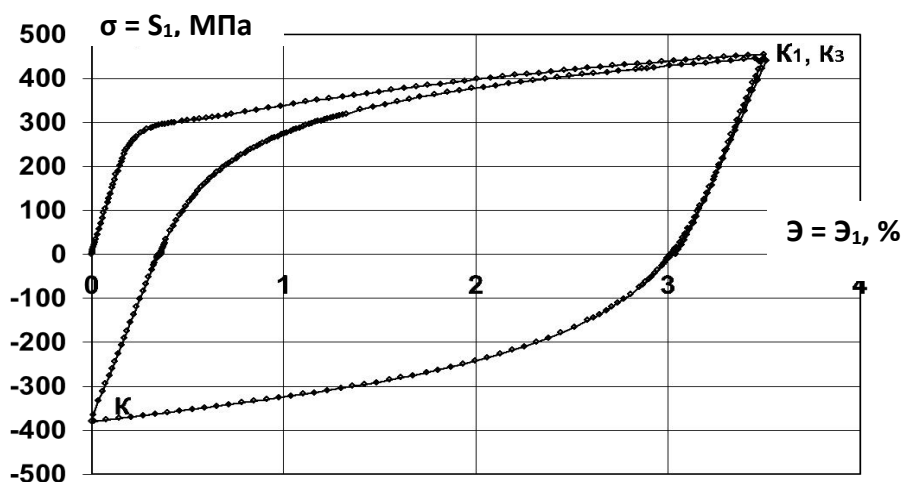


Рис. 5.3

Исходный предел текучести $\sigma^T = \sigma_{0,25}^T = 300$ МПа. В точке излома K_1 было получено: $\sigma_{K_1}^T = 455$ МПа, $s_{K_1}^T = 3,5\%$, $s_{K_1}^P = 3\%$, $\sigma_{M_1}^T = 145$ МПа, $\lambda_1 = 0,32$, $\sigma_0 = 300$ МПа. Во второй точке излома K_2 : $\sigma_{K_2}^T = 379$ МПа, $s_{K_2}^T = 7\%$, $s_{K_2}^P = 5,65\%$, $\sigma_{M_2}^T = 225$ МПа, $\lambda_2 = 0,594$, $\sigma^0 = 302$ МПа. В третьей точке излома $\sigma_{K_3}^T = 450$ МПа, $s_{K_3}^T = 10,5\%$, $s_{K_3}^P = 10\%$, $\lambda_3 = 0,34$, $\sigma^0 = 302$ МПа.

Снижение пределов текучести достигает значения $\lambda_3 = 0,34$, но радиус сферической предельной поверхности незначительно монотонно возрастает.

5.3. Испытания типа смещенного веера двухзвенных траекторий

Для экспериментальных исследований была выбрана сталь марки СТ 45 (с площадкой текучести и без площадки текучести) в состоянии поставки (рис. 5.4) при нормальной температуре.

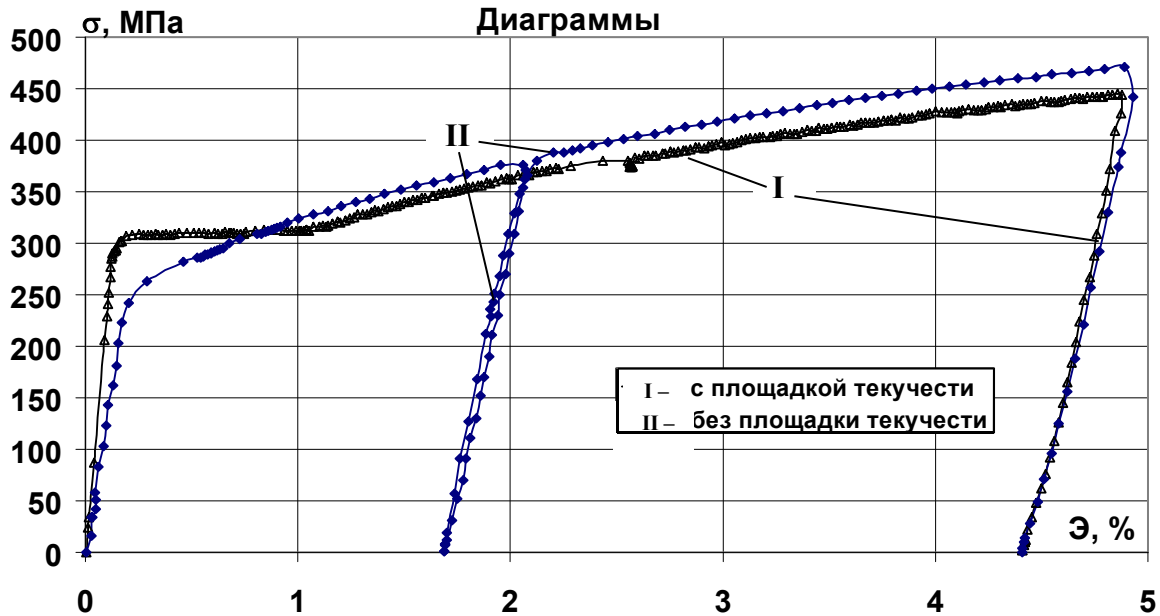


Рис. 5.4

Диаграмма растяжения с площадкой текучести может быть аппроксимирована выражениями [97]:

$$\begin{aligned} & 2G\varepsilon, \text{ при } \varepsilon < \varepsilon^T \\ \sigma &= \sigma^T, \text{ при } \varepsilon^T \leq \varepsilon \leq \varepsilon_*^T \\ & \sigma^T + 2G_*(\varepsilon - \varepsilon_*^T) + \sigma_a (1 - e^{-\beta(\varepsilon - \varepsilon_*^T)}) \quad (\text{при } \varepsilon > \varepsilon_*^T), \end{aligned} \quad (5.3)$$

где $\varepsilon^T = \sigma^T / 2G$; ε_*^T – значение ε в конце площадки текучести.

Если площадка текучести отсутствует, то в (5.3) $\varepsilon^T = \varepsilon_*^T$ и второй участок (площадка текучести) отсутствует.

На рис. 5.5 представлены экспериментальная диаграмма СТ 45 с площадкой текучести и соответствующая ей аппроксимационная диаграмма, построенная согласно (5.3) при значении параметров $\sigma^T = 305$ МПа, $2G_* = 1\,500$ МПа, $\sigma_a = 38$ МПа, $\beta = 50$. Погрешность аппроксимации не превышает 3 %.

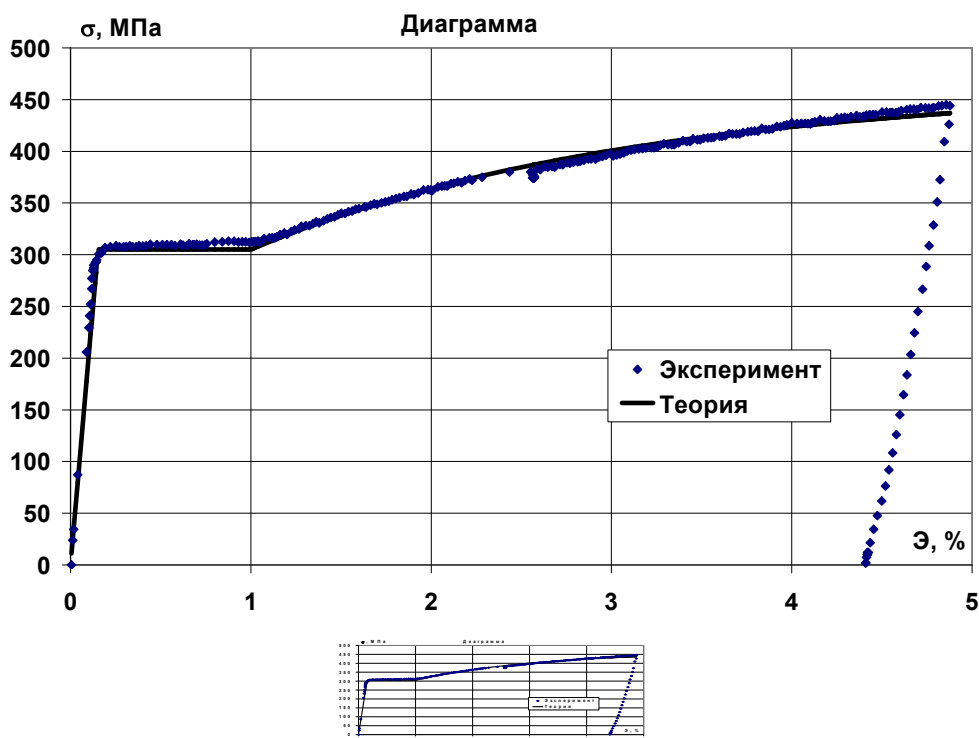


Рис. 5.5

Программа испытаний реализовывалась в векторном пространстве деформаций в плоскости $\mathcal{E}_1\mathcal{E}_3$, соответствующий ей отклик – в плоскости S_1-S_3 векторного пространства девиатора напряжений. На рис. 5.6 представлены программы траекторий смещенного веера с точками излома при $\mathcal{E}_1^0 = 1\%$ (рис. 5.6а) и $\mathcal{E}_1^0 = 2\%$ (рис. 5.6б) для материала с площадкой текучести, а на рис. 5.7 – при $\mathcal{E}_1^0 = 1,5\%$ для материала без площадки текучести. Для каждого испытания с изломом траектории был использован свой образец.

Для первой программы излом траектории по лучам происходил под углами $0, 45, 90, 135, 150, 180^\circ$, для второй – при углах излома $0, 60, 90, 135, 150, 180^\circ$. После излома траектории при углах излома $45, 60^\circ$ образец подвергался одновременному действию кручения с растяжением, при 90° – кручению; при $135, 150^\circ$ – упругой разгрузке после растяжения с кручением; при 180° – чистому знакопеременному нагружению с упругой разгрузкой. Угол 0° соответствовал диаграмме растяжения материала.

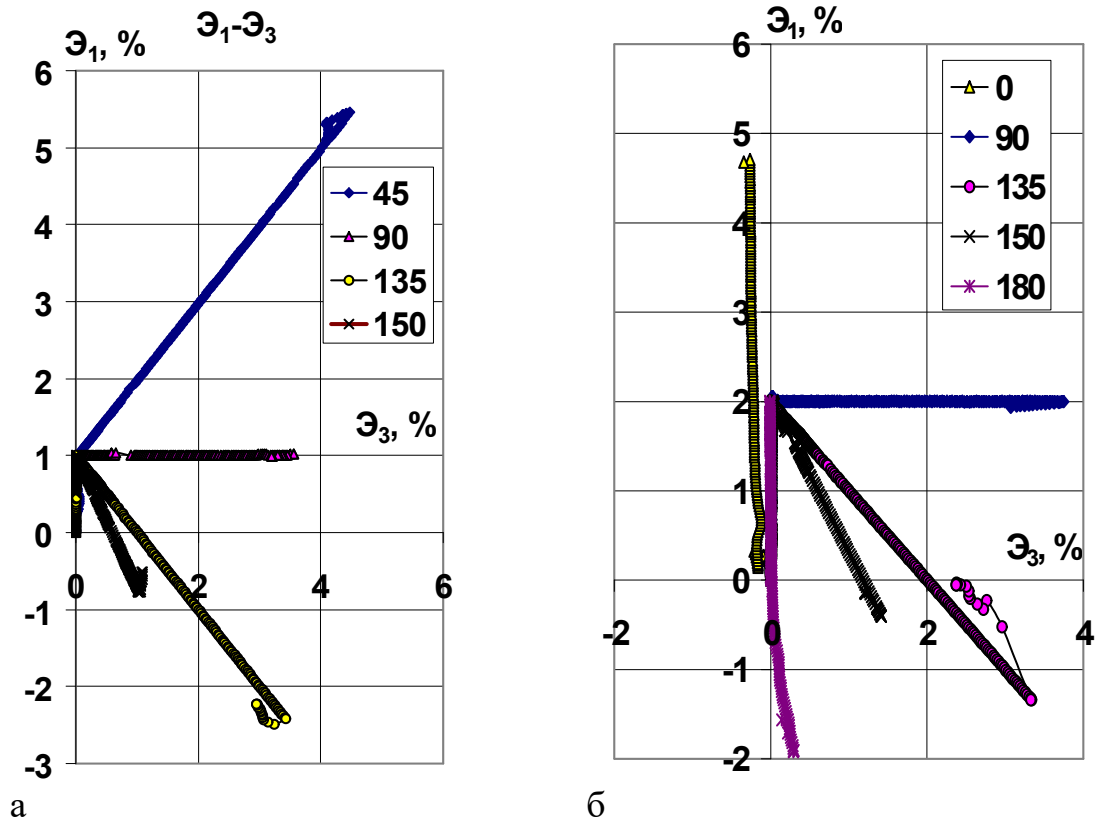


Рис. 5.6: а – программа траекторий смещенного вєра с точками излома при $\Theta_1^0 = 1\%$; б – $\Theta_1^0 = 2\%$

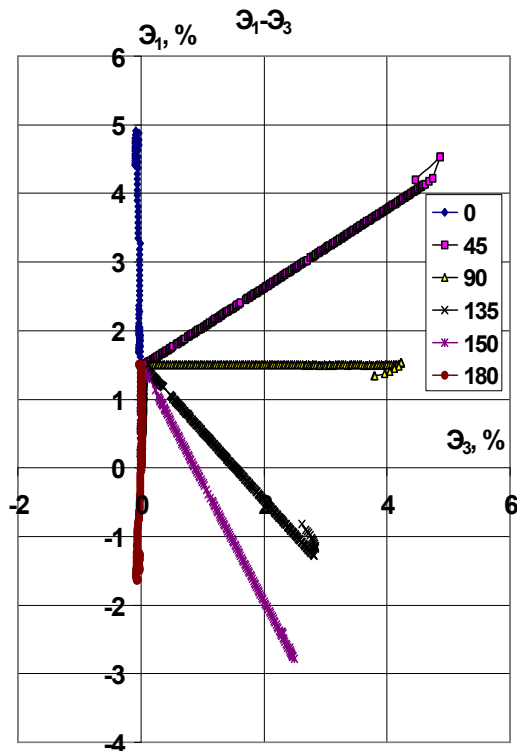


Рис. 5.7

После излома траектории при напряжении σ_k^T имели место «нырки» напряжений на диаграммах $\sigma-s$ и $\sigma-\varepsilon$ (рис. 5.8, 5.9). Ниспадающая часть «нырка» соответствует частичной упругой сложной разгрузке до минимального значения напряжения σ_{BT}^T , при котором происходит «протыкание» предельной поверхности и возникают вторичные пластические деформации. Напряжение σ_{BT}^T может быть названо вторичным пределом текучести.

На рис. 5.10, 5.11 представлены локальные диаграммы деформирования $S_1 - \varepsilon_1$ и $S_3 - \varepsilon_3$. При реализации веера двухзвенных траекторий возникают «нырки» напряжений, реализуется сложная разгрузка материала. На ниспадающей ветви «нырка» имеет место частичная упругая разгрузка материала, а на восходящей – активный вторичный процесс упругопластического деформирования. На ниспадающей части «нырка» происходят упругая разгрузка на диаграмме $S_1 - \varepsilon_1$ и упругое нагружение на диаграмме $S_3 - \varepsilon_3$ при кручении образца (рис. 5.10, 5.11). На восходящей ветви «нырка» продолжается упругая разгрузка по растяжению-сжатию, но присутствует активное пластическое деформирование от кручения, что и является причиной прекращения частичной упругой разгрузки материала (рис. 5.8, 5.9). «Нырок» напряжений отражает общее свойство запаздывания скалярных свойств материала. Эффект Баушингера – частное проявление общего свойства запаздывания.

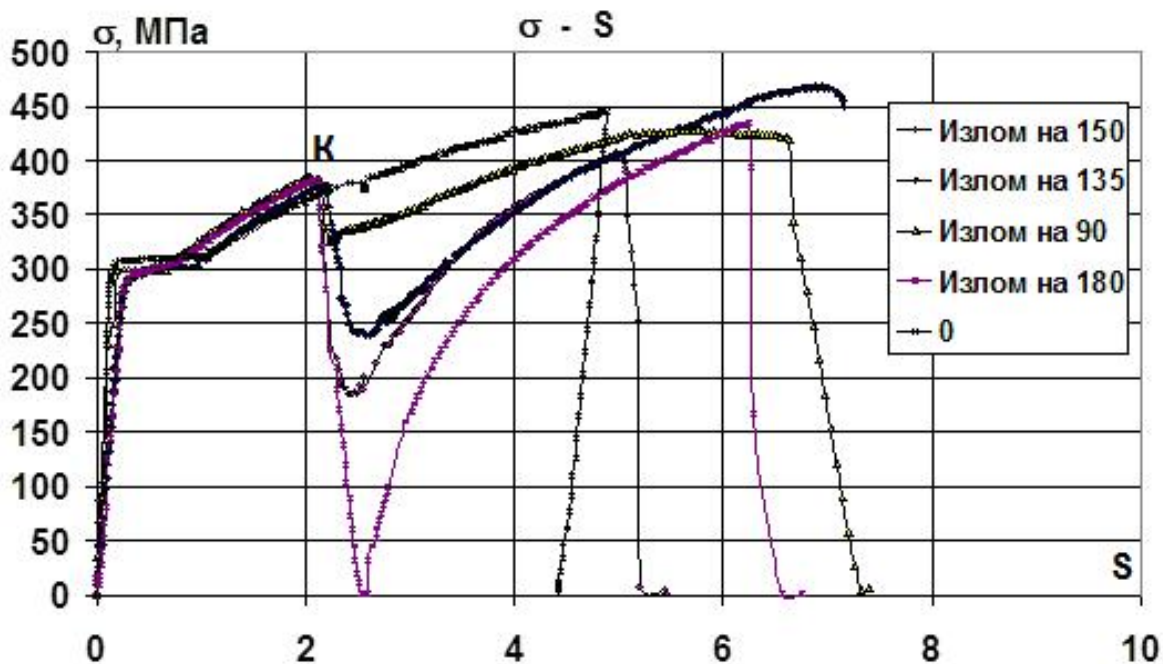


Рис. 5.8

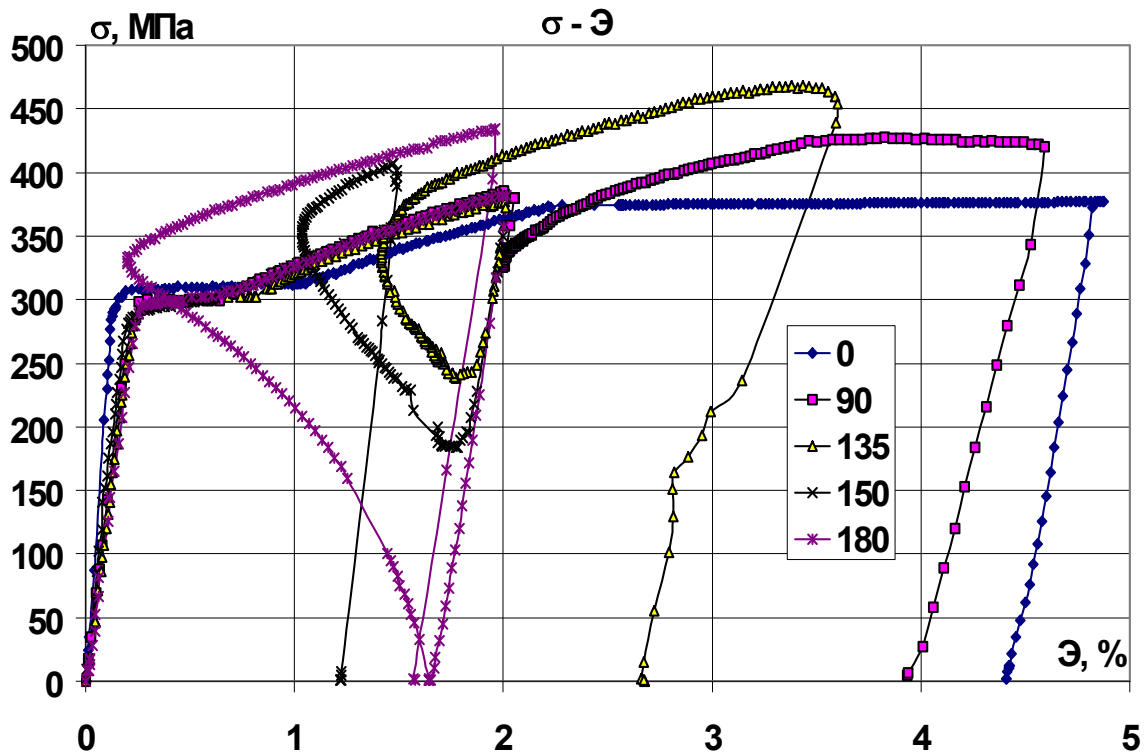


Рис. 5.9

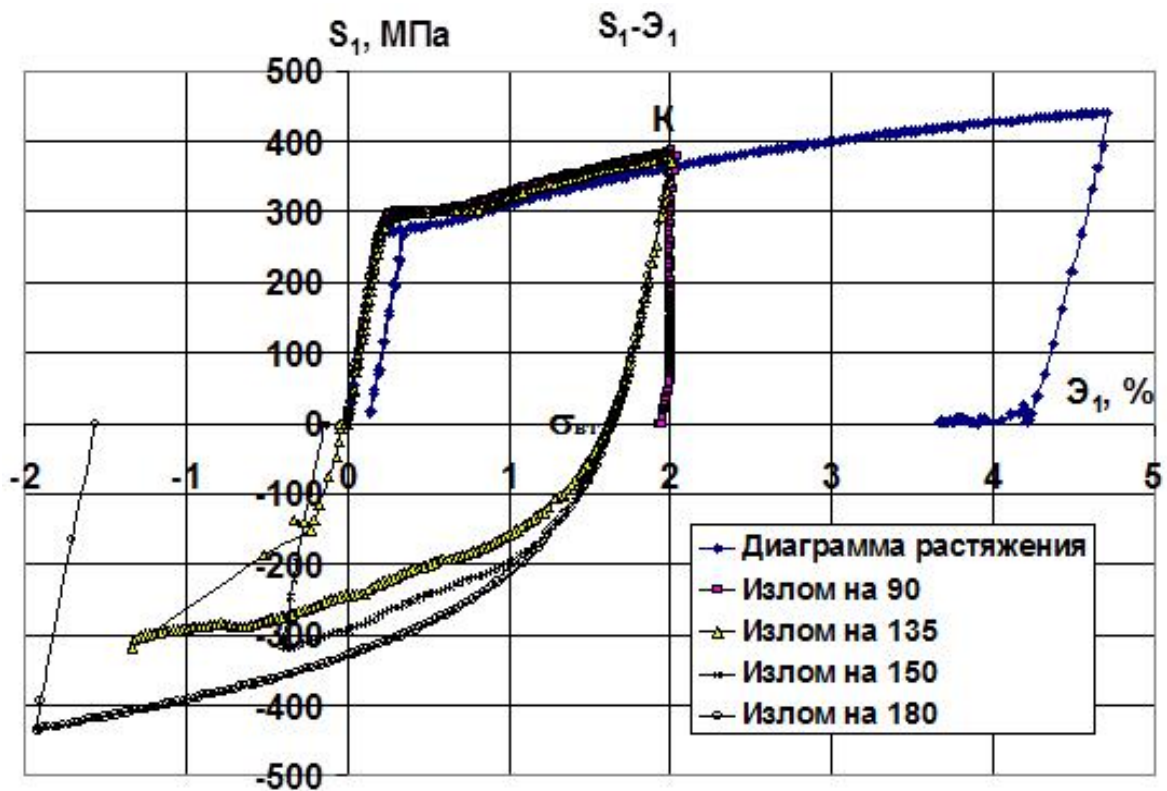


Рис. 5.10

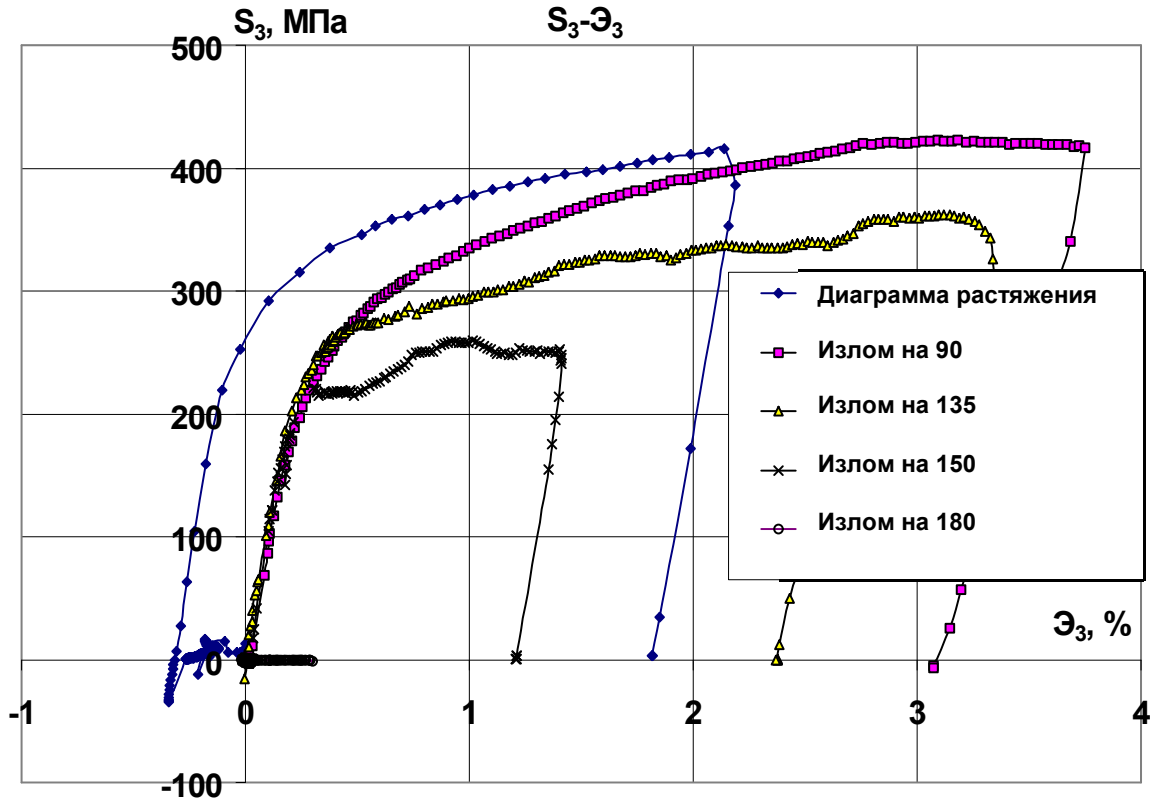


Рис. 5.11

Из рис. 5.8, 5.9 следует, что частичная разгрузка практически линейна, поэтому закон сложной частичной упругой разгрузки, согласно предложению Зубчанинова [97], может быть принят линейным:

$$\Delta\sigma = 2G(s - s_0) = 2G(\mathcal{E} - \mathcal{E}_0),$$

где s_0 , \mathcal{E}_0 – значения s и \mathcal{E} в точке К излома траектории.

При полной разгрузке

$$\Delta\sigma = \sigma_k^T = 2G(s_k - s_0) = 2\gamma_0\sigma^T$$

откуда $\gamma_0 = \sigma_k^T / \sigma^T$.

Обозначим отношение

$$\gamma = \frac{\sigma_k^T - \sigma_{BT}^T}{\sigma^T}.$$

На рис. 5.12 представлены расчетная

$$\gamma = \gamma_0 \left(1 - \operatorname{ctg} \frac{\vartheta_1^0}{2}\right)^m$$

и экспериментальная зависимости параметра γ от угла излома траектории ϑ_1^0 для стали марки СТ 45 с площадкой текучести на участке частичной разгрузки материала. Для $\vartheta_1^0 = 180^\circ$ имеем $\gamma = 1,273$, что меньше значения 2, предсказываемого при следовании принципу Мазинга при идеальном выполнении эффекта Баушингера.

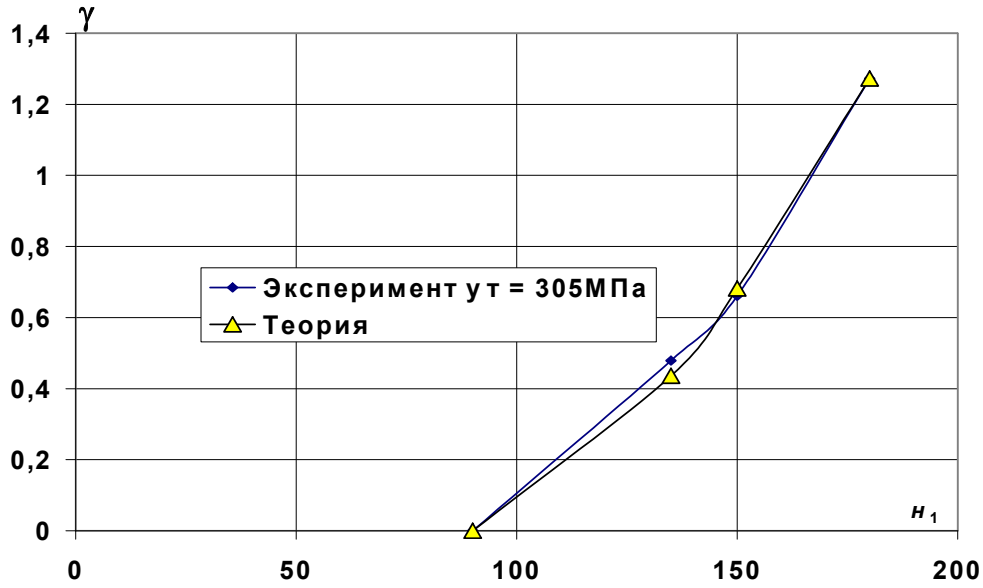


Рис. 5.12

На участке вторичного пластического деформирования после завершения частичной разгрузки, согласно гипотезе Зубчанинова [97], имеет место локально простой процесс при $\vartheta_1 \approx 0$. Зависимость $\sigma = \Phi(s)$ описывается выражением

$$\sigma = \Phi(s) = \sigma_{BT}^T + 2G_*(s - s_0^\gamma) + \sigma_a \left(1 - e^{-\beta(s-s_0^\gamma)}\right), \quad (5.4)$$

где длина дуги s_0^γ соответствует началу участка при $\sigma = \sigma_{BT}^T$.

На рис. 5.13 представлена экспериментальная диаграмма деформирования и ее теоретическая аппроксимация согласно (5.4) для угла излома $\vartheta_1^0 = 135^\circ$. Используемые аппроксимации поведения материала на траекториях типа веера достаточно точно описывают экспериментальные данные.

Расчетные характеристики диаграмм по траекториям типа веера двузвенных ломаных приведены в таблице.

ϑ_1^0	σ^T	$2G_*$		σ_a		β		$\gamma_{\text{эксп}}$	$\gamma_{\text{теор}}$	σ_{BT}^T
		3 уч.	5 уч.	3 уч.	5 уч.	3 уч.	5 уч.			
0	305	2		145		0,5		—	—	—
90	305	2	2	130	120	0,7	0,7	0	0	320,1
135	305	2	30	130	300	0,7	0,7	0,479	0,746	238,3
150	305	2	40	120	350	0,7	0,7	0,661	0,931	183,5
180	305	2	45	110	180	0,7	2	1,273	1,273	0

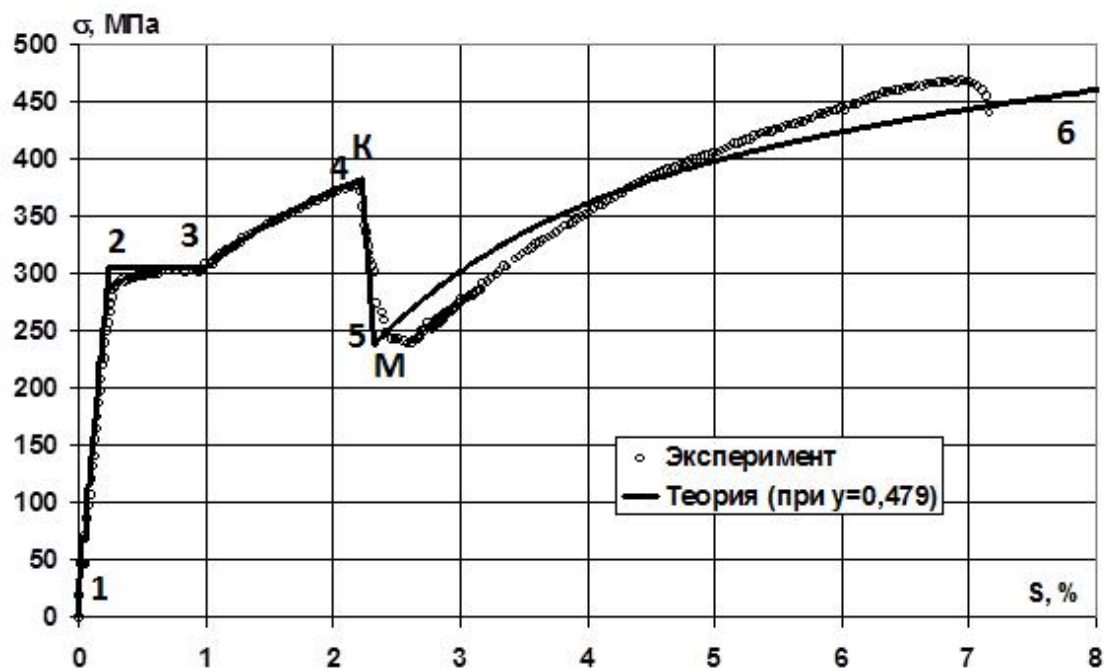


Рис. 5.13

На рис. 5.14 отображен принцип запаздывания векторных свойств в зависимости $\vartheta_1 - s$.

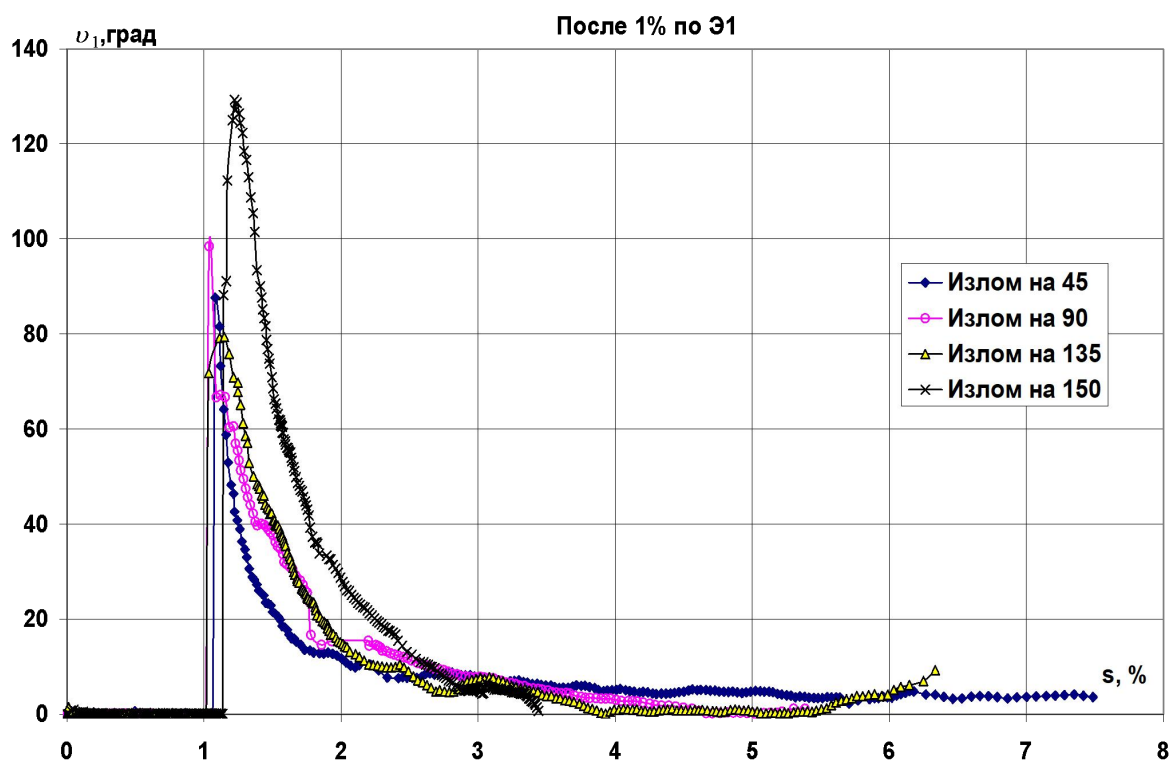


Рис. 5.14

След запаздывания векторных свойств считается исчерпанным, если угол сближения ϑ_1 достигает значения порядка $\vartheta_1^* = 6^\circ$, то есть точности согласно теории простых процессов. Испытания по типу веера позволили установить экспериментальную зависимость вторичных пределов текучести σ_M^T от углов излома траектории при фиксированной точке излома. Они также показали, что линейная частичная разгрузка материала практически не зависит от угла излома траектории. На рис. 5.15 приведена такая зависимость для точки излома при $s_0 = 1, 1,5, 2\%$. Как видно из этого рисунка, влияние векторных свойств материала начинается при углах излома $\vartheta_1^0 > \bar{\vartheta}_1 = (60^\circ - 90^\circ)$. Этим объясняется, что некоторые теории пластичности дают удовлетворительные результаты при углах сближения и излома, не превышающих $\vartheta_1 < \bar{\vartheta}_1$. Такая оценка весьма важна и позволяет устанавливать пределы их применимости, которые, как правило, остаются часто неопределенными. Поскольку длина дуги s_0 в точке излома может быть различна, то необходимо опыты (по типу веера) повторить для различных s_0 и установить зависимость $\sigma_M^T = \sigma_M^T(\vartheta_1^0, s_0)$, по которой можно определить предельную границу ϑ_1^* , после которой влиянием s_0 пренебрегать нельзя. Для стали 45 при \mathcal{E} до 2% влияние s_0 оказалось незначительным (рис. 5.15). Число испытаний можно сократить, если использовать наиболее неблагоприятный случай излома траектории (на 180°).

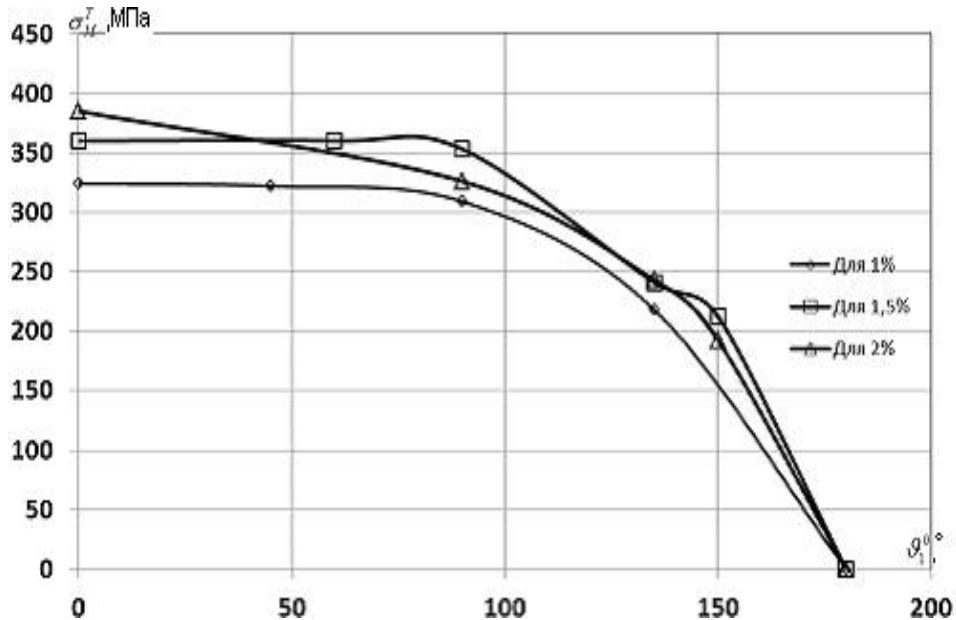


Рис. 5.15

Для исследования предельной поверхности материала в векторном подпространстве деформаций $\mathcal{E}_1\text{--}\mathcal{E}_3$ использовались программы деформирования, изображенные на рис. 5.6. Соответствующие им отклики в векторном пространстве девиатора напряжений $S_1\text{--}S_3$ приведены на рис. 5.16.

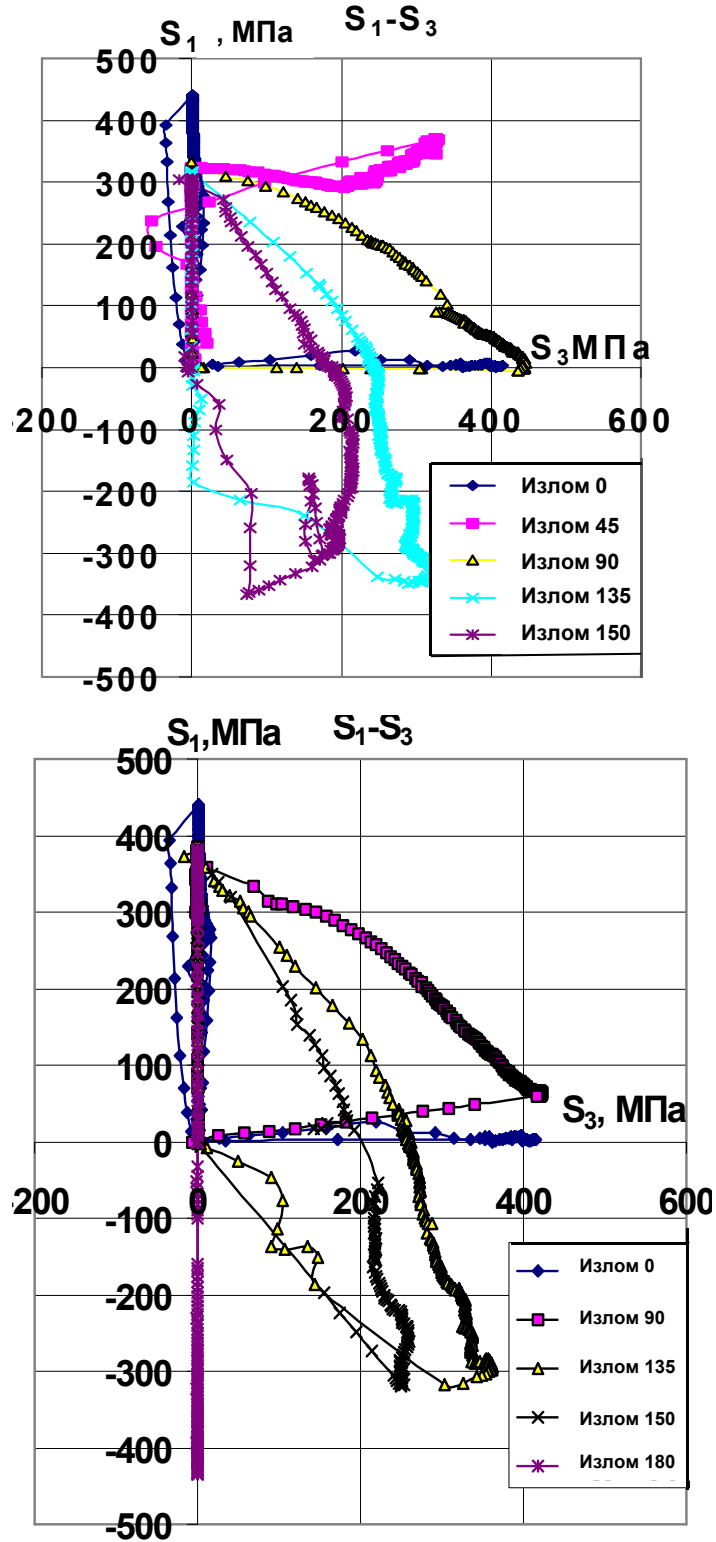


Рис. 5.16

На рис. 5.17 представлена диаграмма зависимости $\sigma - s$ для программы деформирования, изображенной на рис. 5.6а. Из рис. 5.17 видно, что после излома траектории происходили «нырки» на диаграмме $\sigma - s$. При этом с увеличением угла излома траектории увеличивалась как глубина, так и протяженность «нырка». При достижении минимального значения σ на ниспадающей части «нырка», то есть при $\sigma = \sigma_{BT}^T$ происходило «протыкание» предельной поверхности. Частичная разгрузка на этом участке практически линейна. На восходящей ветви «нырка» имело место состояние неполной упругости.

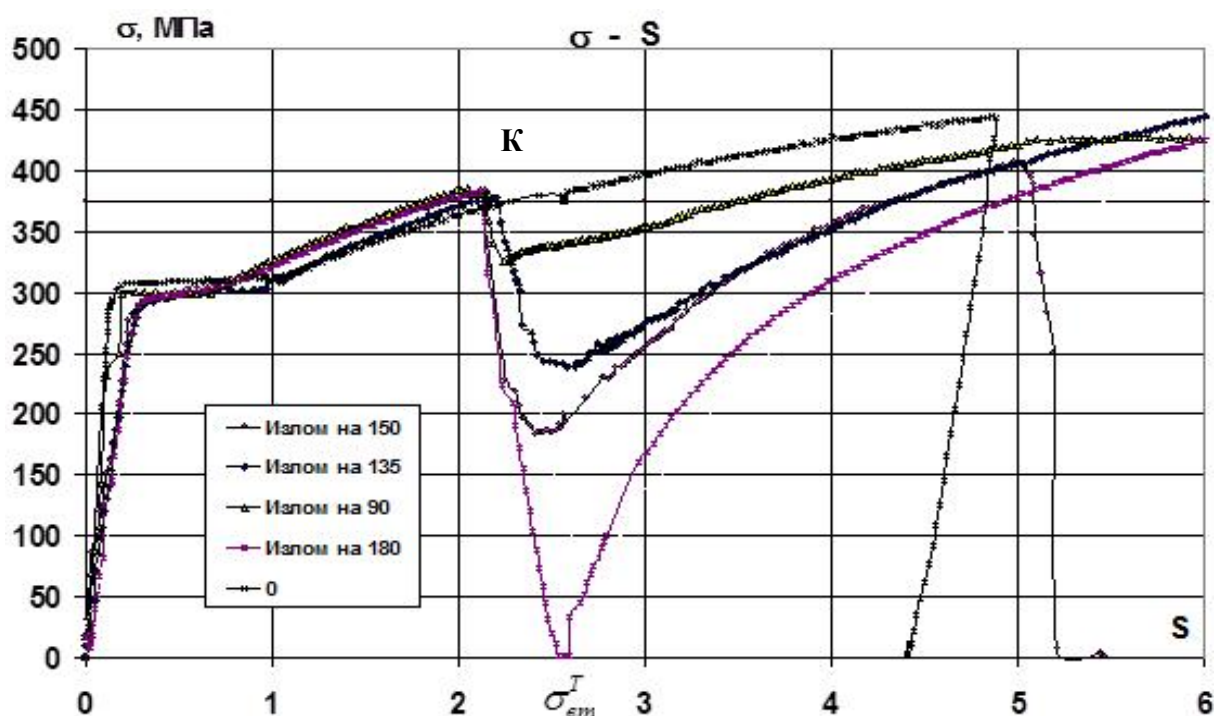


Рис. 5.17

На рис. 5.18 и 5.19 соответственно приведены локальные диаграммы $S_1 - \mathcal{E}_1$, $S_3 - \mathcal{E}_3$ для траектории с углом излома на 150° . При этом с усилением деформирования образца на первом этапе, т.е. с возрастанием \mathcal{E}_1 , увеличивалось и смещение предельной поверхности, показанной на рис. 5.20. Процесс нагружения на всем протяжении «нырка» был пассивным, процесс деформирования – пассивным лишь на ниспадающей ветви «нырка».

На рис. 5.20 изображены три положения предельной поверхности деформирования: начальная (цифра 1) соответствует предельной поверхности при $\sigma = \sigma^T = 305$ МПа ($\mathcal{E}^T = 0,2$ %); вторая (цифра 2) – для $\mathcal{E}_1 = 1$ %; третья (цифра 3) – для $\mathcal{E}_1 = 2$ %. Данные для построения предельных поверхностей стали 45 приведены ниже:

Первый этап ($\mathcal{E}_1 = 1 \%$)					
ϑ_1^0	σ_{BT}	\mathcal{E}_1	\mathcal{E}_3	S_1	S_3
0	317,35	1,004	0	317,358	0,44
45	322,4957	1,03368	0,0589	321,8172	20,9085
90	307,223	1	0,15213	262,6737	159,3372
135	215,1556	0,8573	0,14722	130,8158	170,8191
150	154,953	0,764241	0,142312	38,4946	150,0953
Первый этап ($\mathcal{E}_1 = 2 \%$)					
ϑ_1^0	σ_{BT}	\mathcal{E}_1	\mathcal{E}_3	S_1	S_3
0	381,9	2	0,0147	381,9	0
90	325,6696	2	0,103054	310,9594	96,77261
135	238,2474	1,753833	0,25027	92,60545	219,5132
150	186,0694	1,69015	0,2012	27,6538	184,003
180	334,3506	-0,0588	0,0196	-92,05	-0,4519

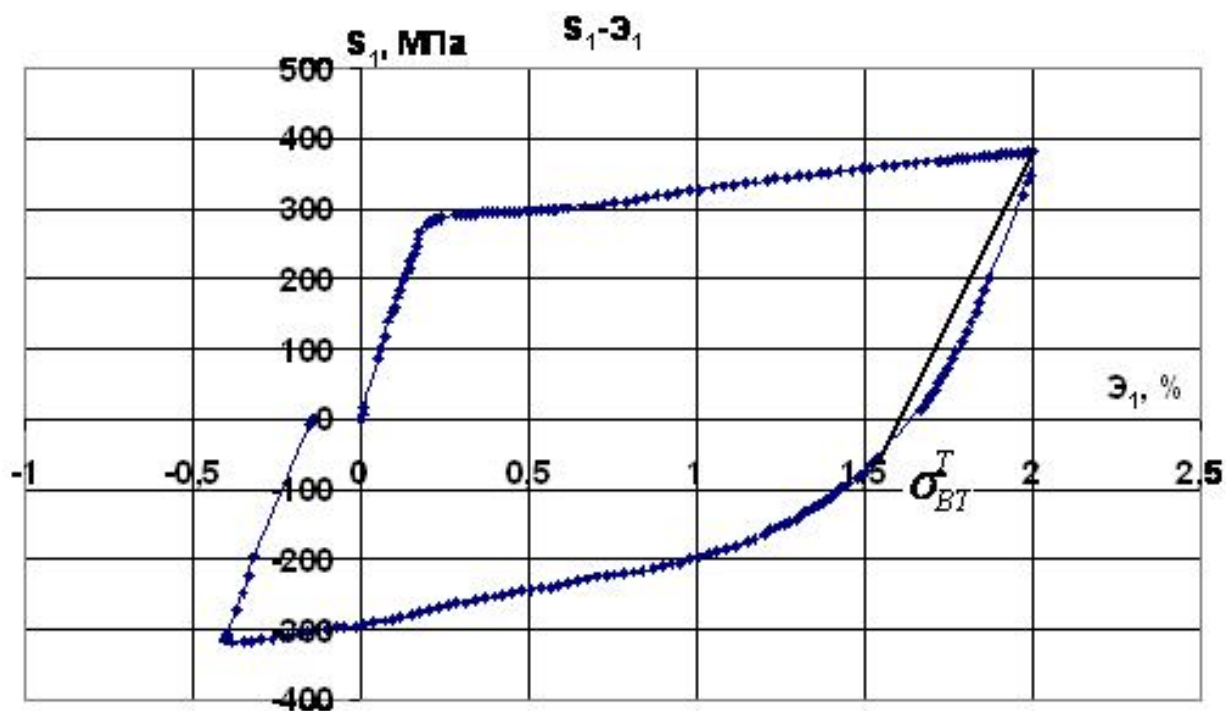


Рис. 5.18

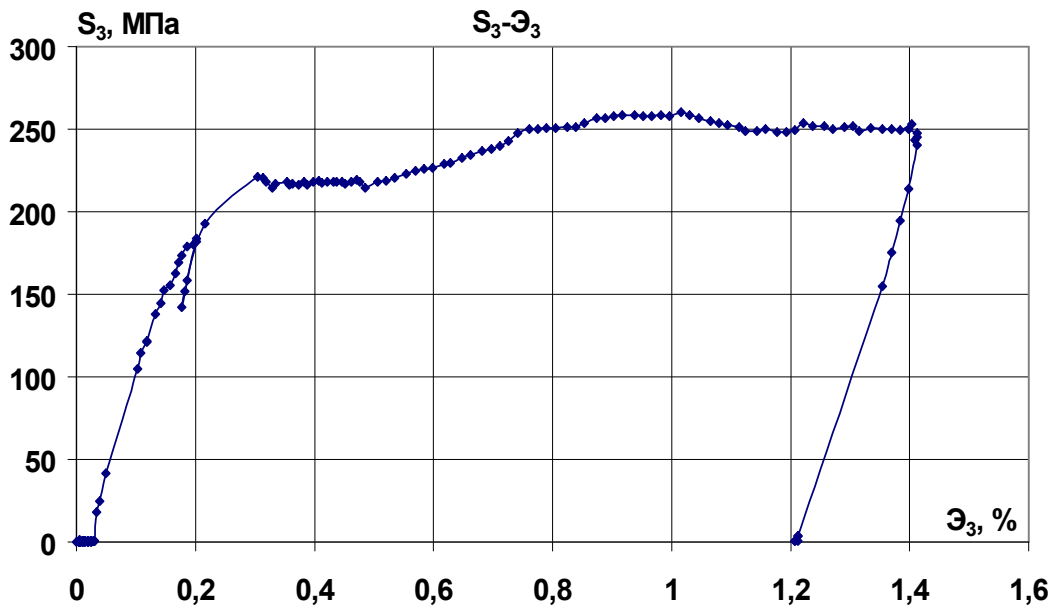


Рис. 5.19

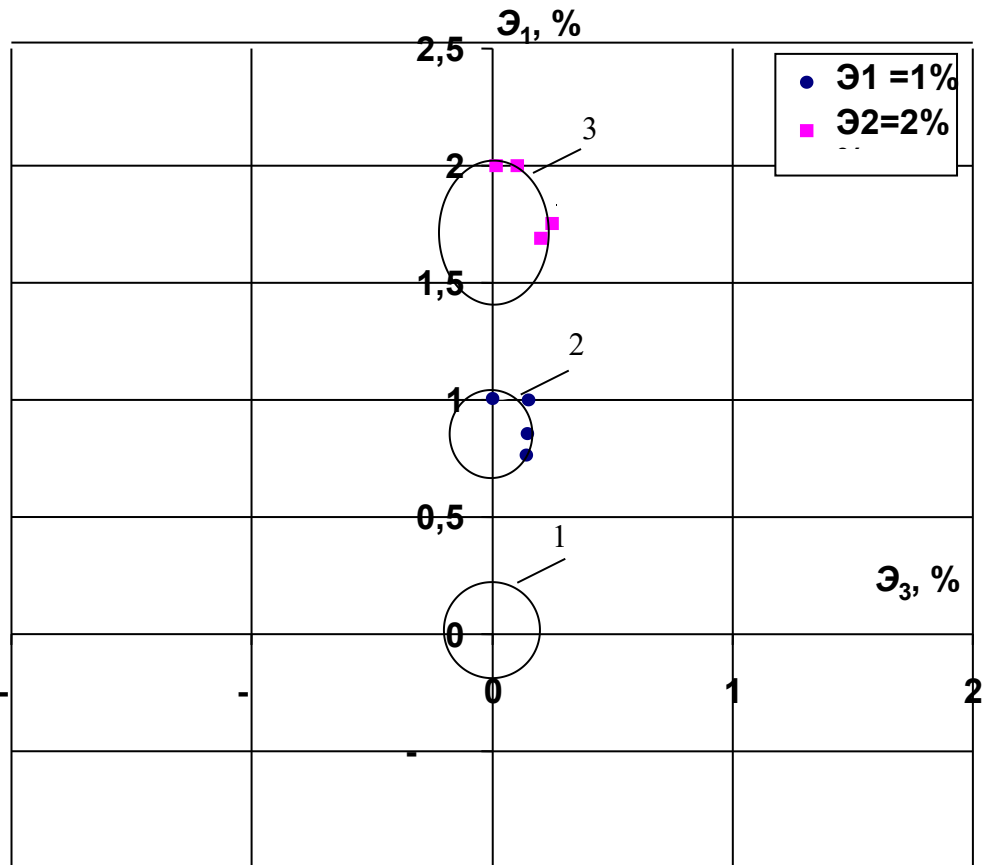


Рис. 5.20

Как видно из рис. 5.20, предельная поверхность деформирования кинематически подвижна. Соответствующая предельная поверхность нагружения (рис. 5.21) значительно менее подвижна.

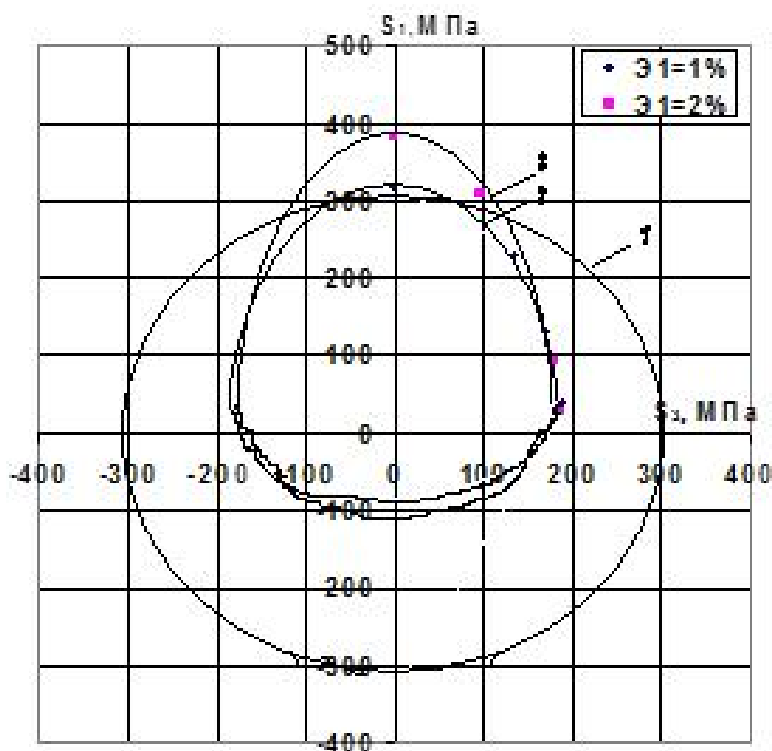


Рис. 5.21

Хорошо видно, что при сложной разгрузке лишь небольшое число путей разгрузки приводит к полному разгрузению.

Динамика движения предельных поверхностей не свидетельствует о том, что в точке излома К может возникнуть конусообразная особая точка, подобная угловой точке на диаграмме. Переход от одного участка к другому на диаграммах происходит достаточно плавно.

На основании вышеизложенного можно сделать выводы:

1) частичная разгрузка материала на ниспадающей ветви «нырка» неполного упругого деформирования практически линейна и подчиняется закону Гука;

2) минимальное значение напряжения σ на «нырке» неупругости соответствует моменту протыкания предельной поверхности, образующейся в момент окончания частичной разгрузки;

3) на восходящей ветви «нырка» происходит частичное пластическое догружение материала в состоянии неполной упругости в смысле, который придают ему в рамках теории В.Г. Зубчанинова;

4) предельная поверхность нагружения малоподвижна;

5) форма предельных поверхностей не остается сферической. При трансляции поверхностей они вытягиваются в направлении реализуемого процесса и сужаются в поперечном направлении (см. рис. 5.21, 5.22).

5.4. Испытания по многозвенным плоским траекториям для исследования процессов сложного разгрузки

Для более глубокого изучения сложного разгрузки материалов и изучения диаграмм глобального деформирования было проведено экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния трубчатого образца при растяжении с кручением в пространстве деформаций с целью установления закономерностей частичной сложной разгрузки и образования обратных «нырков» при углах излома $\vartheta_1^0 > 90^\circ$. Стальные трубчатые образцы подвергались в докритическом состоянии сложному деформированию путем растяжения с кручением. Материал образцов в достаточной степени был начально изотропен. Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$; $\sigma_T = 270$ МПа; $\sigma^T = 220$ МПа. Компоненты векторов напряжений и деформаций вычислялись по формулам (5.1), (5.2). Программа испытаний в векторном пространстве деформаций \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 в виде ломаной плоской траектории представлена на рис. 5.22. При обработке экспериментальных данных принималось условие несжимаемости ($\varepsilon_0 = 0$).

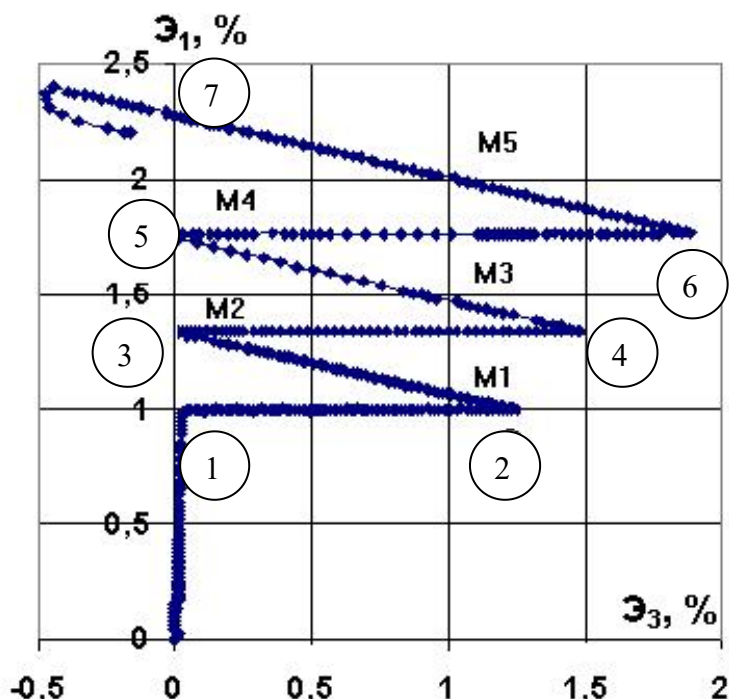


Рис. 5.22

Соответствующий отклик на программу испытаний представлен в плоскости $S_1 - S_3$ векторного пространства напряжений (рис. 5.23). Изломы траектории деформирования на рис. 5.22, 5.23 отмечены цифрами 1–7. Особенность программы состояла в том, что после простого деформирования растяжением до уровня $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 = 1\%$ образец закручивался до $\mathcal{E}_3 = 1,25\%$ при постоянном значении $\mathcal{E}_1 = 1\%$. После излома траектории в точке 2 на угол 165° образец разгружался кручением до $\mathcal{E}_3 = 0$ при одновременном увеличении деформации растяжения до уровня $\mathcal{E}_1 = 1,34\%$. После излома траектории в точке 3 процесс деформирования повторялся. Образец закручивался до $\mathcal{E}_3 = 1,5\%$ при постоянном значении \mathcal{E}_1 , разгружался после точки излома 4 до $\mathcal{E}_3 = 0$ и $\mathcal{E}_1 = 1,76\%$, снова закручивался после точки излома 5 до $\mathcal{E}_3 = 1,88\%$ при постоянном \mathcal{E}_1 и разгружался после точки излома 6 до $\mathcal{E}_3 = 0$, $\mathcal{E}_1 = 2,25\%$.

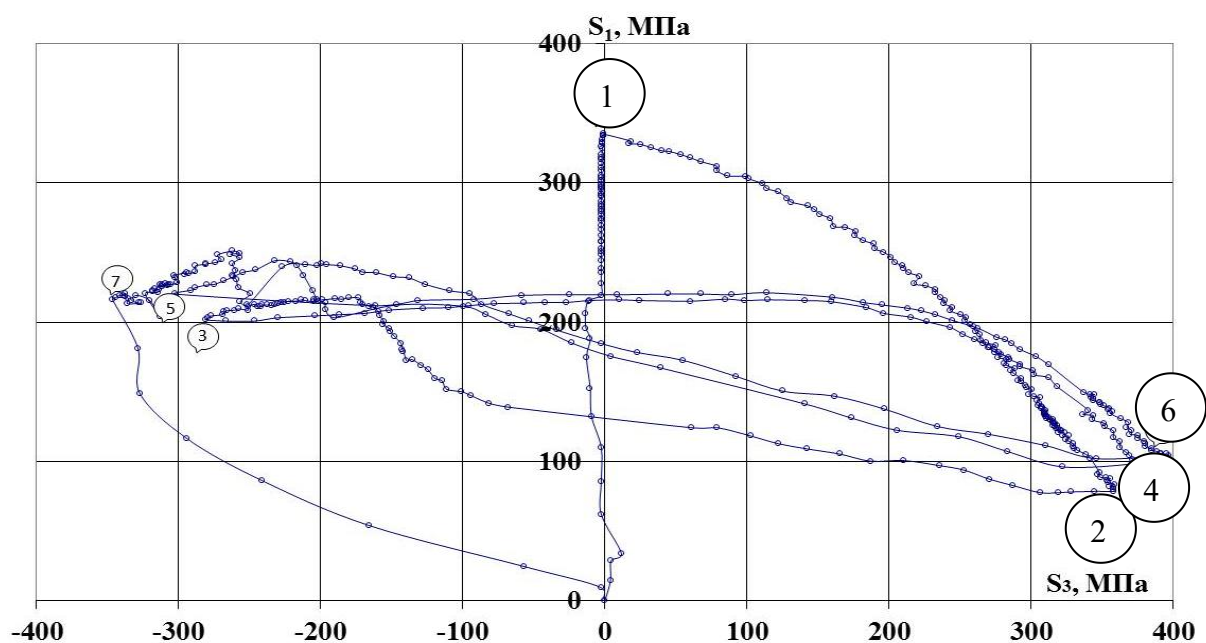


Рис. 5.23

Глобальная диаграмма деформирования $\sigma - \mathcal{E}$ представлена на рис. 5.24 (характерные точки указаны арабскими цифрами). На этом рисунке ясно видно образование обратных «нырков» сложной разгрузки.

На рис. 5.25 и 5.26 даны диаграммы локального деформирования растяжения-сжатия ($S_1 - \mathcal{E}_1$) и кручения ($S_3 - \mathcal{E}_3$) соответственно.

Из рис. 5.22–5.26 видно, что после излома траектории в точках 1, 3, 5 при $\mathcal{E}_1 = \text{const}$ происходят «нырки» на глобальной диаграмме. Модуль вектора напряжений σ падает до значений в точках M_1, M_3, M_4, M_5 . Это падение связано с эффектом взаимодействия деформаций удлинения при растяжении и сдвиге при кручении трубчатого образца. В результате растяжения до постоянных значений \mathcal{E}_1 в указанных точках кручение

образца приводит к его удлинению, поэтому для поддержания постоянных значений ε_1 после излома траекторий в точках 1, 3, 5 растягивающее напряжение падает (рис. 5.24). В точках 2, 4, 6 происходит сложное глобальное частичное разгрузеие материала ($d\sigma < 0$) путем кручения. Модуль вектора напряжений (рис. 5.24) падает до некоторых значений в точках M_2, M_4, M_6 с последующим глобальным догрузеием ($d\sigma > 0$) до точек 3, 5, 7.

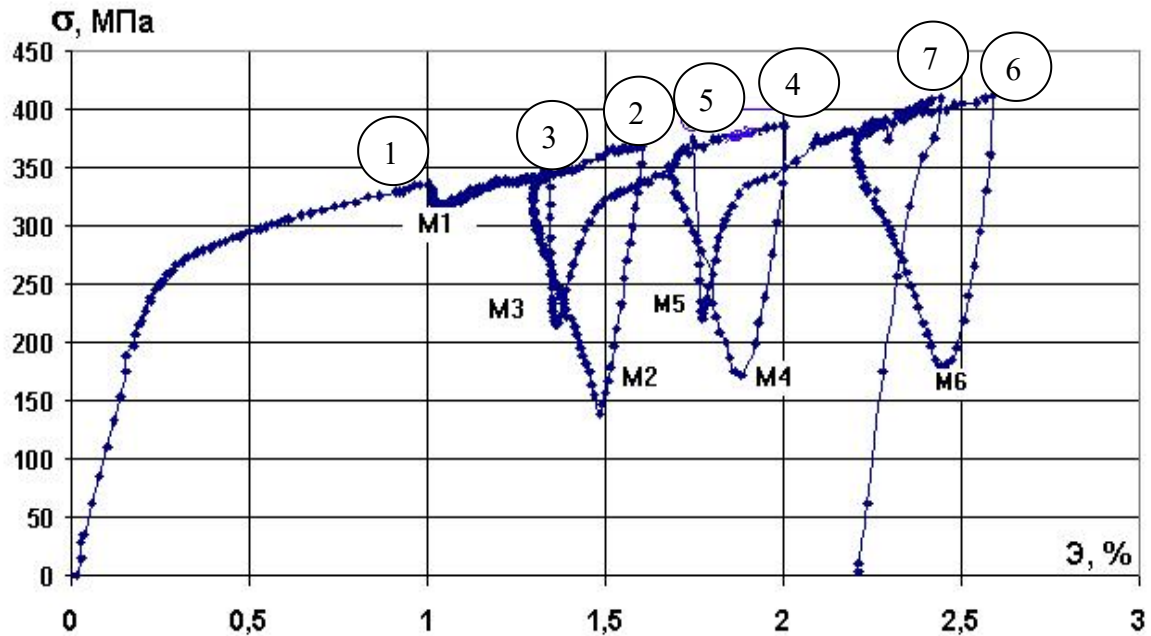


Рис. 5.24

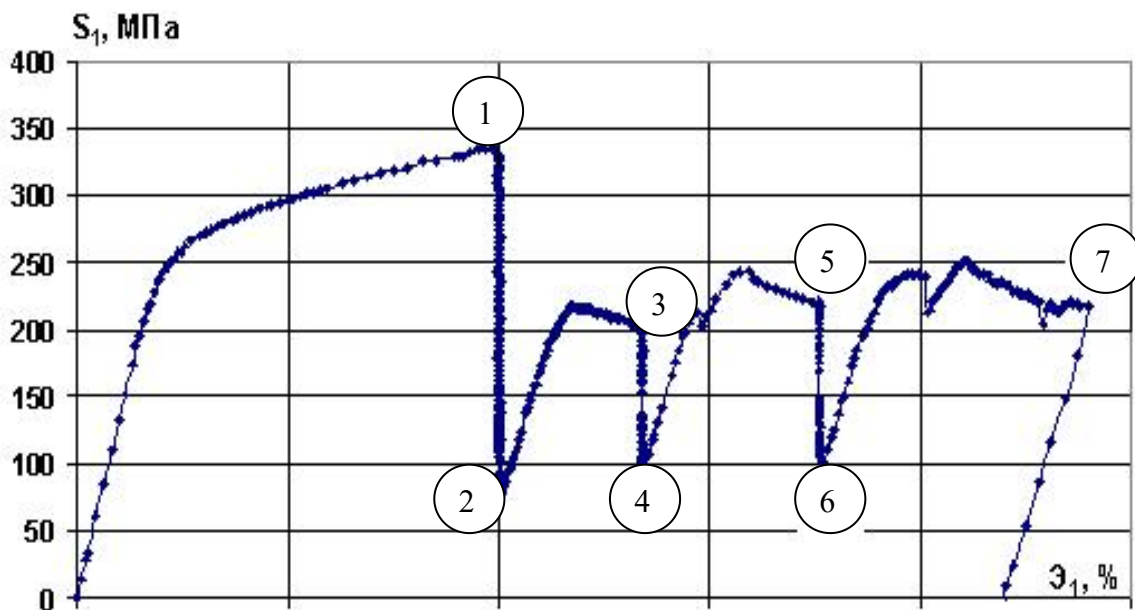


Рис. 5.25

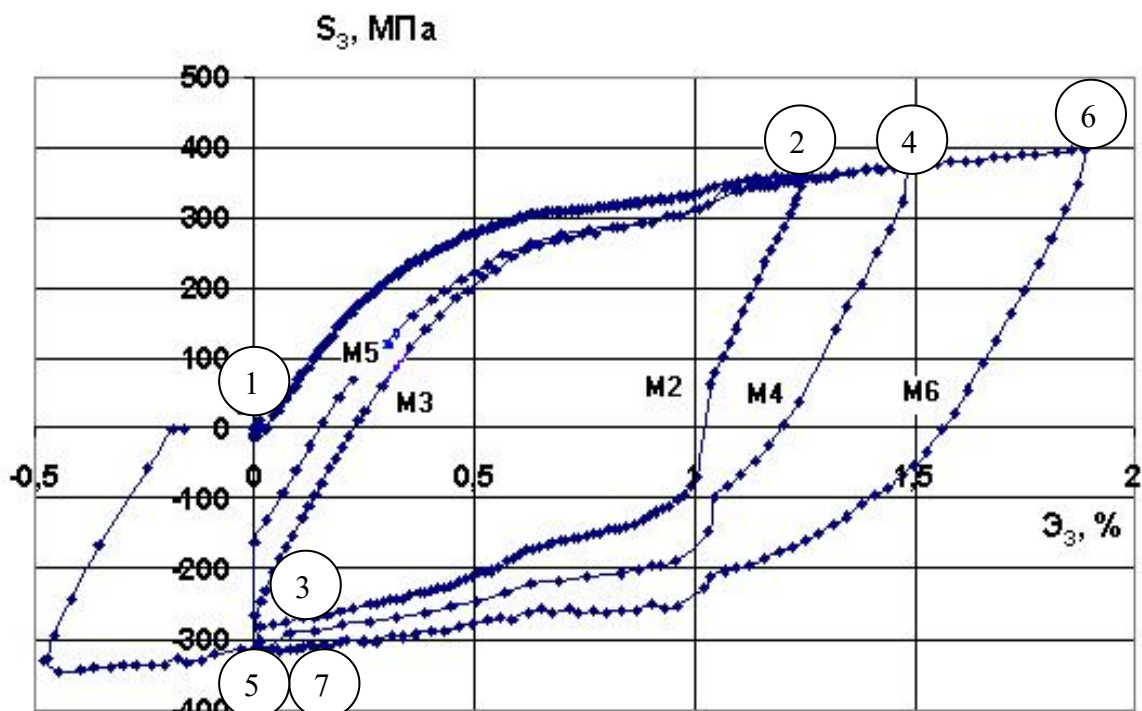


Рис. 5.26

Из рис. 5.25, 5.26 локального нагружения-разгружения также следует, что отмеченное выше глобальное частичное сложное разгружение сопровождается упругим сложным разгружением кручением, переходящим в пластическое догружение после нулевых точек M_2, M_4, M_5 . При этом мы наблюдаем обратный «нырок» на глобальной диаграмме при сложном взаимодействии деформаций удлинения и сдвига (см. рис. 5.24).

Таким образом, процессы сложного разгружения-нагружения в виде прямых и обратных «нырков» связаны с состоянием неполной пластичности материала, при котором в одном направлении он догружается, а в другом – разгружается. Это отличает сложное разгружение, либо догружение на «нырке» от простой упругой разгрузки.

По результатам проведенного исследования можно сделать выводы:

1) сложное глобальное разгружение материалов существенно отличается от простого (пропорционального) разгружения, поэтому законы пассивных процессов деформирования и нагружения должны быть переосмыслены;

2) прямые и обратные «нырки» на диаграмме глобального деформирования объясняются закономерностями локального деформирования материалов в зависимости от их направлений, то есть от состояний неполной пластичности либо неполной упругости материалов;

3) все обратные нырки происходили при углах излома $\theta = \arccos\left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_1}\right)$ больше 90° .

Для изучения сложного разгрузки материалов без обратных «нырков» ($\vartheta_1^0 = 90^\circ$) были проведены испытания по программе испытаний в векторном пространстве деформаций \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 , траектория которой изображена на рис. 5.27.

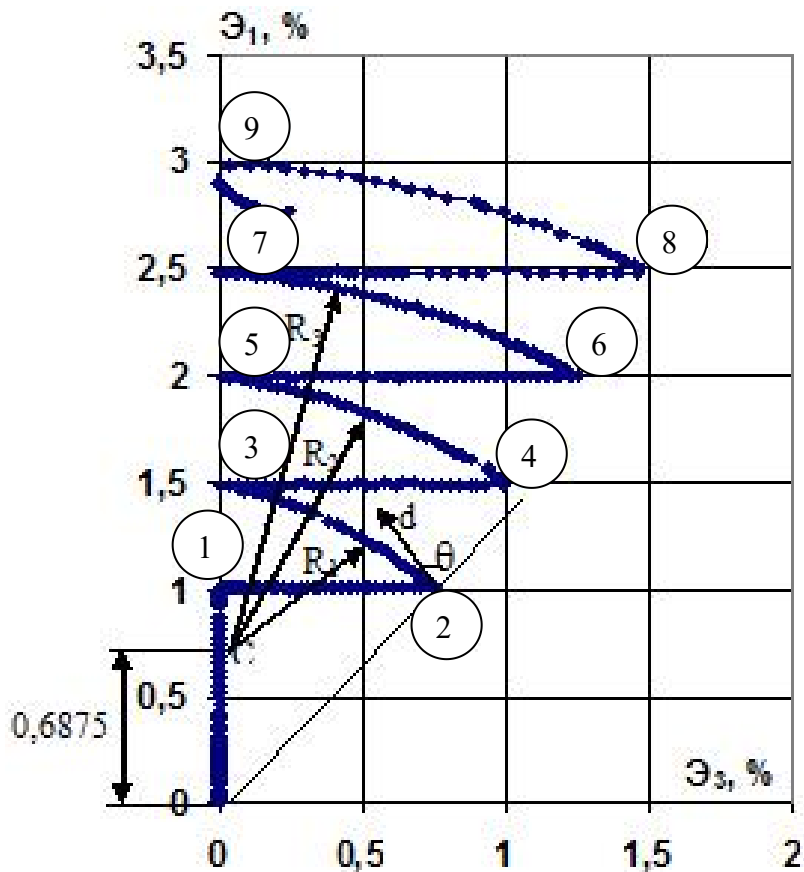


Рис. 5.27

Особенность программы состояла в том, что после простого деформирования растяжением до уровня $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 = 1\%$ образец закручивался до $\mathcal{E}_3 = 0,75\%$ при постоянном значении ($\mathcal{E}_1 = 1\%$; точка 2). После излома траектории на угол 85° образец разгружался кручением до $\mathcal{E}_3 = 0$ при одновременном увеличении деформации растяжения до уровня $\mathcal{E}_1 = 1,5\%$ по траекториям деформирования постоянного радиуса $R_1 = 0,812\%$. После излома траектории (в точке 3) процесс деформирования повторялся. Образец закручивался до $\mathcal{E}_3 = 1\%$ при постоянном значении \mathcal{E}_1 , разгружался после точки излома 4 до $\mathcal{E}_3 = 0$ и $\mathcal{E}_1 = 2\%$ (точка 5), снова закручивался после точки излома 5 до $\mathcal{E}_3 = 1,25\%$ при постоянном \mathcal{E}_1 и разгружался после толчки излома 6 до $\mathcal{E}_3 = 0$, $\mathcal{E}_1 = 2,5\%$ и т. д. Таким образом, через точки излома 2, 4, 6, 8 были проведены дуги окружностей радиусом $R = 0,8125; 1,3165; 1,8125; 2,3125$ в точки 3, 5, 7, 9 с модулями деформации $\mathcal{E}^* = 1, 1,5, 2, 2,5, 3\%$, которые

позволили увидеть, что после излома траекторий в этих точках происходит, несмотря на рост \mathcal{E}_1 без образования обратных «нырков», разгрузка.

На рис. 5.28 в плоскости S_1-S_3 представлен отклик на программу испытаний. Диаграмма деформирования $\sigma-s$ показана на рис. 5.29.

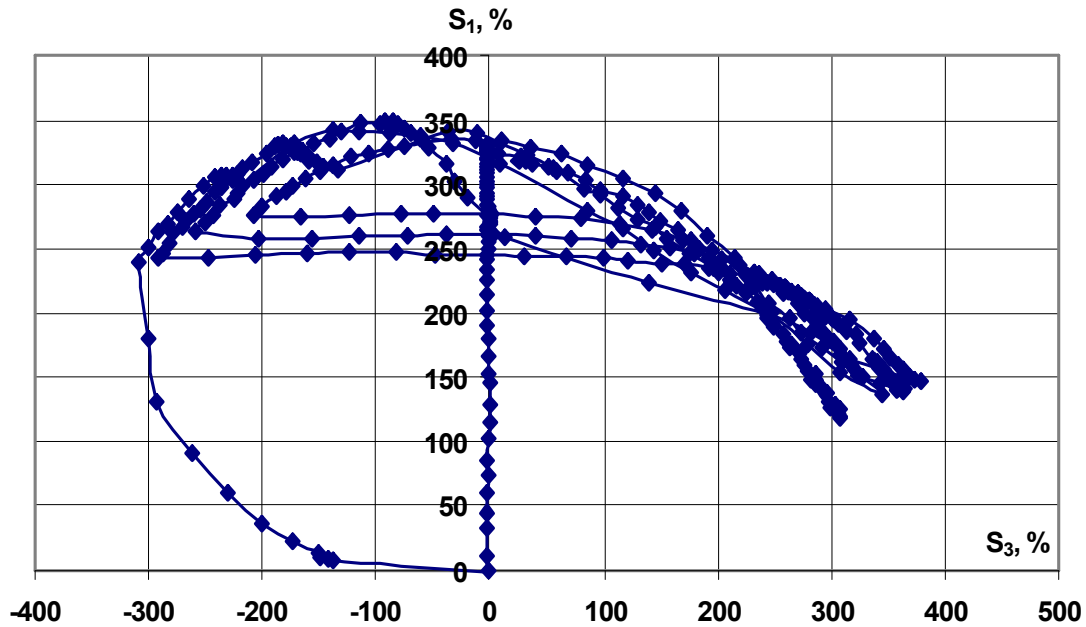


Рис. 5.28

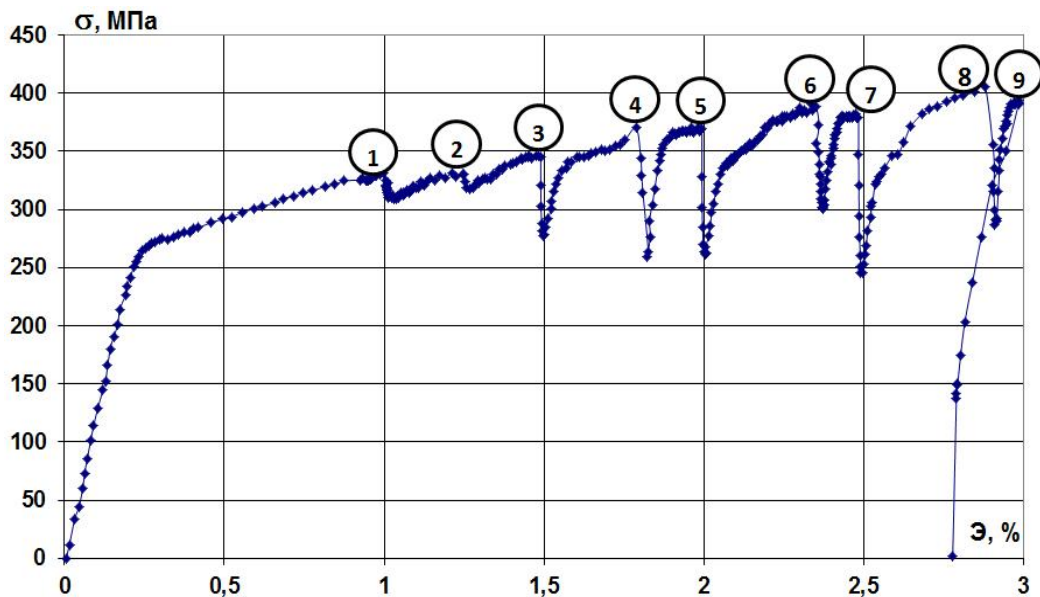


Рис. 5.29

На рис. 5.30, 5.31 приведены локальные диаграммы деформирования $S_1-\mathcal{E}_1$, $S_3-\mathcal{E}_3$.

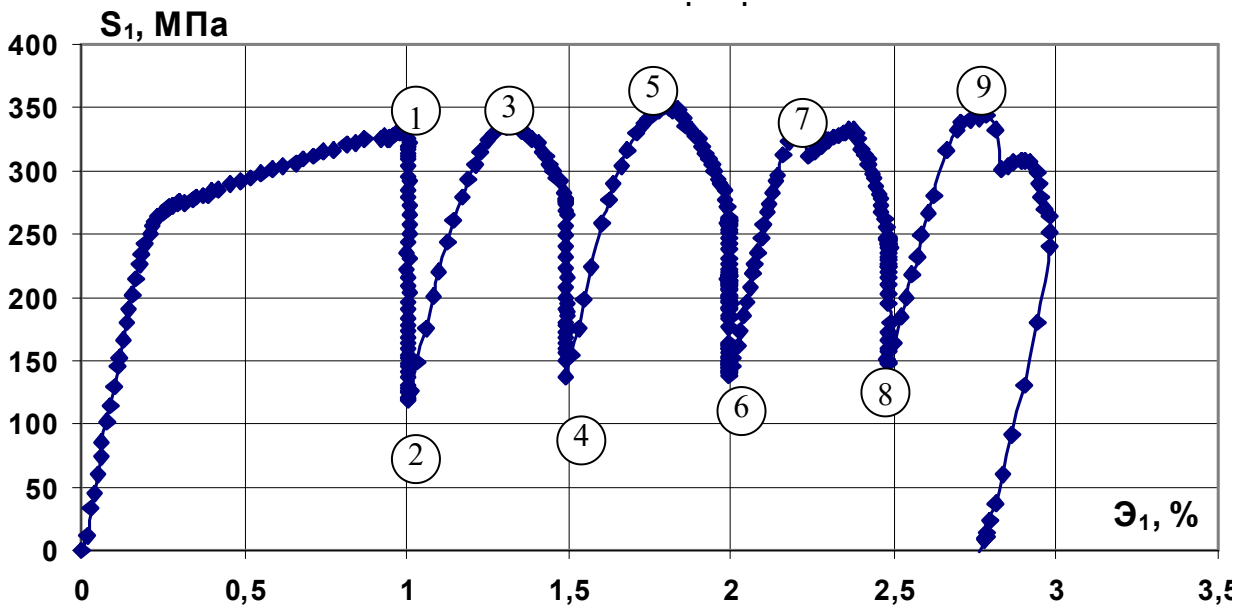


Рис. 5.30

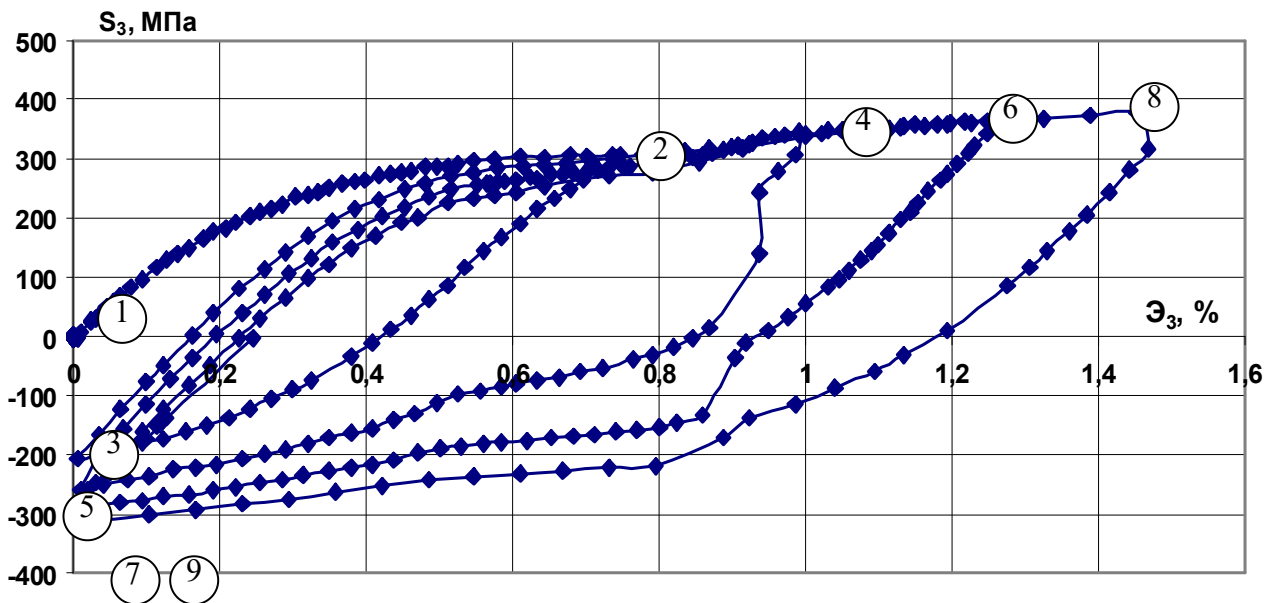


Рис. 5.31

После излома траектории при $\varepsilon_1 = \text{const}$ происходят прямые «нырки» на диаграмме σ – ε (см. рис. 5.29), а в точках 2, 4, 6 происходит сложное разгружение материала $d\sigma < 0$ в состоянии неполной упругости путем локального догружения растяжением и разгружения кручением. Первоначально модуль вектора напряжений падает до некоторых значений с последующим догружением ($d\sigma > 0$) до точек 3, 5, 7, 9 (см. рис. 5.29). При такой программе испытаний в точках 2, 4, 6, 8 угол $\cos \theta = \frac{\sigma}{\rho_1}$, $\theta = \arccos\left(\frac{\sigma}{\rho_1}\right)$, где $\rho_1 = d\varepsilon / ds$, что обеспечивало моно-

тонное глобальное деформационное нагружение после излома траектории и не допускало образования обратных нырков.

Из рис. 5.30 видно, что после ортогонального деформирования в точке излома 1 имеет место явно выраженный эффект взаимовлияния напряжений, когда с ростом касательной компоненты напряжений S_3 при постоянном \mathcal{E}_1 происходит падение растягивающих напряжений S_1 . Дальнейшая реализация процесса сложного деформирования показала, что материал находился в состоянии неполной пластичности. Догрузению по S_1 отвечает разгрузка по S_3 и наоборот.

Анализ векторных свойств материала для данной программы испытаний (см. рис. 5.27) показал, что на всем протяжении прямых «нырков» после излома в точках 1–9 процесс деформирования был активным, то есть $dA_\phi = \sigma ds \cos \vartheta_1 > 0$, так как везде $\vartheta_1 < \pi/2$. Таким образом, при деформационном глобальном нагружении по ломаной траектории (с образованием прямых «нырков») пластичности всюду процесс деформирования был сложным и активным, в то же время после точки излома 1 состояние материала было неполным пластическим. Можно отметить, что отсутствие обратных «нырков» говорит об отсутствии частичной упругой разгрузки материала.

5.5. Испытания по исследованию влияния кривизны траекторий

Образцы в предлагаемой базовой программе подвергались сложному деформированию при одновременном действии растяжения-сжатия кручения и знакопеременного кручения по плоским траекториям (рис. 5.32), состоящим из прямолинейного участка, центральной круговой траектории с последующим переходом на прямолинейный участок. Результаты испытаний представлены на рис. 5.33–5.39. Компоненты векторов напряжений и деформаций и их модулей в девиаторных подпространствах напряжений Σ_3 и деформации E_3 вычислялись по формулам (5.1), (5.2).

На рис. 5.32 в плоскости \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 представлены программы испытаний в векторном пространстве деформаций по двухзвенным, трехзвенным и так далее траекториям с окружностями. На рис. 5.33 в плоскости S_1 – S_3 продемонстрированы отклики на эти программы испытаний. На рис. 5.34 приведена глобальная диаграмма деформирования и прослеживания процесса для трехзвенной траектории, изображенной на рис. 5.32а, при $\mathcal{E} = 1,25\%$. На рис. 5.35, 5.36 даны локальные диаграммы деформирования в координатных осях S_1 – \mathcal{E}_1 , S_3 – \mathcal{E}_3 .

Векторные свойства материала для двухзвенной ломаной с изломом на 90° представлены на рис. 5.37.

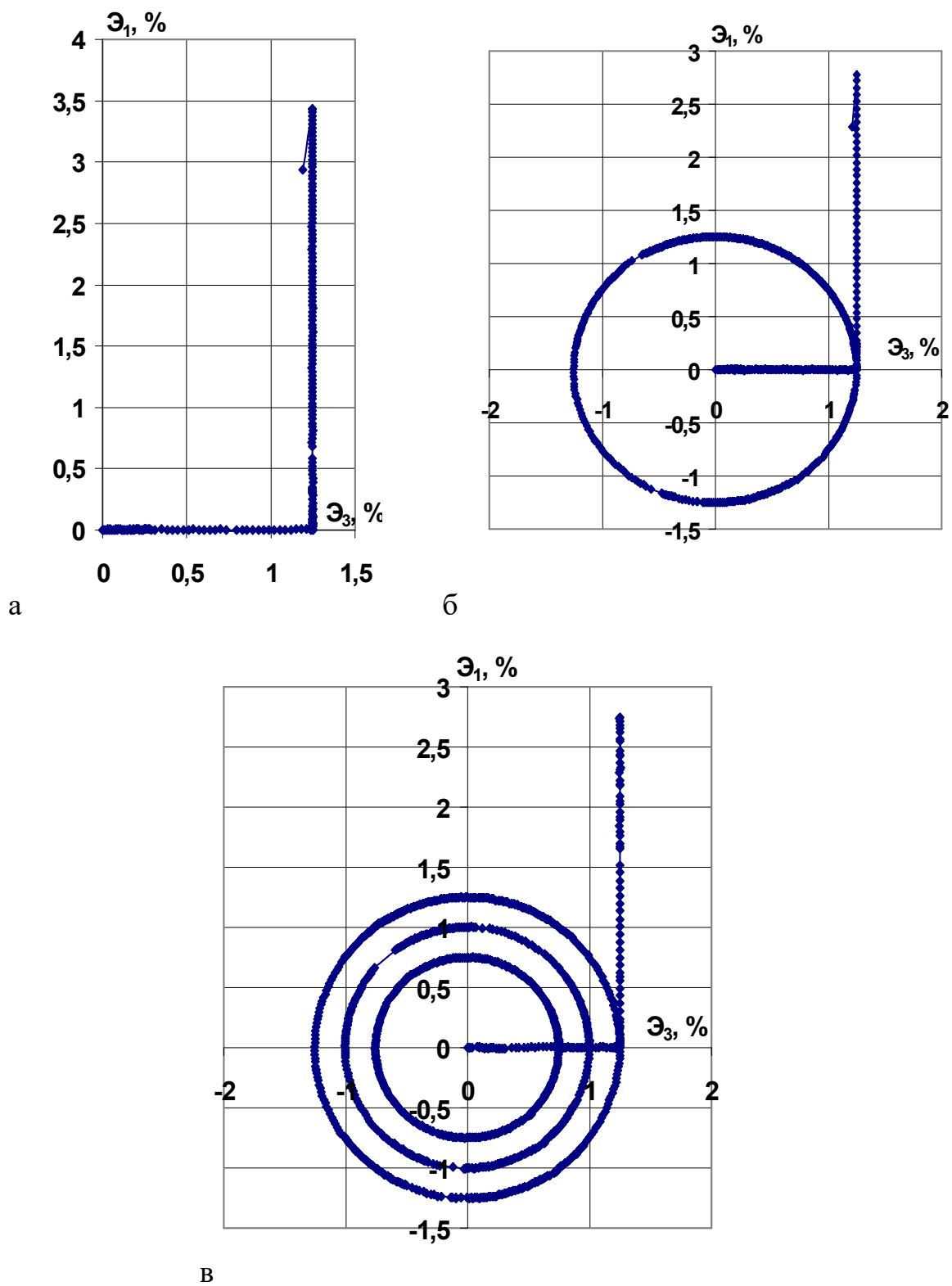


Рис. 5.32: а – двухзвенная ломаная траектория;
 б – центральная окружность;
 в – сложная трехзвенная траектория

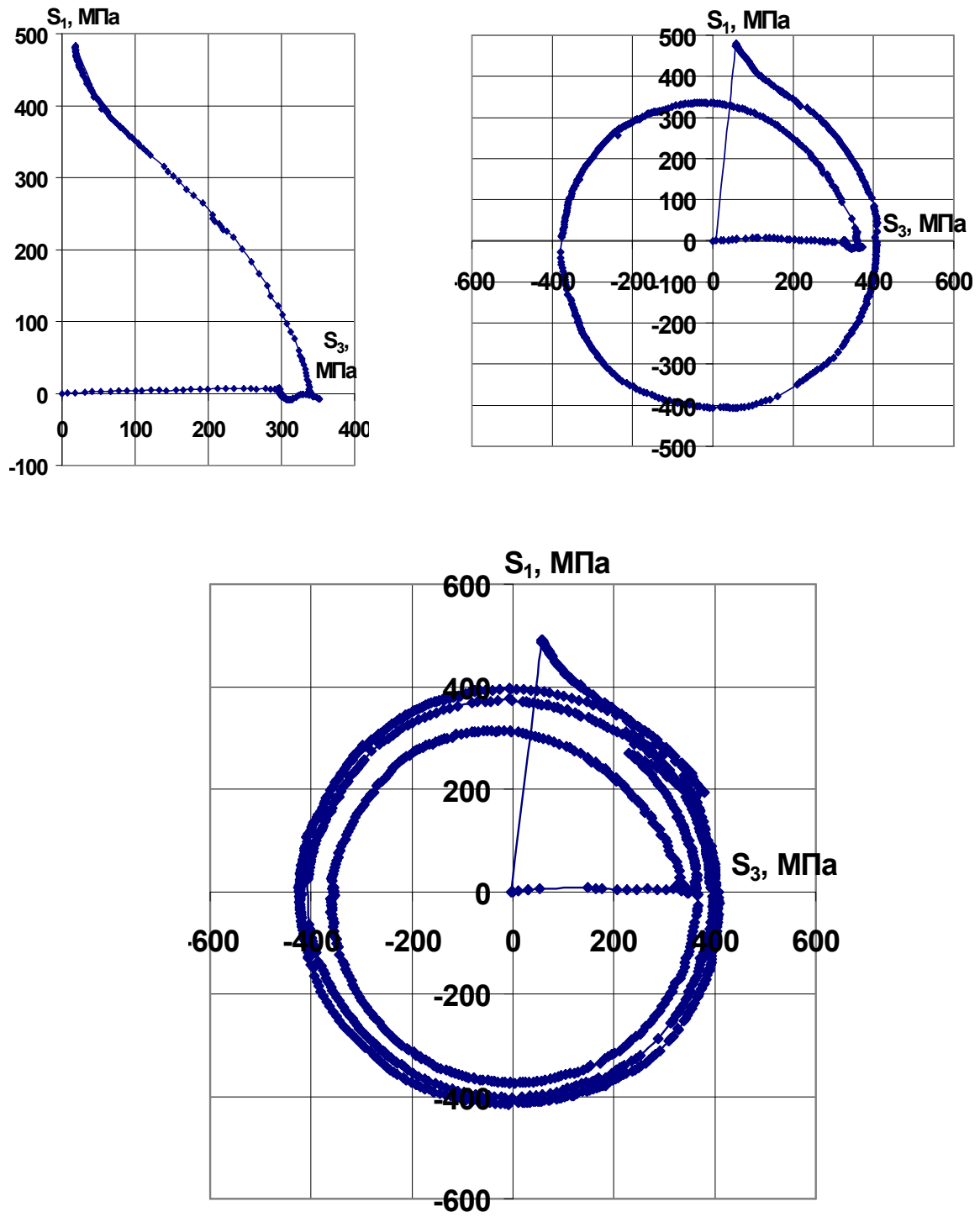


Рис. 5.33

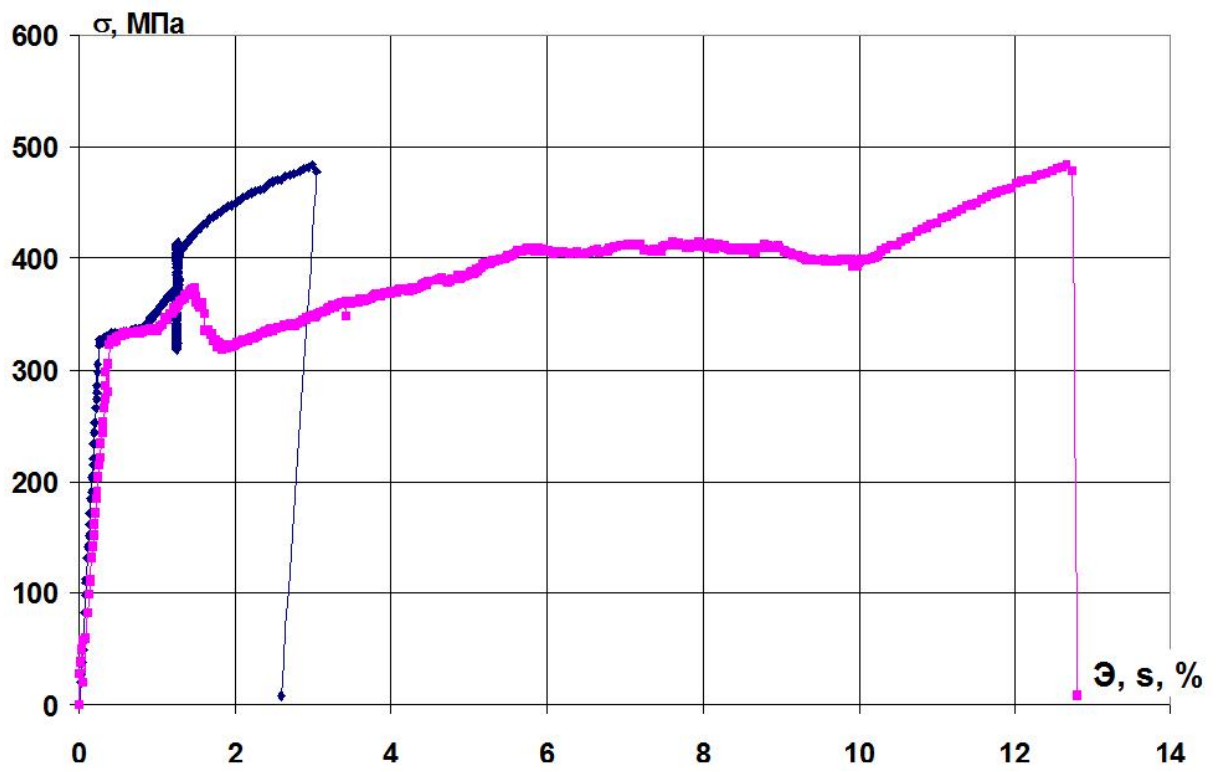


Рис. 5.34

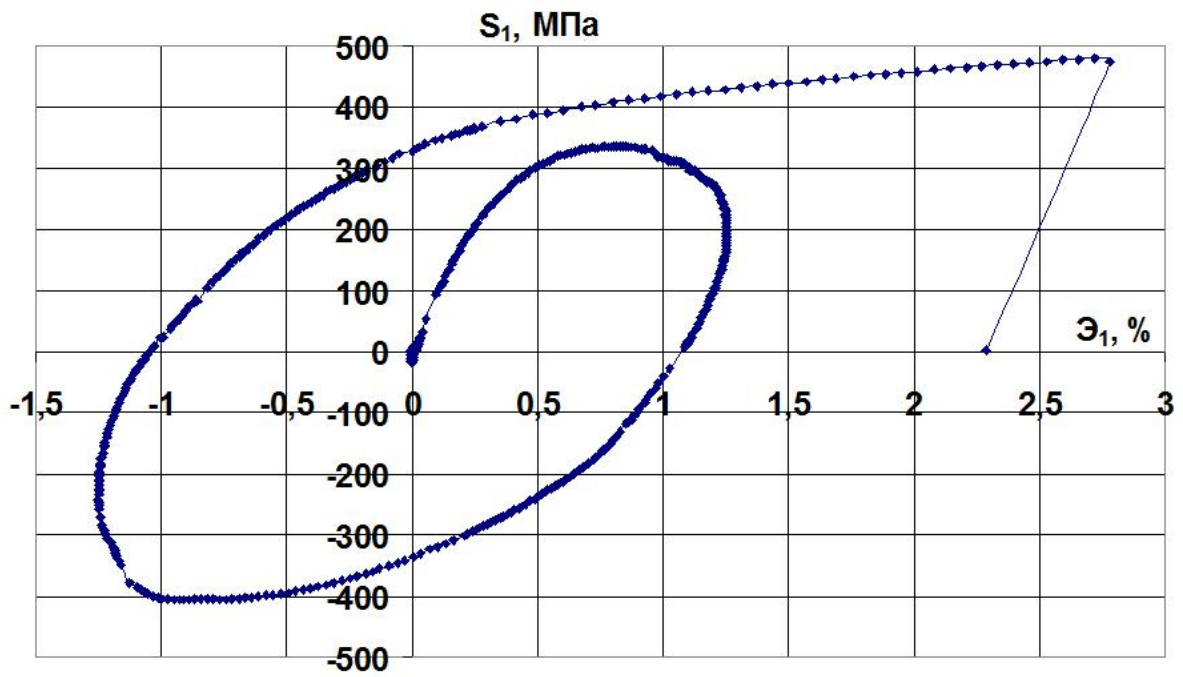


Рис. 5.35

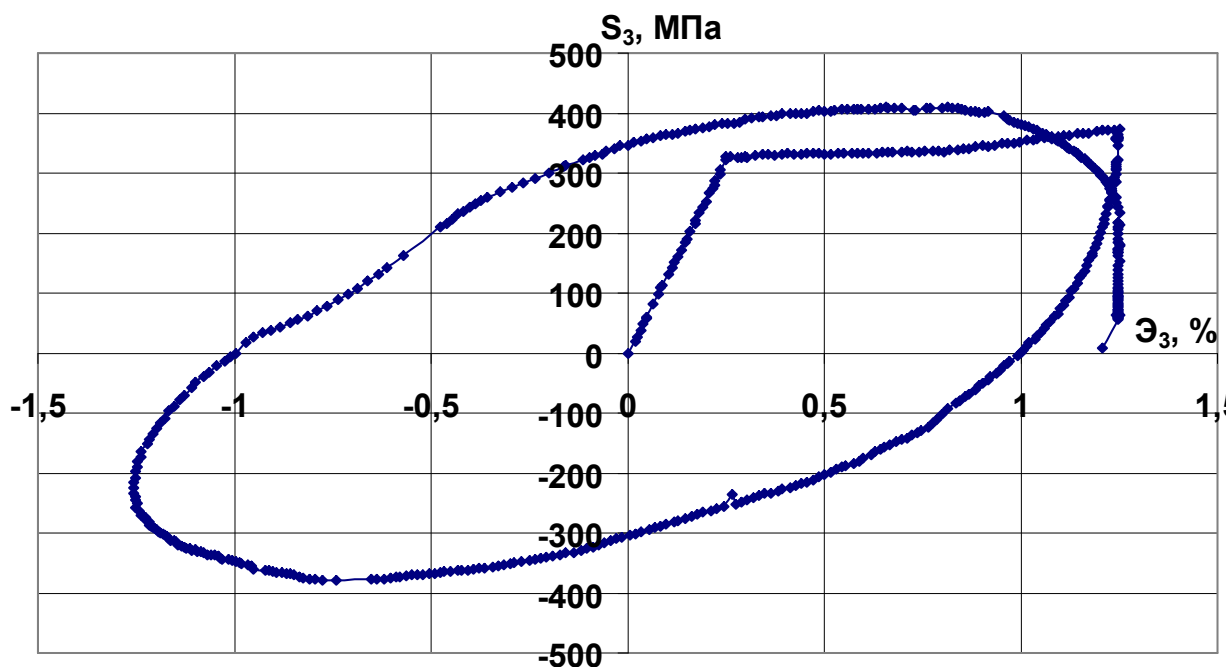


Рис. 5.36

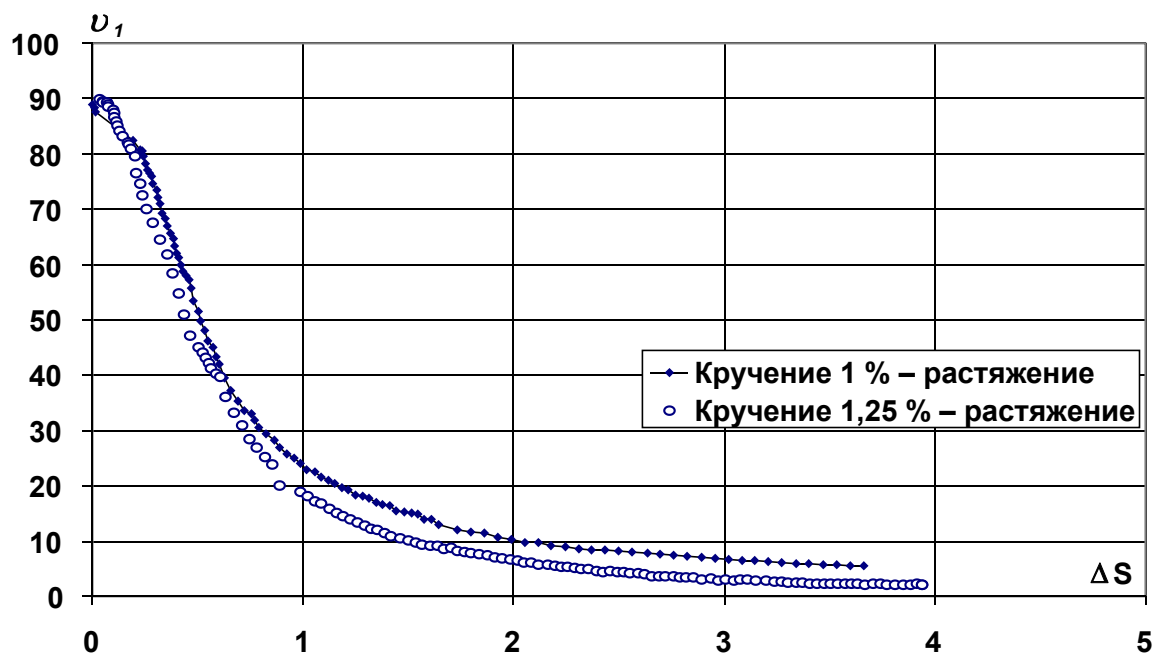


Рис. 5.37

В точке смены круговой траектории на прямолинейный участок из-за стремительного изменения кривизны наблюдалось резкое уменьшение угла излома по экспоненциальному закону со стремлением приблизиться к нулевому значению. След запаздывания векторных свойств материала λ определялся с допуском $0,105 \text{ рад} \approx 6^\circ$. Он составил $\lambda = 1,8 \%$ при

кручении на начальном участке, равном 1 %, $\lambda = 2,7$ % – при кручении на начальном участке, составляющим 1,25 %.

Векторные свойства материала для трехзвенных сложных траекторий (см. рис. 5.32б) представлены на рис. 5.38, для центральных окружностей (см. рис. 5.32в) при $\mathcal{E} = 0,75, 1,00, 1,25$ % – на рис. 5.39.

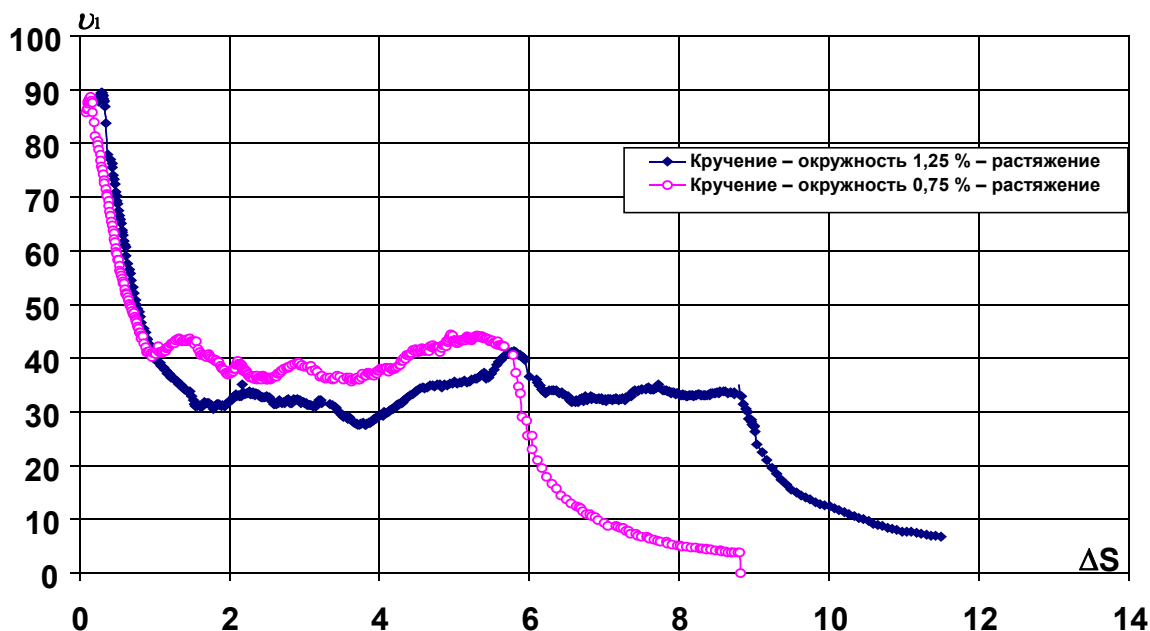


Рис. 5.38

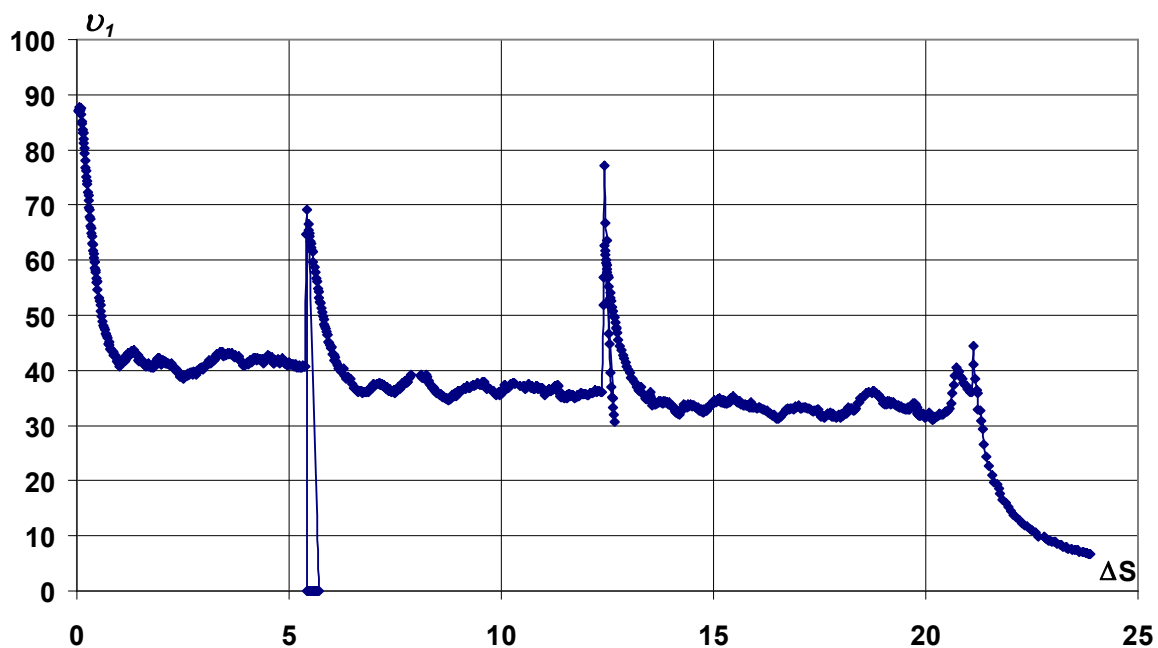


Рис. 5.39

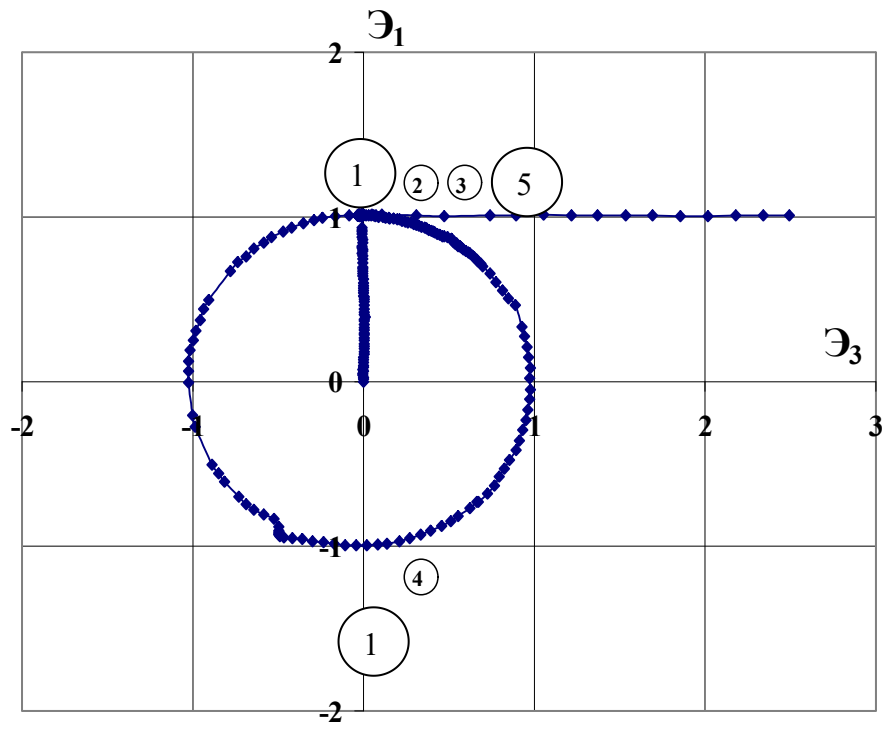
Из рис. 5.38, 5.39 видно, что на окружности угол ϑ_1 стабилизируется, а с выходом на прямолинейный участок резко уменьшается до нуля. Это означает, что смена кривизны на стыке этих участков эквивалентна излому траектории.

Особый интерес вызывает поведение материала при сложной разгрузке по криволинейным участкам смещенных круговых траекторий после излома траектории. На этих участках обнаружено абсолютное невыполнение общепринятого в теории пластичности (теории течения и процессов) закона – полной и частичной упругой линейной разгрузки. Процесс разгрузки по криволинейной траектории был жестким. После каждого смещения окружностей на криволинейных участках происходила стабилизация угла ϑ_1 на уровне $30\text{--}40^\circ$ и исчерпание следа запаздывания не наблюдалось. При этом особый интерес представляют также векторные свойства материала на криволинейных участках траекторий постоянной кривизны с последующим переходом на прямолинейный участок. Известное приближенное решение такой задачи по линеаризованной теории приводит к утверждению, что угол сближения с ростом дуги стабилизируется и принимает постоянное значение. Опыты показали, что это утверждение реализуется лишь приближенно. С ростом длины дуги наблюдается колебание угла сближения. В точке смены круговой траектории на прямолинейную резко изменялась кривизна, что было эквивалентно излому траектории и резкому уменьшению угла до значений, близких к нулю.

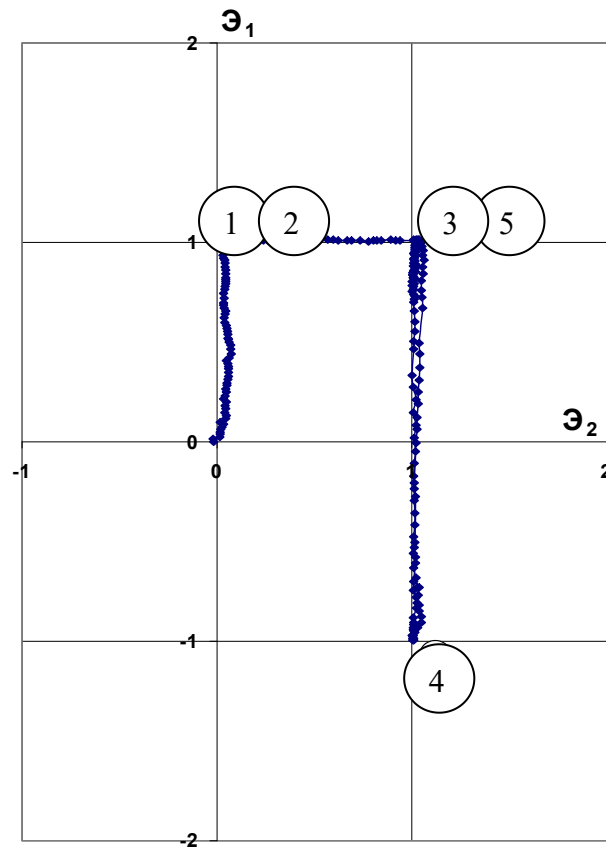
5.6. Испытания материалов по траектории типа «плоский винт»

Экспериментальные исследования закономерностей изменения векторных и скалярных свойств стали марки СТ 45 представлены на пространственных четырехзвенных траекториях типа «плоский винт». Для этих исследований были использованы трубчатые образцы из СТ 45 в состоянии поставки с площадкой текучести с толщиной стенки $h = 1$ мм, радиусом срединной поверхности $R = 15,5$ мм, длиной рабочей части $l = 110$ мм. Материал образцов в достаточной степени был начально изотропен. Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона принимал значение $\mu = 0,3$; предел текучести при растяжении с допуском на остаточную деформацию $\varepsilon_p = 0,005$ % составил $\sigma^T = 373$ МПа.

На рис. 5.40а в проекциях на координатные плоскости $\mathcal{E}_3\text{--}\mathcal{E}_1$ представлена одна из программ испытаний в трехмерном векторном пространстве деформаций, а в проекциях на координатные плоскости $\mathcal{E}_2\text{--}\mathcal{E}_1$ – на рис. 5.40б. Соответствующий ей отклик в плоскостях $S_1\text{--}S_2$, $S_1\text{--}S_3$ векторного пространства девиатора напряжений показан на рис. 5.41, а на рис. 5.42 приведена глобальная диаграмма деформирования $\sigma\text{--}\mathcal{E}$, характеризующая скалярные свойства материала.



а



б

Рис. 5.40: а – проекция на координатные плоскости \mathcal{E}_3 – \mathcal{E}_1 ;
 б – \mathcal{E}_2 – \mathcal{E}_1

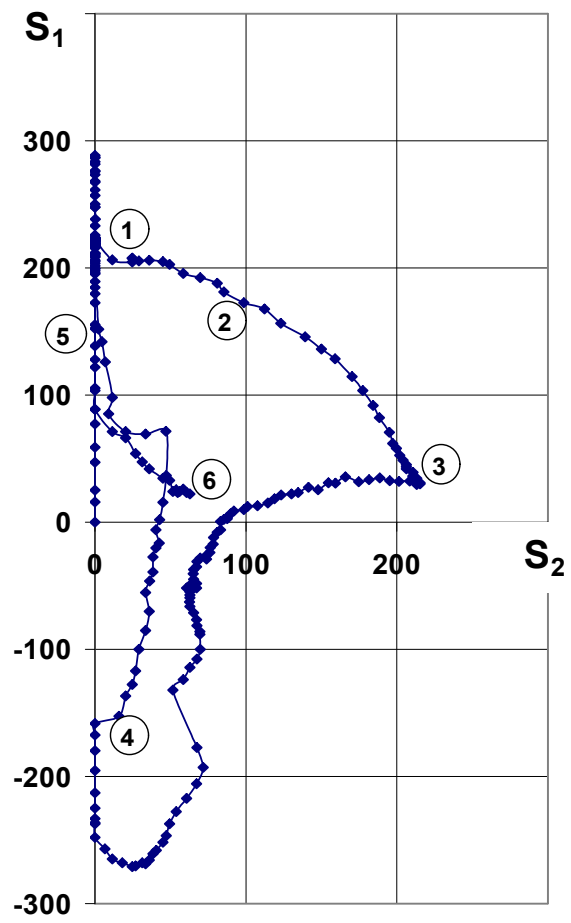
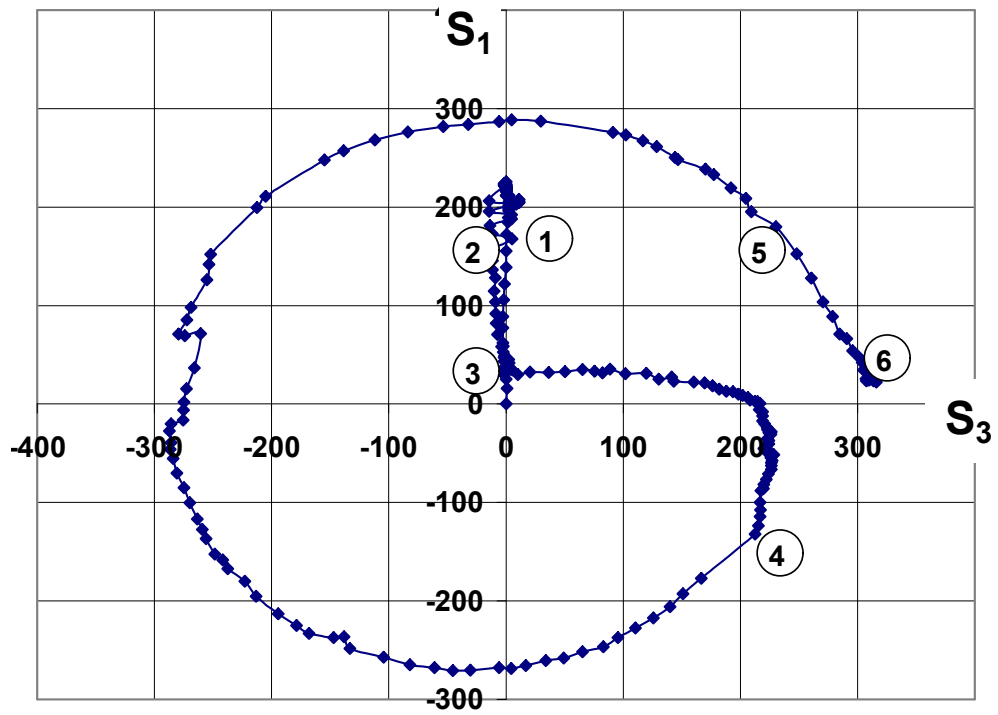


Рис. 5.41

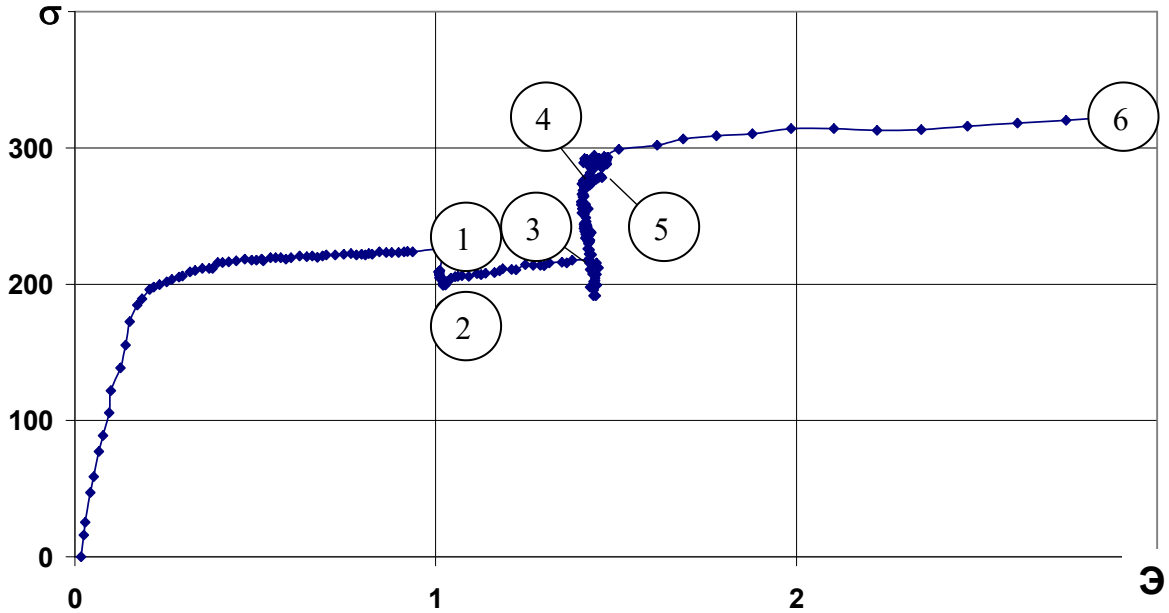
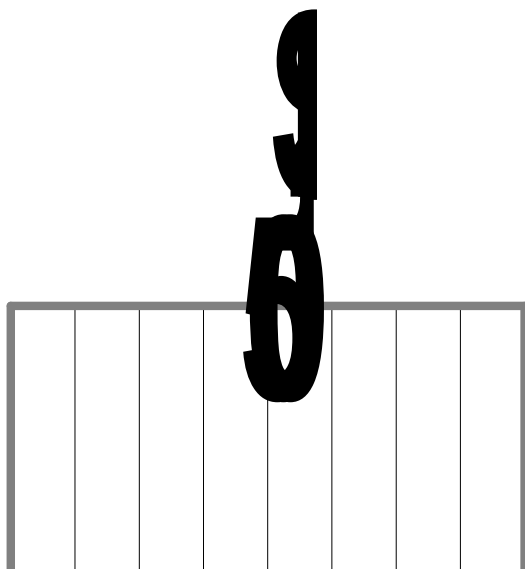
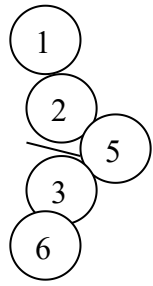


Рис. 5.42

На первом звене траектории деформирования образец растягивался до значения $\varepsilon = \varepsilon_1 = 1\%$. Затем траектория претерпевала излом в точке 1 на угол 90° в плоскости $\varepsilon_2\text{--}\varepsilon_1$, с помощью внутреннего давления осуществлялось деформирование вдоль оси ε_2 до значения $\varepsilon_2 = 1\%$ в точке 3 при постоянном значении $\varepsilon_1 = 1\%$. В точке 1 глобальной диаграммы после излома траектории на 90° в плоскости $\varepsilon_3\text{--}\varepsilon_1$ происходил «нырок» напряжений (см. рис. 5.42). На нисходящей ветви «нырка», а именно до точки 2 (минимума этого «нырка»), реализовывалась частичная упругая разгрузка материала. Локальные диаграммы деформирования представлены на рис. 5.43–5.45. При этом на локальных диаграммах деформирования $S_1\text{--}\varepsilon_1$, $S_2\text{--}\varepsilon_2$ (рис. 5.43, 5.45), имела место упругая разгрузка по S_1 и упругое догружение по S_2 до значения $S_2 \approx 100$ МПа. От точки 2 до точки 3 догрузка по S_2 до значения 215 МПа была пластической, а по S_1 продолжалась упругая разгрузка до значения $S_1 = 30$ МПа, то есть глобально происходило неполное пластическое деформирование. В точке 3 происходил второй излом траектории деформирования на 90° , и последующее деформирование реализовывалось в ортогональной к оси ε_2 плоскости $\varepsilon_3\text{--}\varepsilon_1$ по траектории в виде окружности радиуса $R = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_3^2} = 1\%$ (см. рис. 5.40). Этот (третий) участок траектории мы условно назвали плоским винтом. В результате второго ортогонального излома в точке 3 совершалось локальное разгружение материала по S_2 практически до нуля в точке 4 (рис. 5.45), что соответствовало тому, что угол депланации $\vartheta_2 \rightarrow 0$, а вектор напряжений $\bar{\sigma}$ стремился лечь в плоскость окружной траектории. Разгрузка по S_1 быстро переходила в

догружение сжатием до значения $S_1 \approx -128$ МПа в точке 4 (см. рис. 5.41). В точке 5 при завершении деформирования по окружности достигался максимум на глобальной диаграмме (см. рис. 5.42), после чего в этой же точке происходил третий излом траектории на угол 180° с последующим деформированием кручением по лучевой траектории при постоянном значении $\varepsilon_1 = 1$ % до потери устойчивости оболочки.



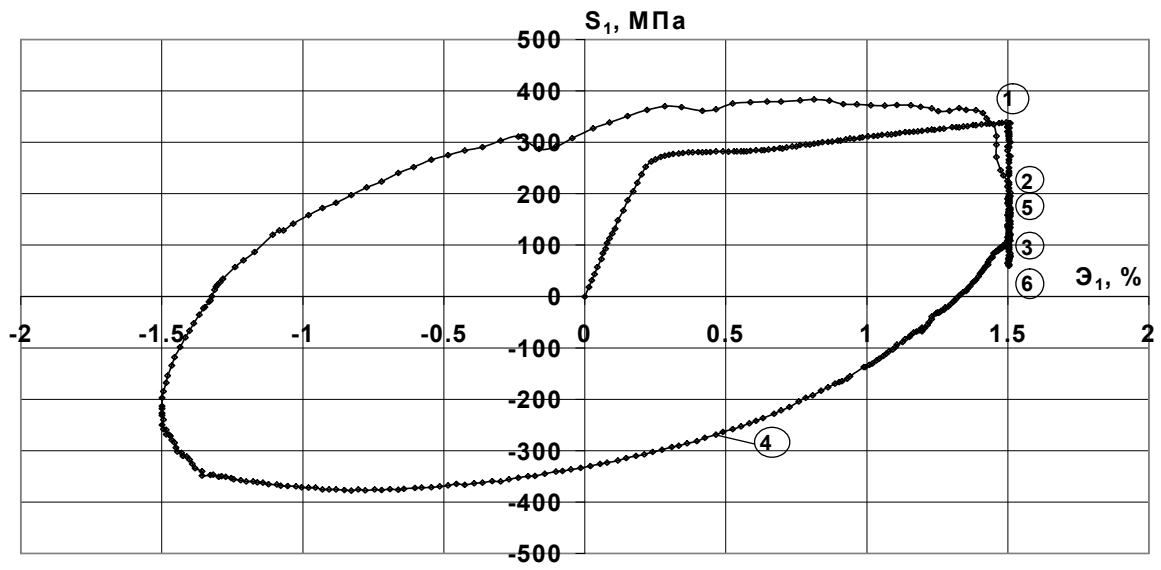


Рис. 5.43

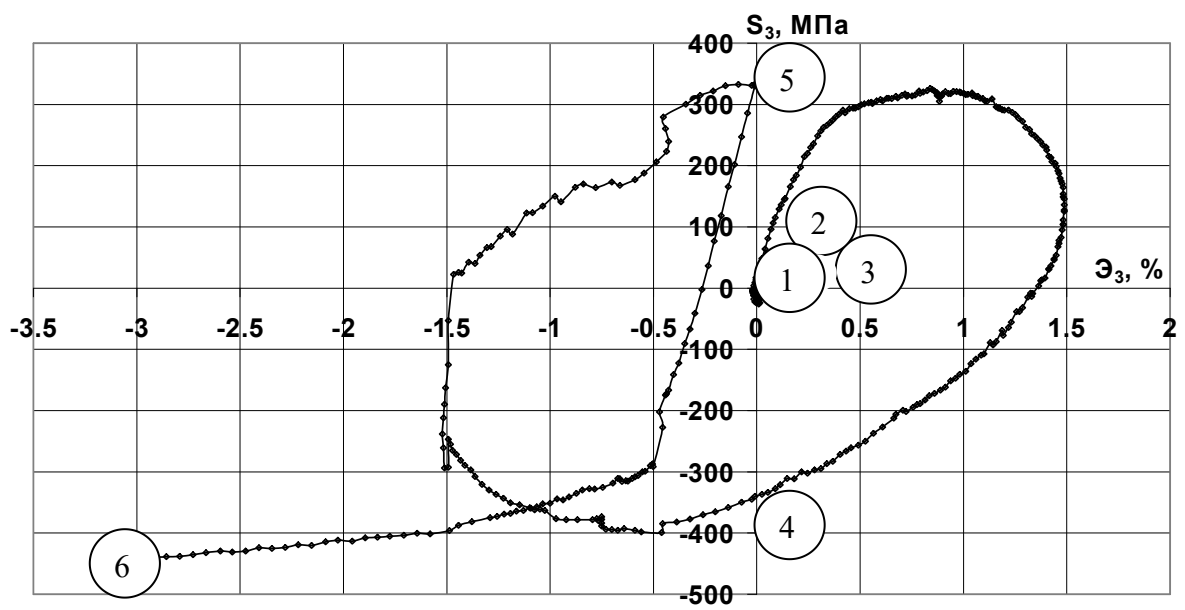


Рис. 5.44

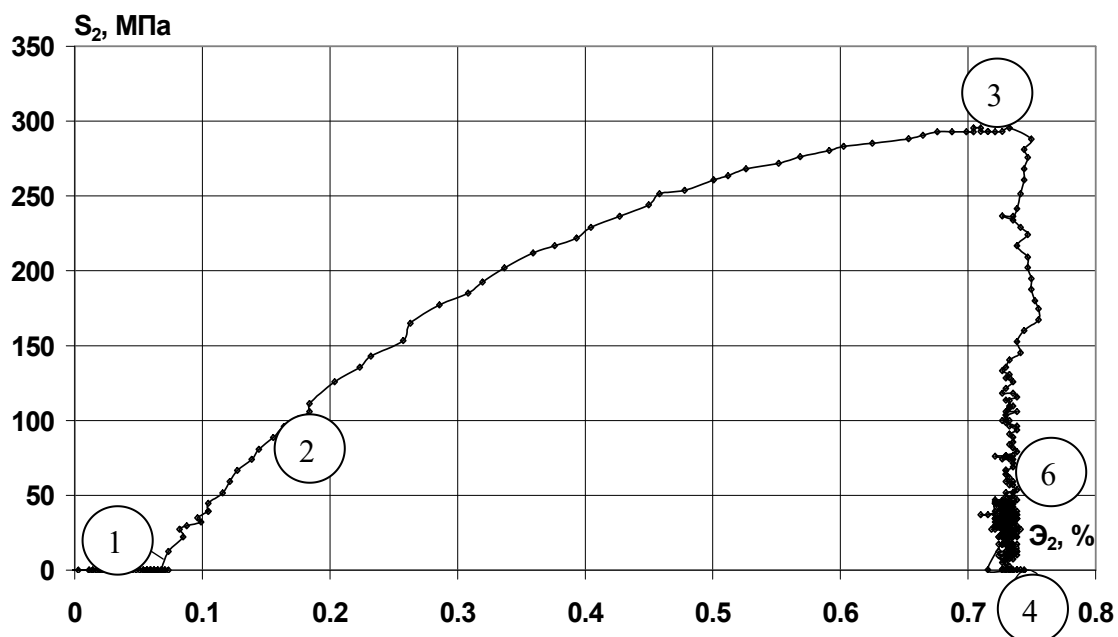


Рис. 5.45

После излома траектории (в точке 4) на глобальной диаграмме (см. рис. 5.42) наблюдался «нырок» напряжений с резкой частичной упругой разгрузкой материала до минимального значения $\sigma = 190$ МПа. Дальнейшее деформирование образца кручением сопровождалось пластической догрузкой и потерей устойчивости при критических значениях напряжений и деформаций: $\sigma = 323$ МПа; $S_1 = 22,1$ МПа; $S_2 = 62,8$ МПа; $S_3 = 316$ МПа; $\mathcal{E} = 2,88$ %; $\mathcal{E}_1 = 1$ %; $\mathcal{E}_2 = 1,03$ %; $\mathcal{E}_3 = -2,49$ %.

Векторные свойства материала можно характеризовать углом локальной депланации (углом соприкасания) Ψ , который связан с углами сближения ϑ_1 и депланации ϑ_2 зависимостью

$$\sin\Psi = \sin\vartheta_1 \sin\vartheta_2.$$

Этот угол показывает выход вектора напряжений σ из плоскости \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 , в которой расположена окружная траектория. График зависимости угла Ψ от модуля вектора напряжений σ на участке окружности представлен на рис. 5.46. Хорошо видно, что угол Ψ с увеличением σ уменьшается и стремится к нулю. Это означает, что после второго излома траектории вектор напряжений $\bar{\sigma}$ стремится лечь в плоскость окружной траектории.

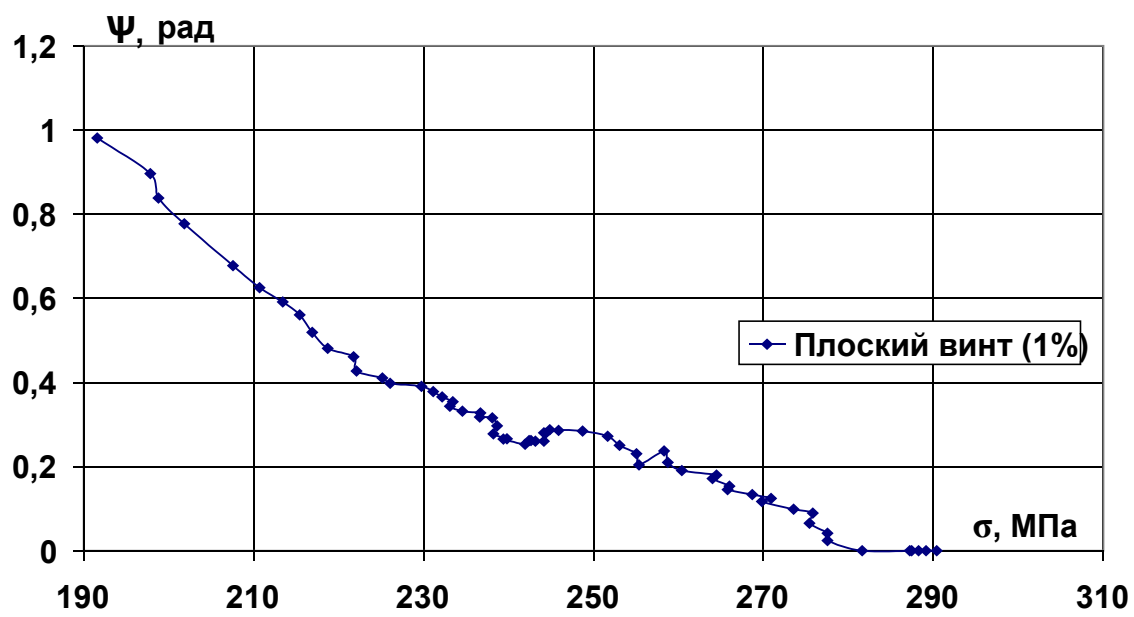


Рис. 5.46

Результаты исследования траектории типа «плоский винт» позволяют сделать выводы:

1) на участке криволинейной траектории указанного типа ($\kappa_2 = 0$) образ процесса не является плоским, поскольку вектор напряжений $\bar{\sigma}$ не лежит в плоскости траектории, но стремится к ней ($\vartheta \rightarrow 0$, $S_2 \rightarrow 0$) в процессе дальнейшего деформирования;

2) каждый «нырок» на ниспадающем участке траектории деформирования соответствовал упругой глобальной частичной разгрузке, при которой локальные процессы растяжения-сжатия и кручения были также упругими. При этом закон частичной разгрузки практически можно считать линейным. На восходящем участке «нырка» процесс активного деформирования всегда соответствовал неполному пластическому состоянию материала, при котором один из локальных процессов был упругим, а другой – пластическим.

5.7. Испытания типа смещенного веера концентрических окружностей

Образец подвергался сложному деформированию при одновременном действии растяжения-сжатия и знакопеременного кручения по программе деформирования со смещенным центром круговых траекторий увеличивающегося радиуса с последующим переходом на прямолинейный участок (рис. 5.47). Соответствующий ей отклик в плоскости S_1 – S_3 векторного пространства девиатора напряжений показан на рис. 5.48. Исследовались скалярные и векторные свойства материала СТ 45, а результаты испытаний были представлены соответствующими графиками. Глобальные диаграммы деформирования приведены на рис. 5.49, 5.50, локальные – на рис. 5.51, 5.52, а диаграмма, характеризующая векторные свойства материала СТ 45, дана на рис. 5.53.

Особый интерес вызывает поведение материала при сложном нагружении до \mathcal{E}_{\max} и сложной разгрузке по криволинейным участкам смещенных круговых траекторий при уменьшающемся модуле деформации. На этих траекториях обнаружено абсолютное невыполнение общепринятого в теории пластичности закона полной и частичной упругой линейной разгрузки.

При переходе с одного витка окружности траектории на другой (с большим радиусом, то есть иной кривизны) наблюдался эффект, похожий на тот, что возникает при наличии угла излома траектории в начале координат. При этом отклик (рис. 5.48) и диаграммы, данные на рис. 5.49–5.53, свидетельствуют о том, что имеет место активный процесс

деформирования без упругой разгрузки ($\vartheta_1 < \pi/2$). Известное приближенное решение такой задачи согласно линеаризованной теории приводит к утверждению, что угол сближения ростом дуги стабилизируется и принимает постоянное значение. Опыты показали, что это утверждение реализуется лишь приближенно. С ростом длины дуги наблюдается колебание угла сближения. В точке смены круговой траектории на прямолинейную резко изменялась кривизна, что было эквивалентно излому траектории и резкому уменьшению угла до значений, близких к нулю.

Особый интерес также представляют векторные свойства материала на криволинейных участках траекторий постоянной кривизны с последующим переходом на прямолинейный участок (рис. 5.53). След запаздывания векторных свойств предлагается определять только на прямолинейном участке. Из-за резкого изменения кривизны в точке смены последней круговой траектории на прямолинейный участок наблюдалось резкое уменьшение угла излома, стремящегося приблизиться к нулевому значению по экспоненциальному закону.

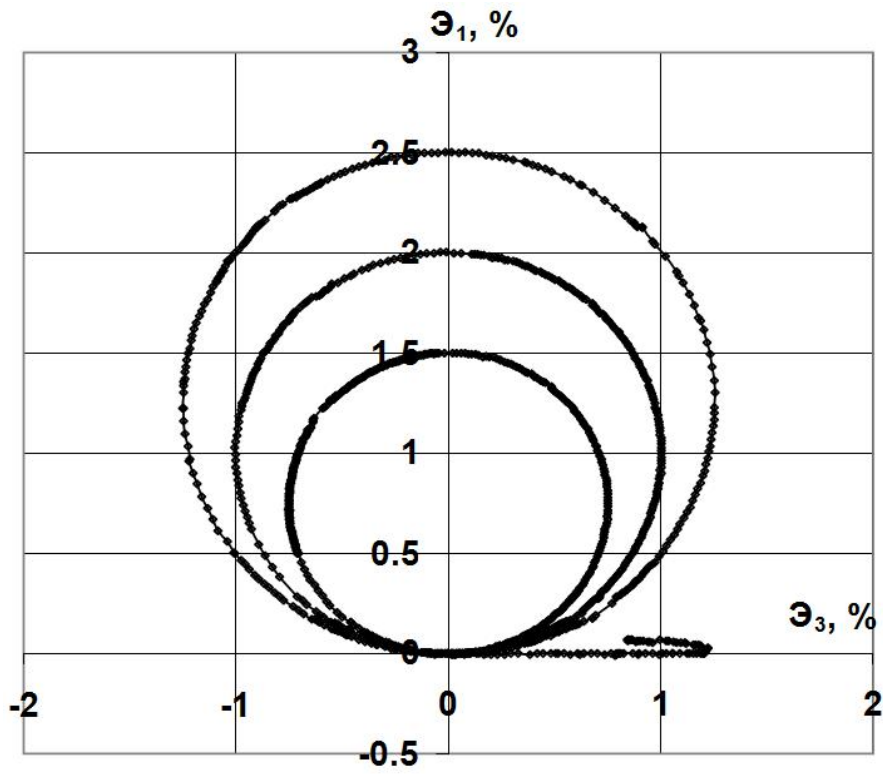


Рис. 5.47

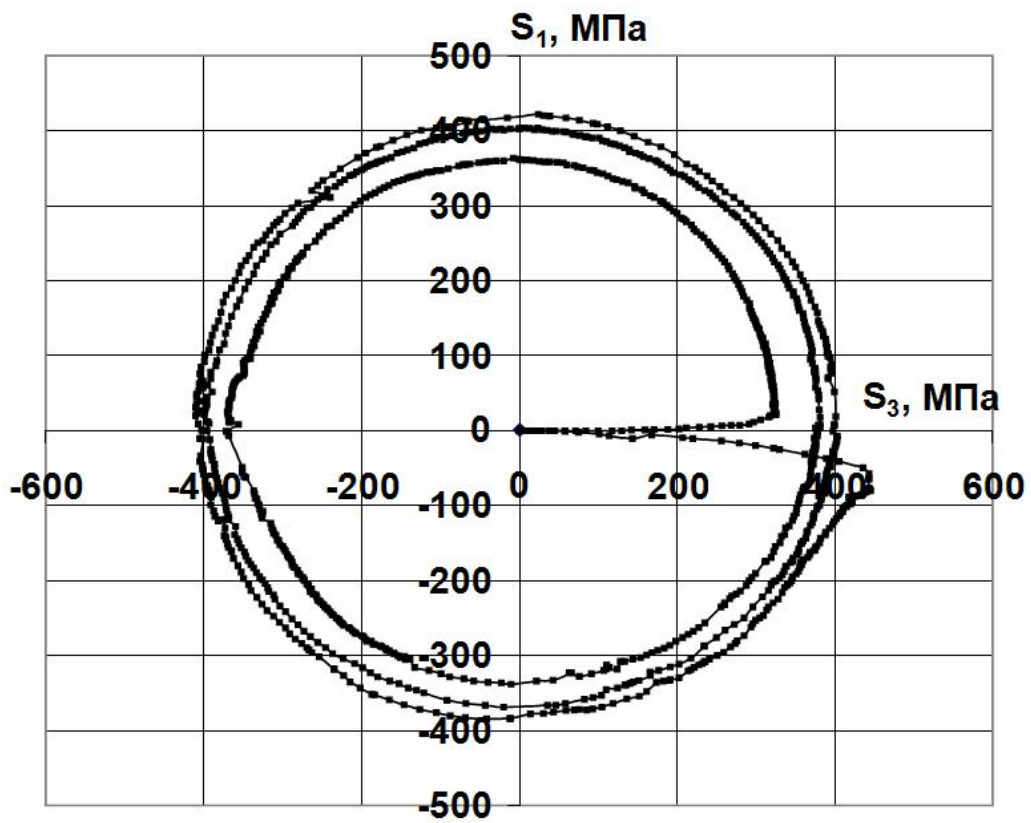


Рис. 5.48

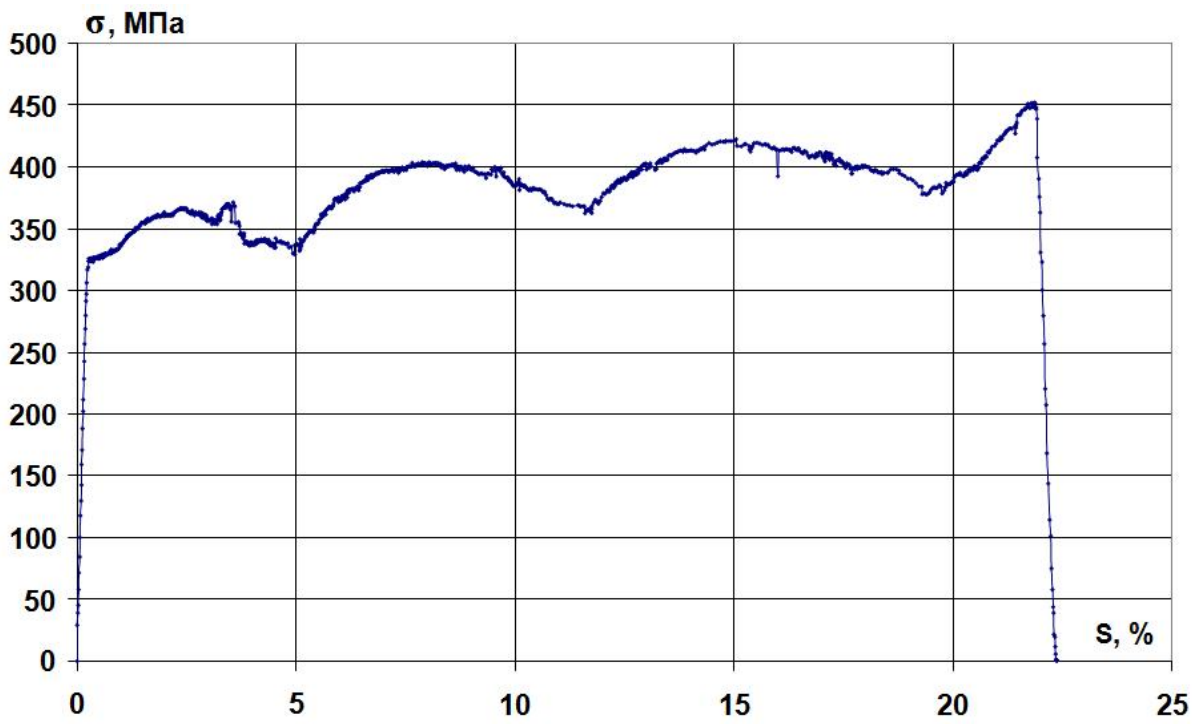


Рис. 5.49

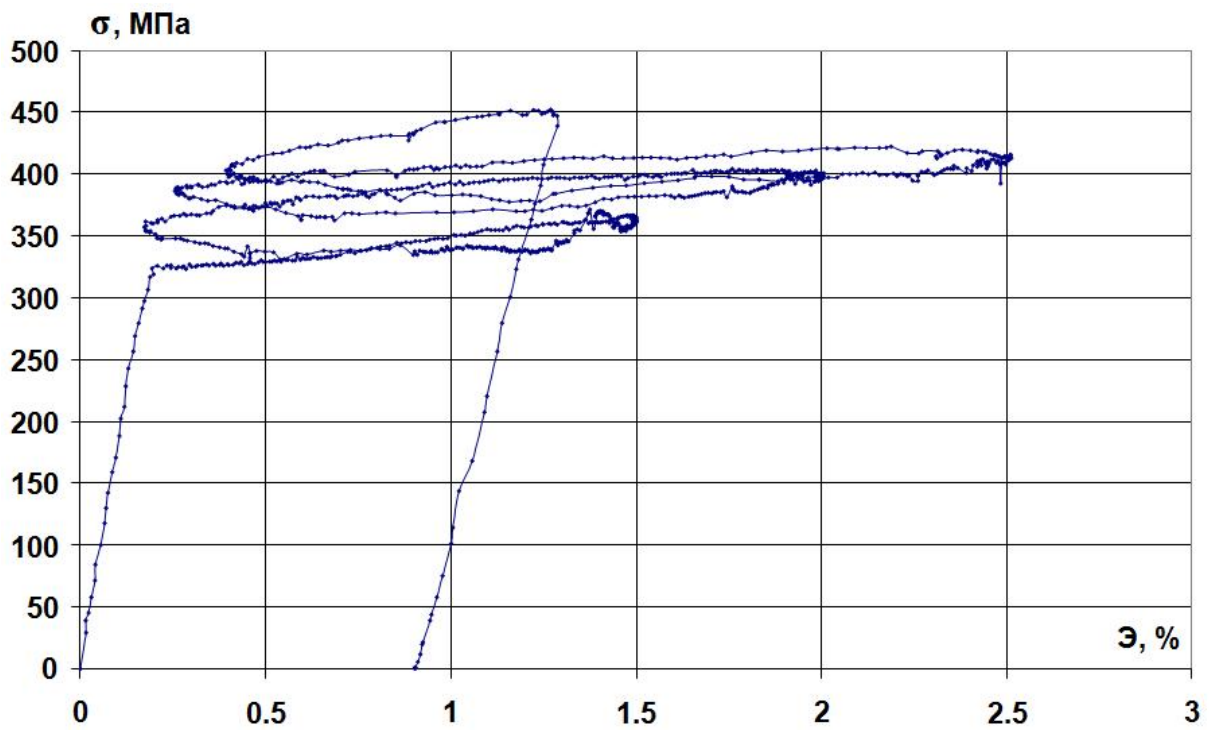


Рис. 5.50

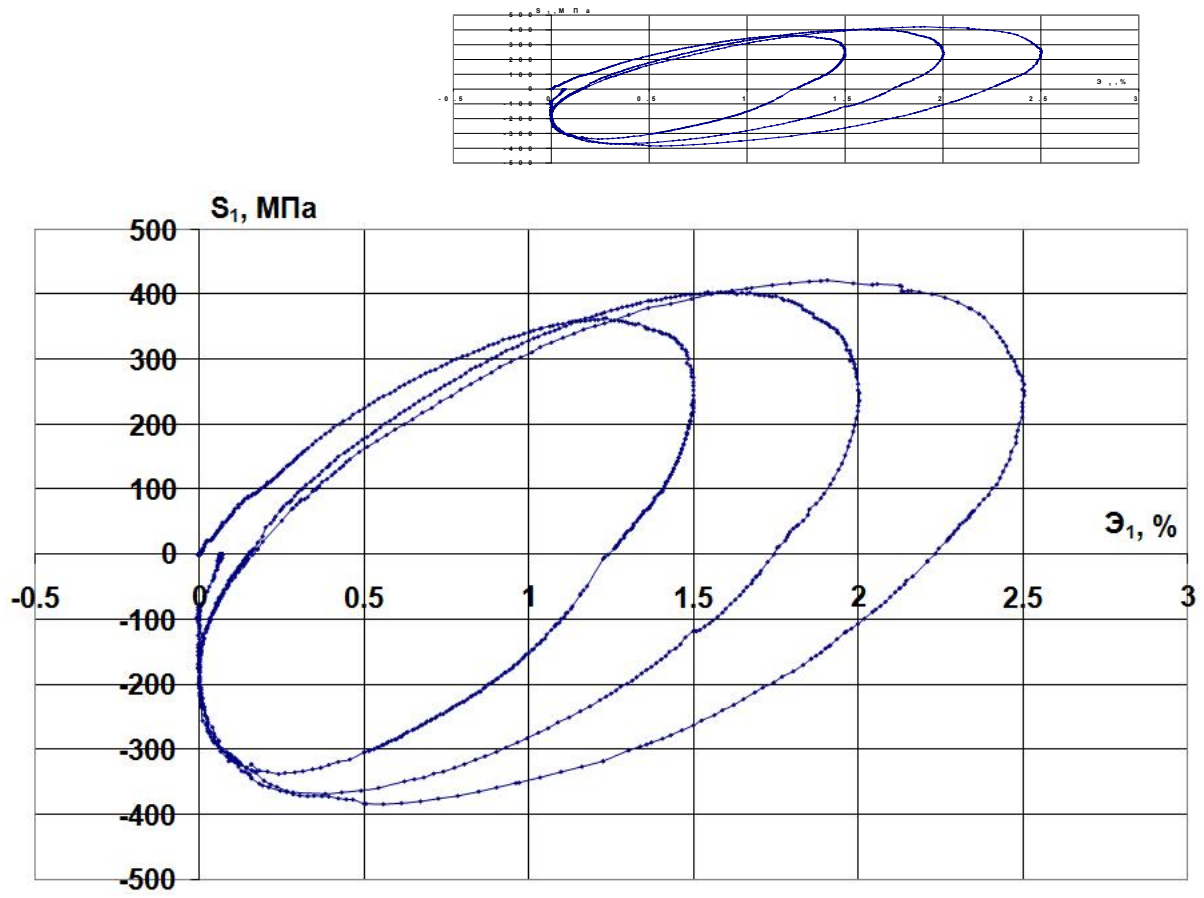


Рис. 5.51

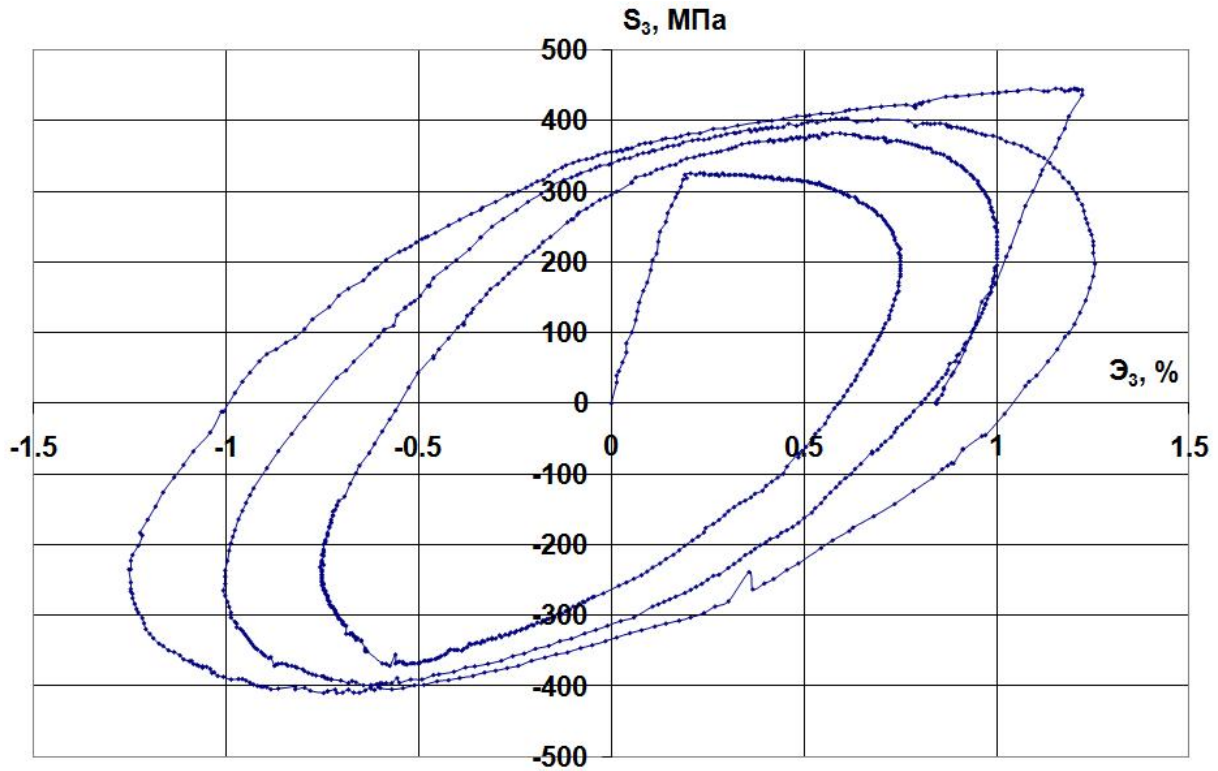


Рис.5.52

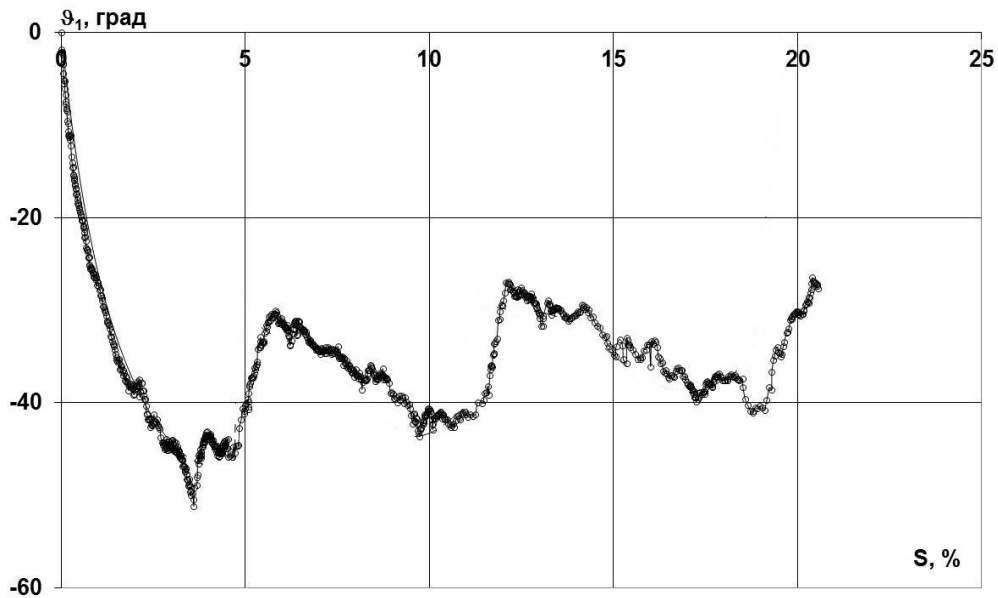


Рис. 5.53

Предложенная методика испытаний для определения следа запаздывания векторных свойств позволила выявить влияние предварительного сложного нагружения на его порядок и величину по допуску на угол в $6-7^\circ$ ($\lambda \cong 40^\circ$). Она позволила также установить, что

после излома траектории либо конечного изменения ее кривизны стабилизация процесса зависит от длины и вида предшествующего участка траектории, что предопределяет нестабильность количественного значения длины следа запаздывания как характеристики материала.

5.8. Экспериментальное исследование процессов сложного полного разгрузки материалов на многозвенных плоских ломаных замкнутых траекториях

Программа испытаний реализовывалась в векторном пространстве деформаций в плоскости \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 (рис. 5.54). Соответствующий ей отклик реализовывался в плоскости S_1 – S_3 векторного пространства девиатора напряжений (рис. 5.55). Особенность программы состояла в том, что после простого деформирования кручением до уровня $\mathcal{E} = \mathcal{E}_3 = 1,5\%$ происходил излом траектории деформирования на угол 135° , после чего происходило сложное разгрузку образца. После излома траектории (в точке K_0) образец подвергался одновременному действию кручения и растяжения материала до точки K_1 . При этом образец разгружался локально кручением до $\mathcal{E}_3 = -1\%$ при одновременном локальном увеличении деформации растяжения до уровня $\mathcal{E}_1 = 2,5\%$. После второго излома траектории (в точке K_1) образец разгружался сжатием до уровня $\mathcal{E}_1 = 0$ при постоянном значении $\mathcal{E}_3 = -1\%$ до точки K_2 . После третьего излома (в точке K_2) траектории деформирования на угол 90° образец снова закручивался до $\mathcal{E}_3 = 1\%$ при постоянном значении $\mathcal{E}_1 = 0$ (в точке K_3), после чего разгружался до значений $S_3 = 0$ и $S_1 = 0$ (рис. 5.54, 5.55).

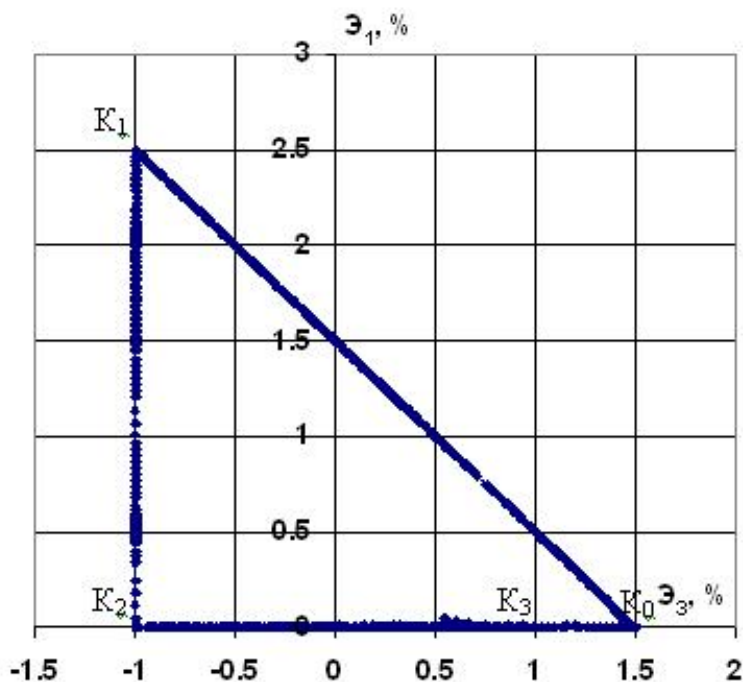


Рис. 5.54

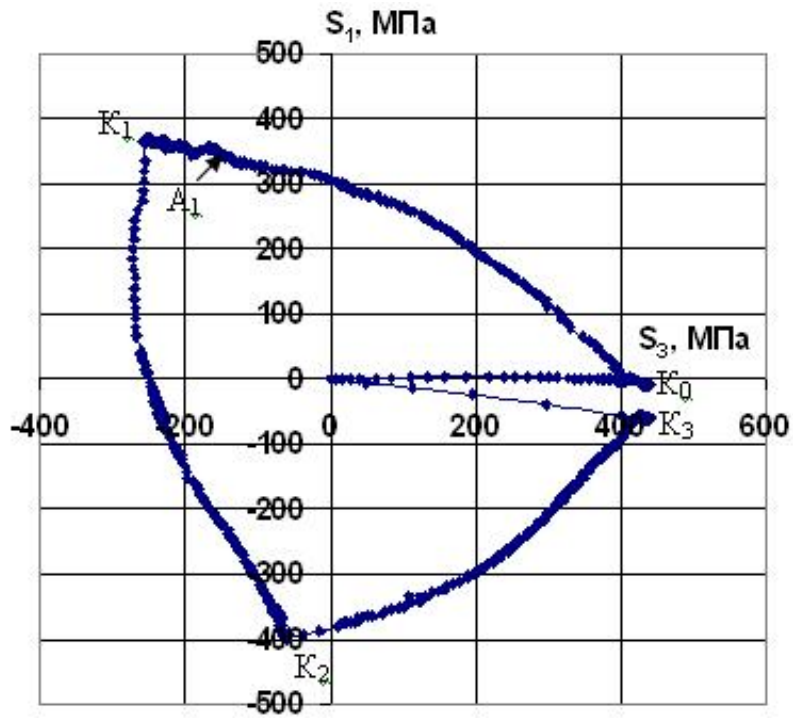


Рис. 5.55

На рис. 5.56, 5.57 представлены диаграммы деформирования σ – ε и диаграммы прослеживания процесса деформирования σ – s , где s – длина дуги траектории деформирования, а на рис. 5.58, 5.59 – локальные диаграммы деформирования S_1 – ε_1 и S_3 – ε_3 соответственно.

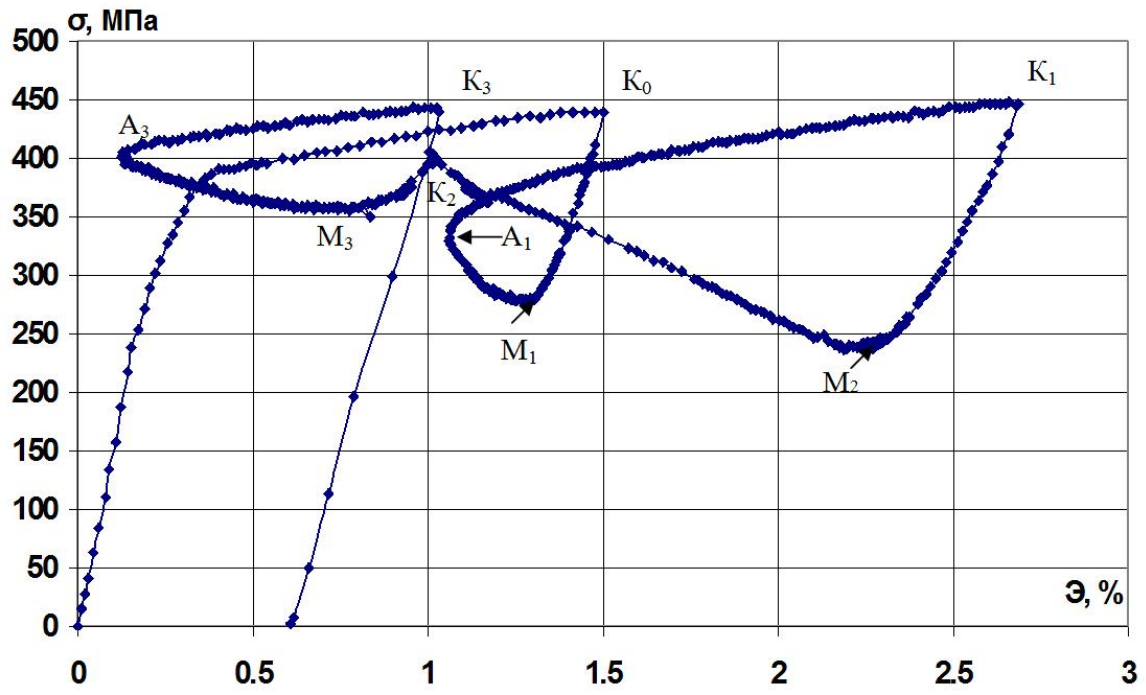


Рис. 5.56

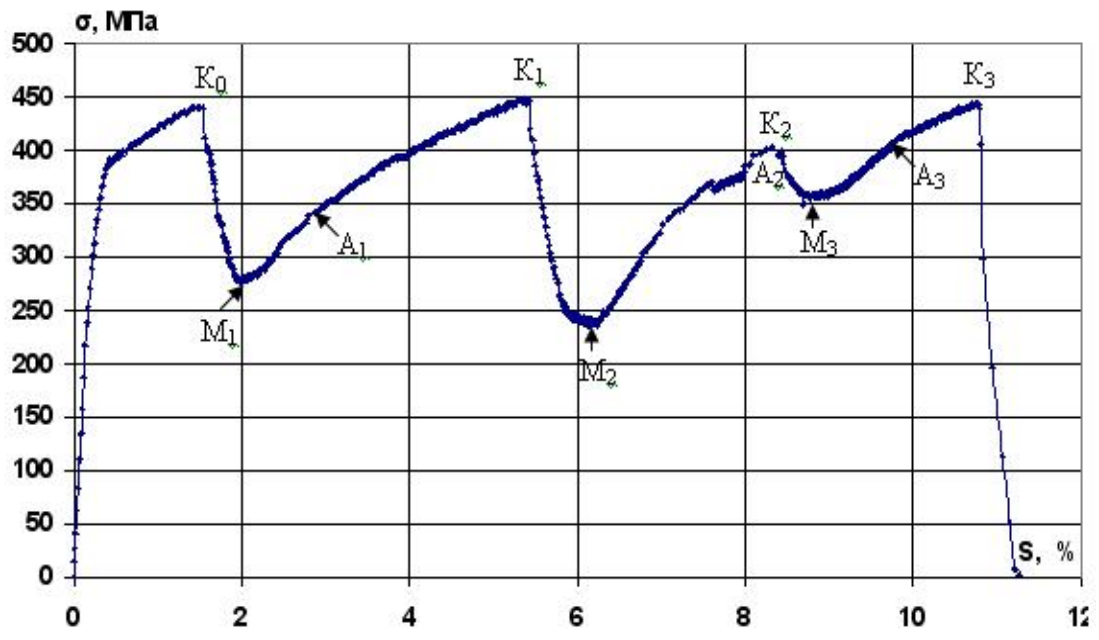
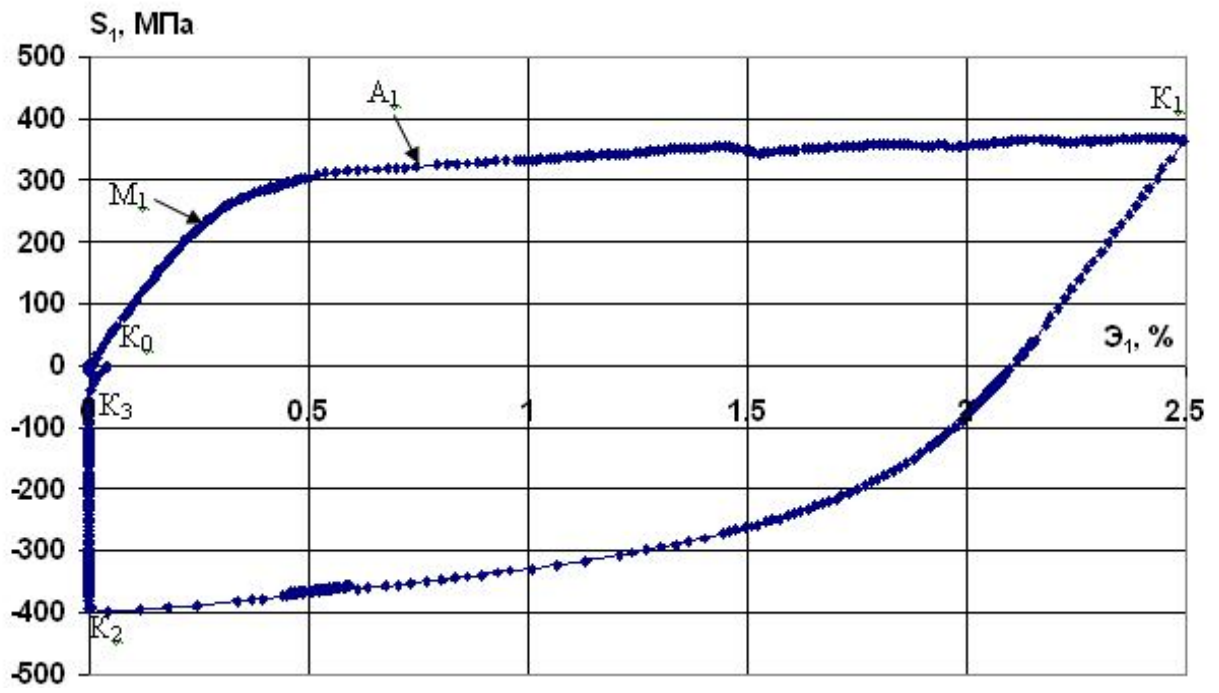
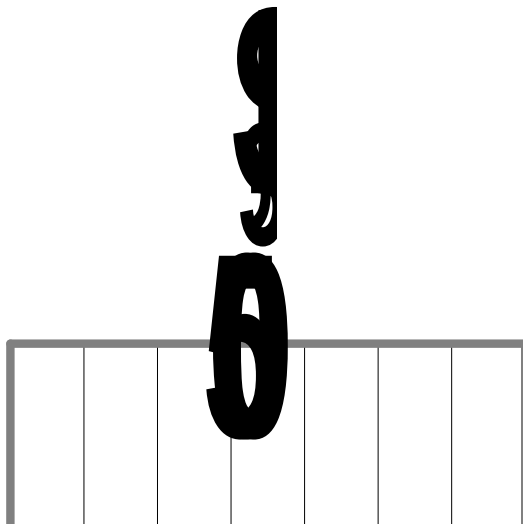


Рис. 5.57



9					
6					

Рис. 5.58



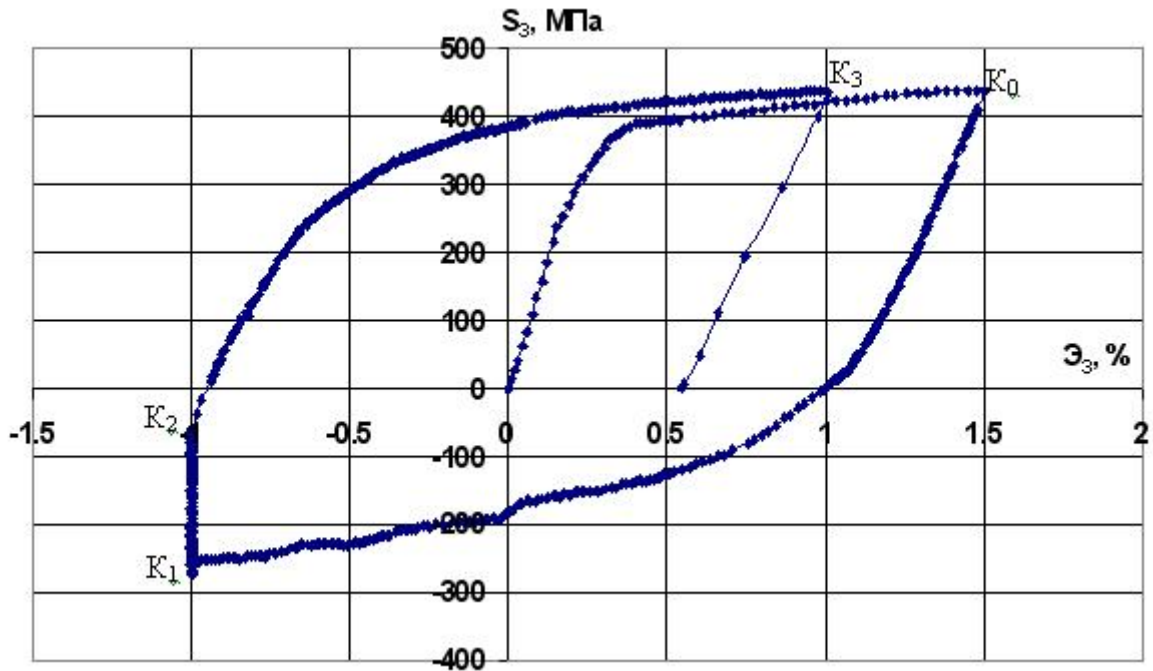


Рис. 5.59

После каждого излома траектории в точках K_0 – K_3 на диаграмме деформирования (см. рис. 5.56) наблюдались обратные «нырки» напряжений, а на диаграмме прослеживания процесса деформирования σ – s – прямые (см. рис. 5.57). Точками M_1 – M_3 отмечены на «нырках» те, в которых достигалось значение σ_{\min} . На ниспадающих участках «нырков» K_{i-1} – M_i ($i = 1, 2, 3$) происходила частичная упругая разгрузка при пассивном процессе деформирования ($dA_\phi < 0$, $\vartheta_1 > \pi/2$), а на восходящих участках – неполное упругопластическое деформирование на фоне активного процесса деформирования ($dA_\phi > 0$, $\vartheta_1 < \pi/2$). Граница между активным и пассивным процессами деформирования примерно соответствовала точкам, где $\sigma = \sigma_{\min}$. Процесс пассивного нагружения-разгрузки ($dB_\phi < 0$, $\pi/2 \leq \vartheta_1^* \leq \pi$) реализовывался на участках между точками K_{i-1} и A_i . Это участки сложного разгрузки материала (см. рис. 5.58, 5.59). В точках A_i происходила смена пассивных процессов нагружения на активные ($dB_\phi > 0$, $0 \leq \vartheta_1^* \leq \pi/2$).

На рис. 5.60, 5.61 изображены графики поведения углов сближения ϑ_1 – s и запаздывания ϑ_1^* – Σ в процессе деформирования и нагружения материала соответственно. Стрелками указаны характерные точки смены состояний деформирования либо нагружения. В точках M_i наблюдалось окончание частичной разгрузки $dA_\phi = 0$, $\vartheta_1 = \pi/2$, $dB_\phi = 0$, $\vartheta_1^* = \pi/2$, а в точках A_i – окончание сложного разгрузки.

Для определения углов ϑ_1 , ϑ_1^* использовались формулы:

$$\cos\vartheta_1 = \frac{1}{\sigma} S_k \frac{d\vartheta_k}{ds}, \quad \cos\vartheta_1^* = \frac{1}{\vartheta} \vartheta_k \frac{dS_k}{d\Sigma} \quad (k = 1, 2, 3).$$

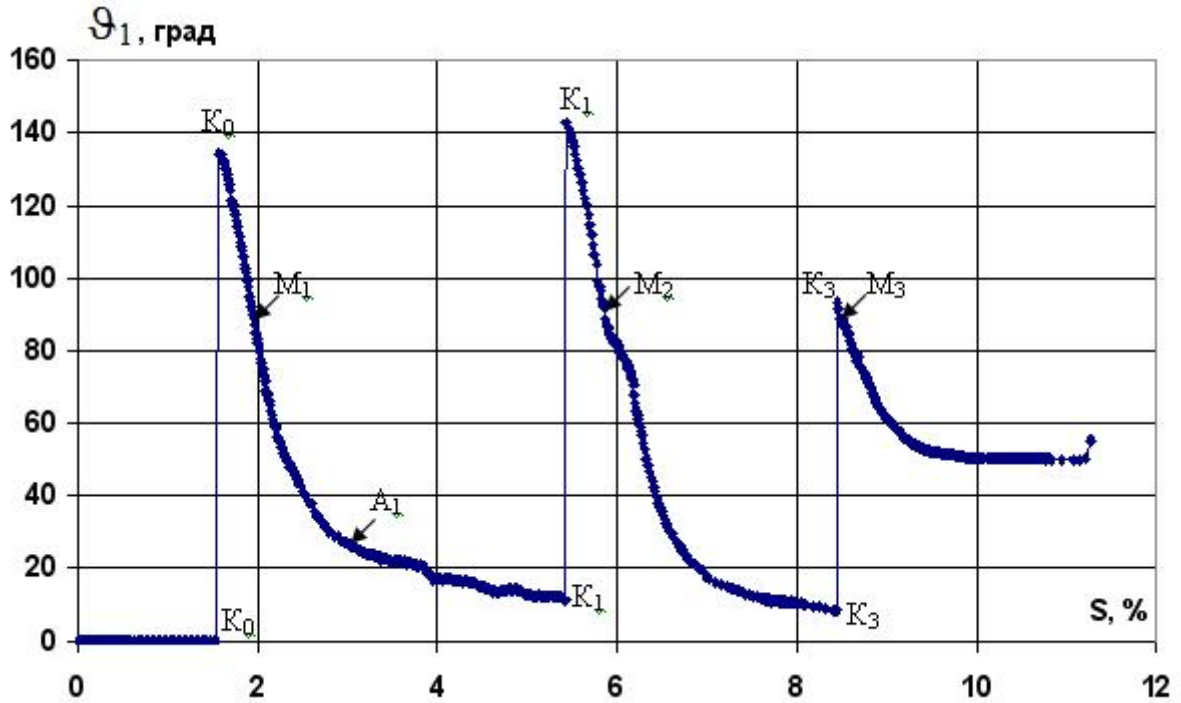


Рис. 5.60

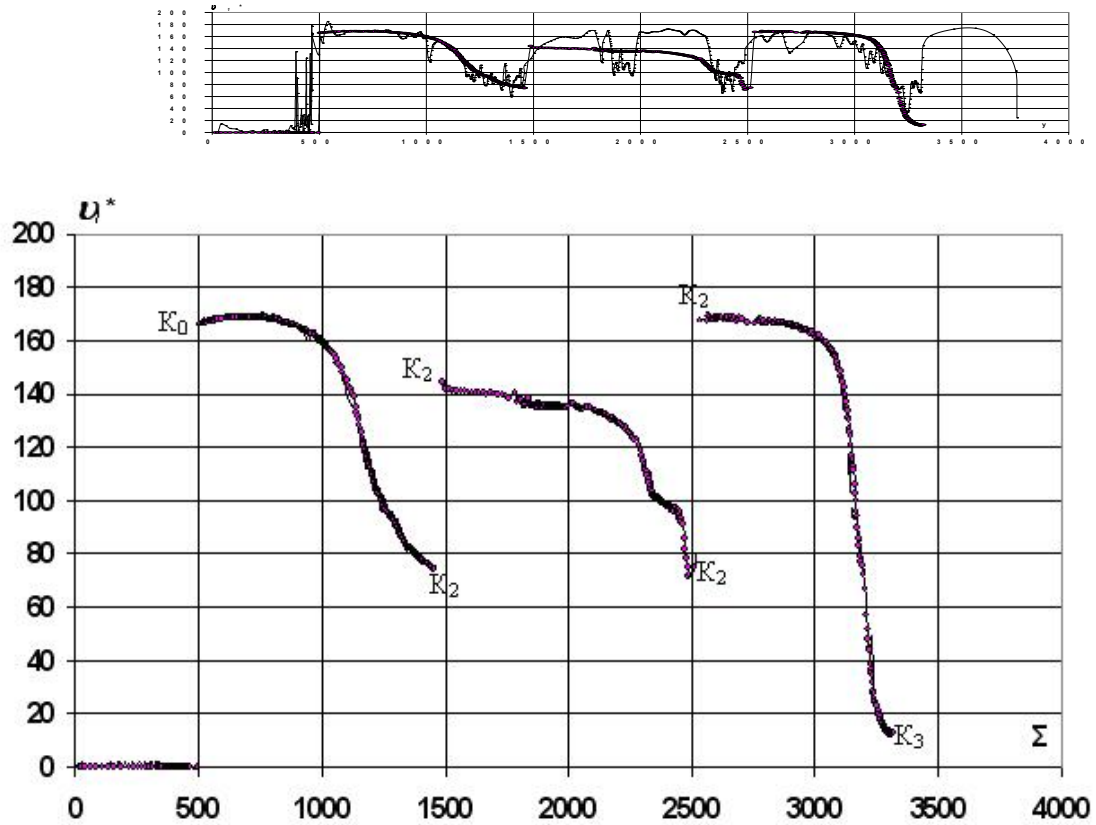


Рис. 5.61

На рис. 5.62 показана диаграмма прослеживания процесса деформирования \mathcal{E} – Σ , где Σ – длина дуги траектории нагружения. На этой диаграмме участки $K_0 - A_1$, $K_1 - A_2$, $K_2 - A_3$ совпадают с пассивными процессами нагружения, то есть сложной разгрузкой материала. Соответствующие «нырки» ($K_0A_1K_1$, $K_2A_3K_3$) названы Зубчаниновым [97] «нырками» деформации.

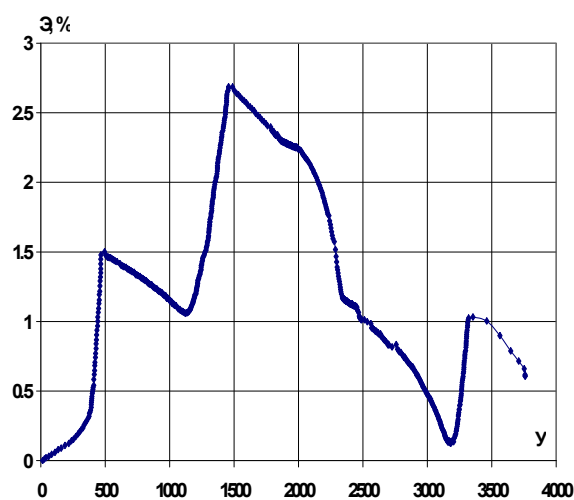
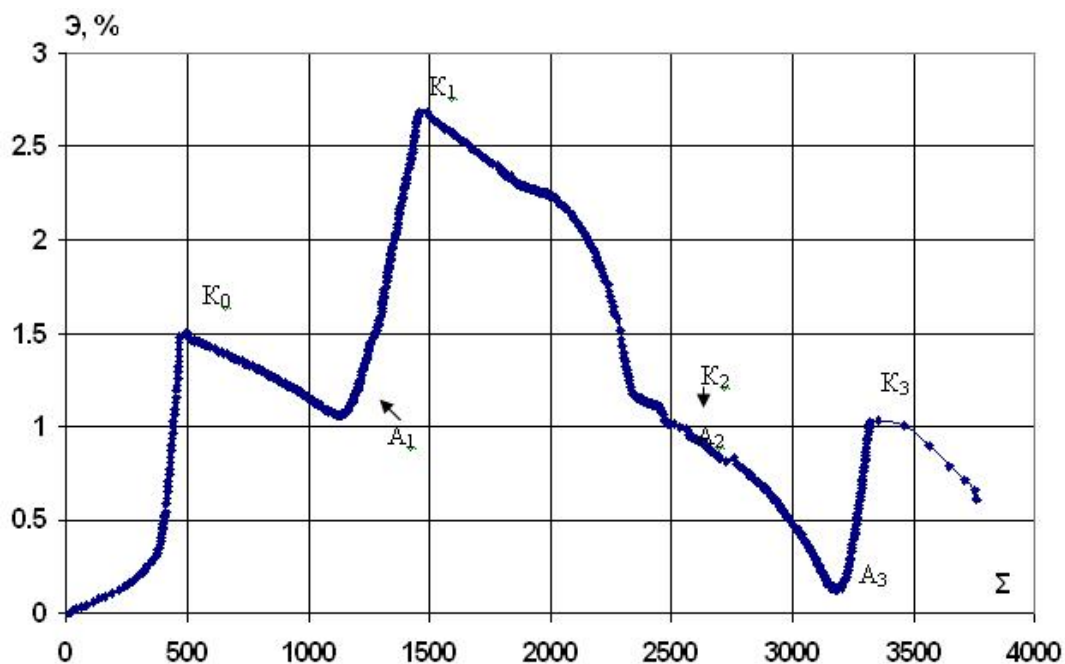


Рис. 5.62

Таким образом, сложная разгрузка материала описывается «нырками» напряжений и деформаций. «Нырок» напряжений состоит из участка частичной упругой разгрузки $K_i M_i$ и участка неполного упругопластического догружения $M_i A_i$ и в целом не описывается линейным законом разгрузки. «Нырок» деформаций состоит из участка $K_i M_i A_i$.

5.9. Проверка постулата изотропии Ильюшина в теории процессов на плоских многозвенных ломаных траекториях деформирования

Рассмотрим результаты экспериментальных исследований, проведенных с целью проверки достоверности основного закона пластичности – постулата изотропии в условиях ортогонального и неортогонального сложных нагружений. Замечено, что ортогональные нагружения вносят существенные поправки в зависимость между напряжениями и деформациями при пластическом деформировании. Этот факт имеет место, например, при смене растяжения и простой разгрузки на нагружение путем кручения образца и последующей простой разгрузки и т. д. Следовательно, возникла идея о проверке достоверности постулата изотропии на участках траекторий деформирования, ортогональных и не ортогональных друг другу. Сущность постулата изотропии состоит в том, что при ортогональных преобразованиях вращения и отражения траекторий в векторном девиаторном пространстве с базисом Ильюшина образ процесса деформирования либо нагружения сохраняется, то есть сохраняются скалярные и векторные свойства конструкционных материалов [121, 129, 130]. По мнению автора постулата пластичности (Ильюшина), в ряде случаев нагружения его необходимо уточнять.

Программы деформирования представляли собой четырехзвенные ломаные в плоскости $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$ при одновременном действии растяжения-сжатия и кручения. Исходная траектория (первая программа) реализовывалась путем кручения до $\mathcal{E} = \mathcal{E}_3 = 1,5\%$, излома траектории на угол 135° в точке K_0 и деформирования при одновременном растяжении и кручении до точки K_1 с координатами $\mathcal{E}_1 = 2,6\%$, $\mathcal{E}_3 = 1,11\%$. Затем снова происходил излом на 135° и осуществлялось деформирование при постоянном значении $\mathcal{E}_3 = 1,11\%$ до значения $\mathcal{E}_1 = 0$. В точке K_2 при $\mathcal{E}_1 = 0$, $\mathcal{E}_3 = 1,11\%$ происходил излом на 90° и реализовывалось кручение до потери устойчивости трубчатого образца. Ортогональные преобразования исходной траектории (первой программы) осуществлялись вращением против часовой стрелки на 90 и 180° (вторая и третья программы). Четвертая программа получена из исходной преобразованием отражения относительно оси \mathcal{E}_3 . Все четыре программы испытаний представлены на рис. 5.63.

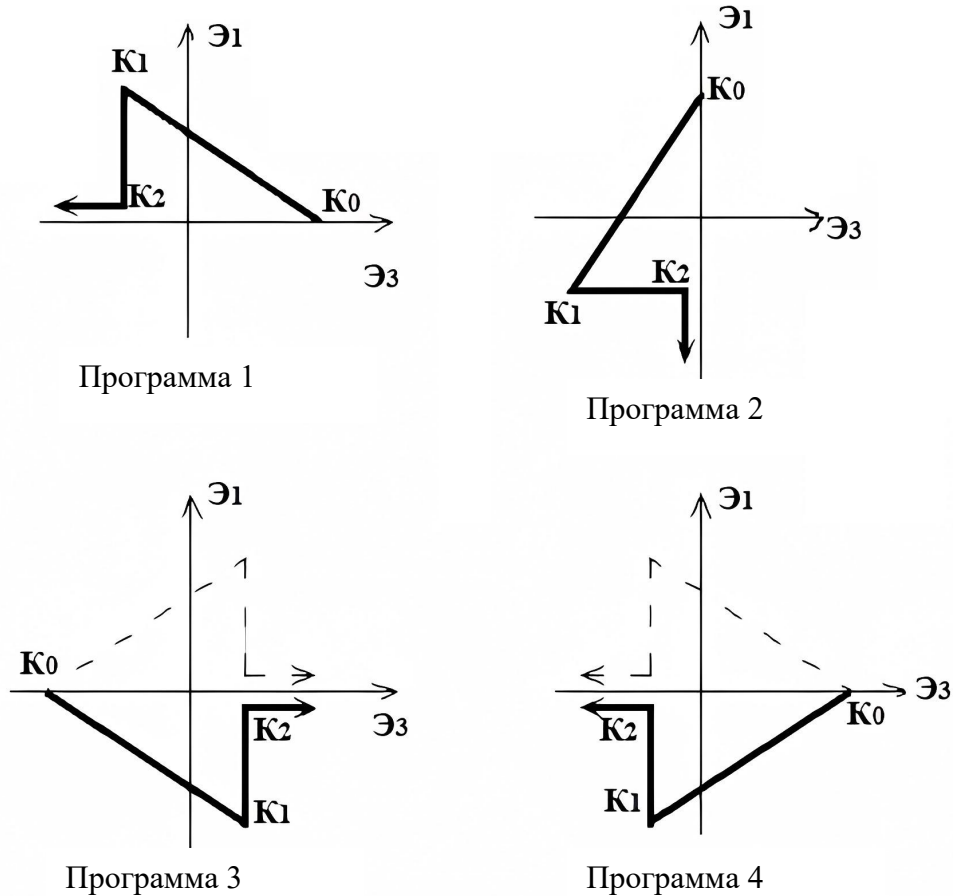


Рис. 5.63

На рис. 5.64 представлены в пространстве напряжений соответствующие траектории нагружения (отклик). Из рис. 5.63 видно, что в первом и четвертом опытах в результате отражения траектории относительно \mathcal{E}_3 вторые участки ортогональны друг другу. Аналогично в третьем и четвертом опытах при отражении траекторий относительно оси \mathcal{E}_1 вторые участки ортогональны друг другу. Для остальных участков условие их ортогональности при отражении не соблюдается.

На рис. 5.65 представлены совмещенные диаграммы $\sigma - s$ для всех четырех испытаний, характеризующие скалярные свойства материала. Из рис. 5.65 видно, что все диаграммы практически совпадают, поэтому можно сделать вывод о том, что для данной серии испытаний по отношению к скалярным свойствам постулат изотропии выполняется. На рис. 5.66, 5.67 представлены локальные диаграммы деформирования $S_1 - \mathcal{E}_1$, $S_3 - \mathcal{E}_3$, которые в силу их кососимметричности приводят к тому же самому выводу.

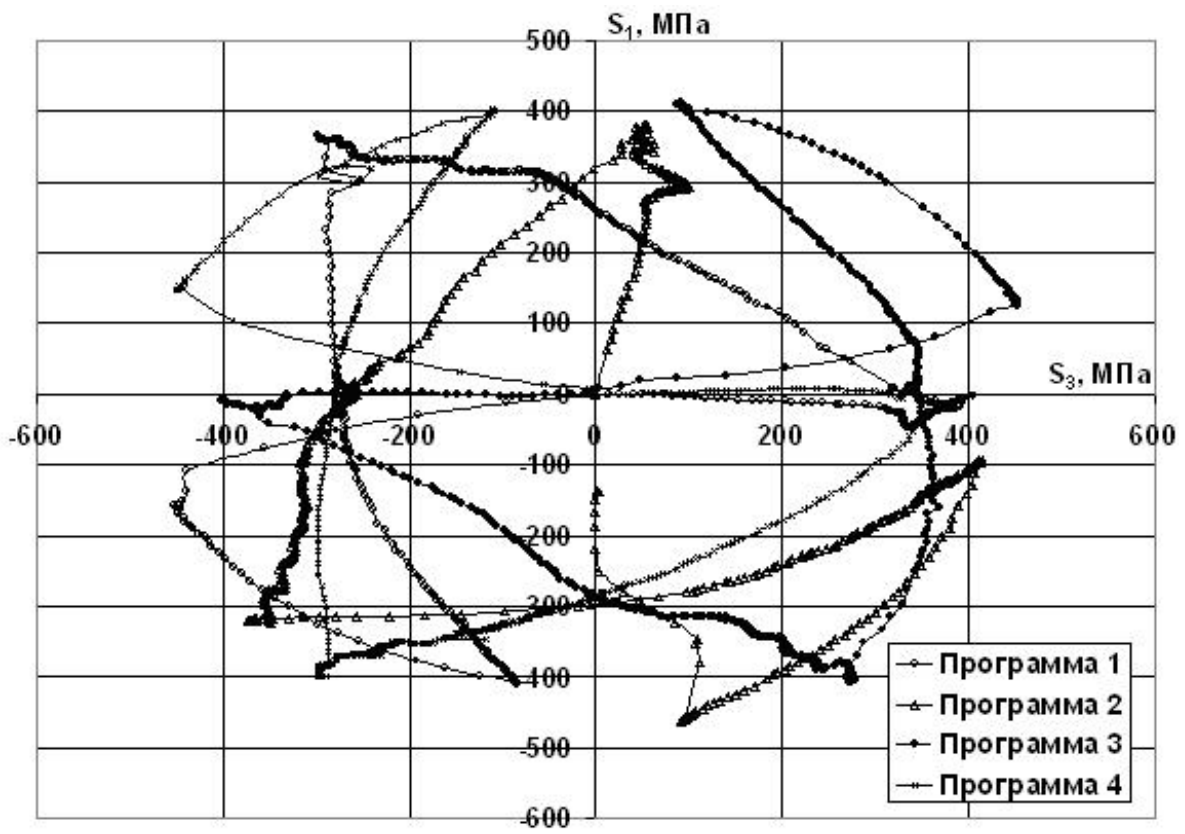


Рис. 5.64

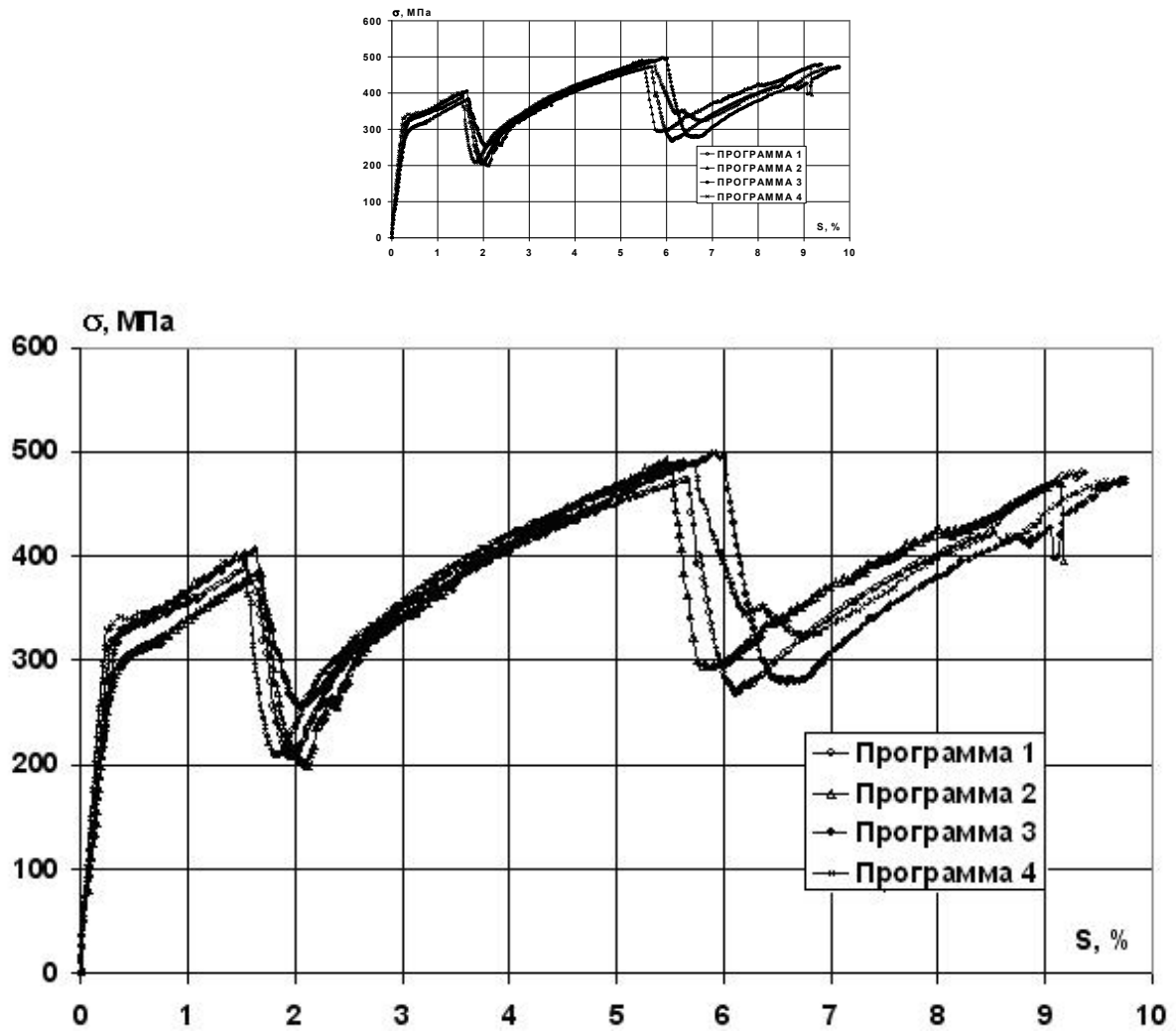


Рис. 5.65

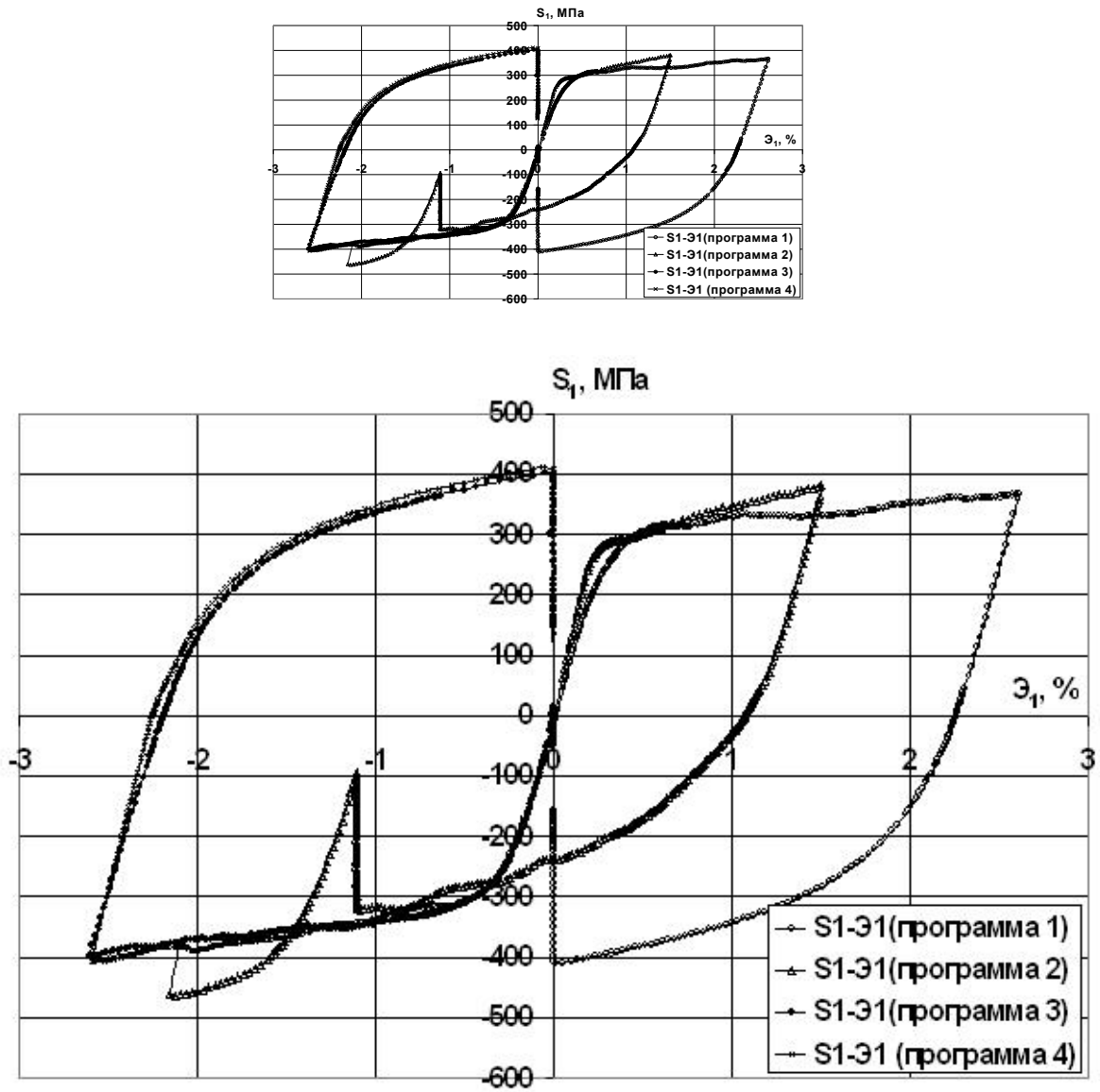


Рис. 5.66

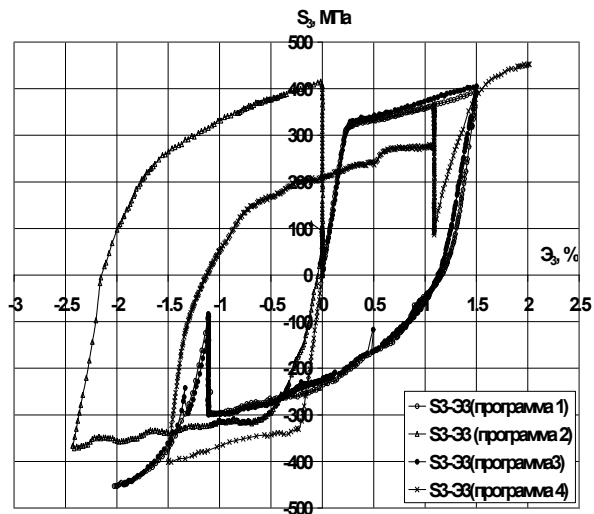
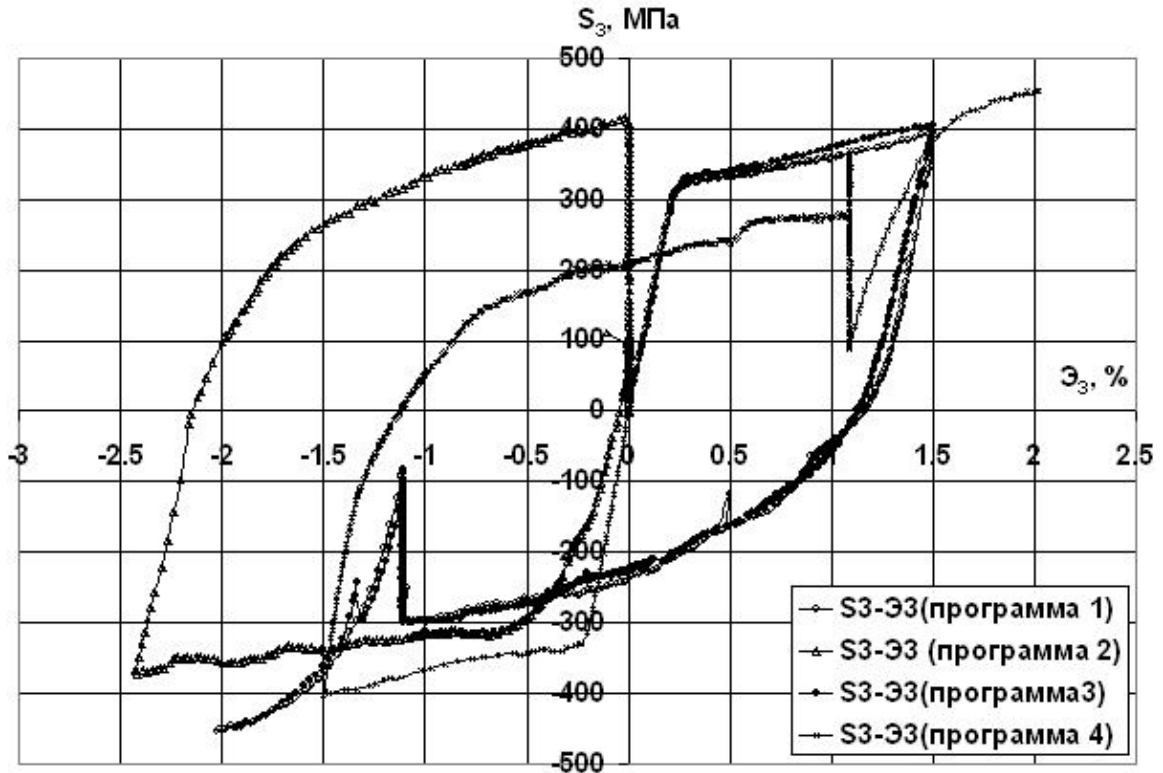


Рис. 5.67

На рис. 5.68 представлены совмещенные диаграммы углов сближения $\vartheta_1 - \Delta s$, характеризующие векторные свойства материала. Хорошо видно, что в программах 1–4 углы сближения практически не отличаются друг от друга (примерно 7 %). В программах 1 и 4 вторые участки ортогональны. На этих участках кручение происходило в одном направлении, но растяжению в программе 1 отвечало сжатие в программе 4, однако это не привело к сильно различающемуся изменению структуры материала и различной деформационной анизотропии.

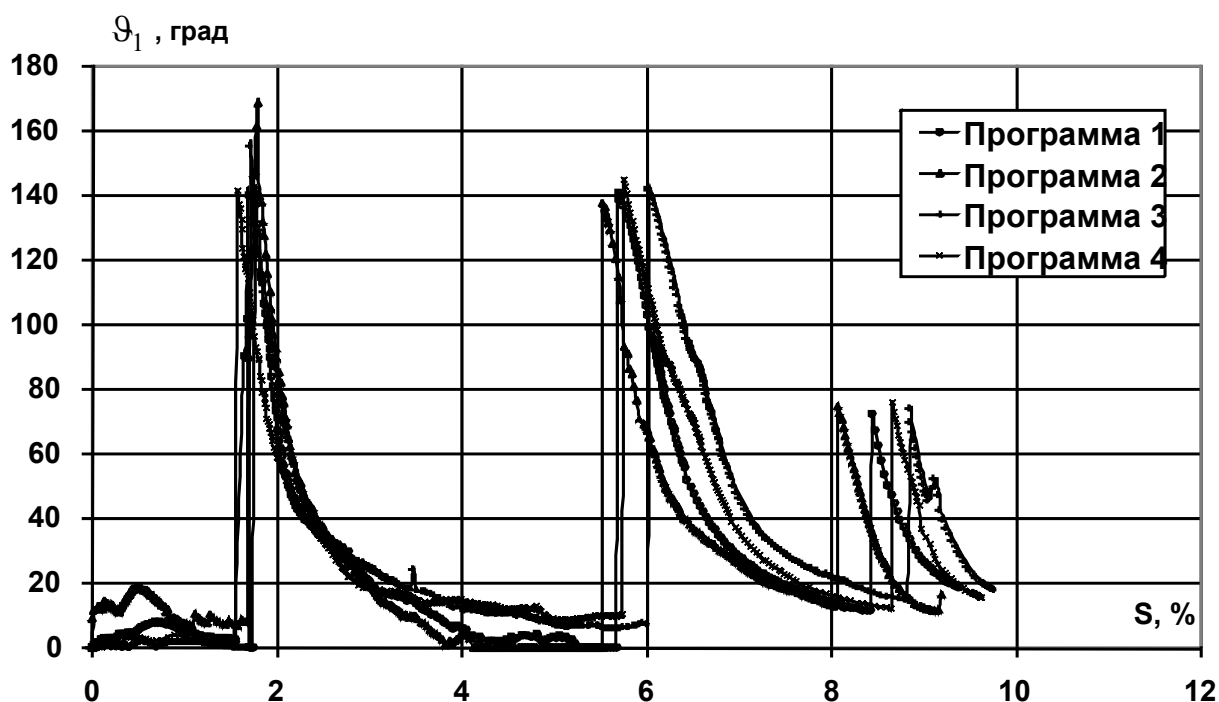


Рис. 5.68

В программе 3 по сравнению с программой 1 кручение на втором участке происходило в противоположном направлении, что в силу равноправности направлений по кручению несущественно для изменения структуры материала. Однако растяжению в программе 1 соответствовало сжатие в программе 3. Таким образом, по изменению структуры программа 3 идентична 4 в сравнении с исходной программой. Для всех участков неортогонального нагружения постулат изотропии в данной серии испытаний выполняется достаточно точно как по скалярным, так и по векторным свойствам материала. Он соблюдается в подавляющем большинстве случаев сложного деформирования многих материалов.

Таким образом, ортогональные преобразования вращения и отражения не нарушают постулата изотропии для стальных образцов из стали 45.

6. ИСПЫТАНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ВИНТОВЫМ ТРАЕКТОРИЯМ

6.1. Винтовые траектории постоянной кривизны и кручения

Представлены результаты экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния и процессов упруго-

пластического деформирования материалов трубчатых образцов при растяжении, кручении с внутренним давлением в пространстве деформаций по многозвенным пространственным винтовым траекториям деформирования. Образцы имели толщину стенки 1 мм, радиус срединной поверхности 15,5 мм, длину рабочей части 110 мм. Материал образцов в достаточной степени начально изотропен. Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$; $\sigma_T = 270$ МПа. Программы испытаний реализовывалась в векторном пространстве деформаций. Соответствующие им отклики реализовывались в плоскости векторного пространства девиатора напряжений.

В экспериментальных исследованиях были реализованы несколько типов винтовых траекторий с центром кривизны винтовой плоскости \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 , совпадающей с началом координат. Изучались скалярные и векторные свойства материалов. Программы испытаний пространственных траекторий в девиаторном подпространстве представлены на рис. 6.1–6.3, характеристики – в таблице.

Номер опыта	$R, \%$	$h, \%$	$H, \%$	a	b	κ_1	κ_2	Количество витков n
1	0,5	0	0,25	0	0,03979	1,987	0,158	3,5
2		0	1	0	0,15915	1,816	0,578	1,5
3		0	1,5	0	0,23873	1,6287	0,7776	1,5
4		0	0,25	0	0,03979	1,9874	0,1567	4
5		0,19	0,5	0,030	0,05066	1,9797	0,2241	2,5
6		0,17	0,5	0,027	0,05066	1,9797	0,2241	1,5

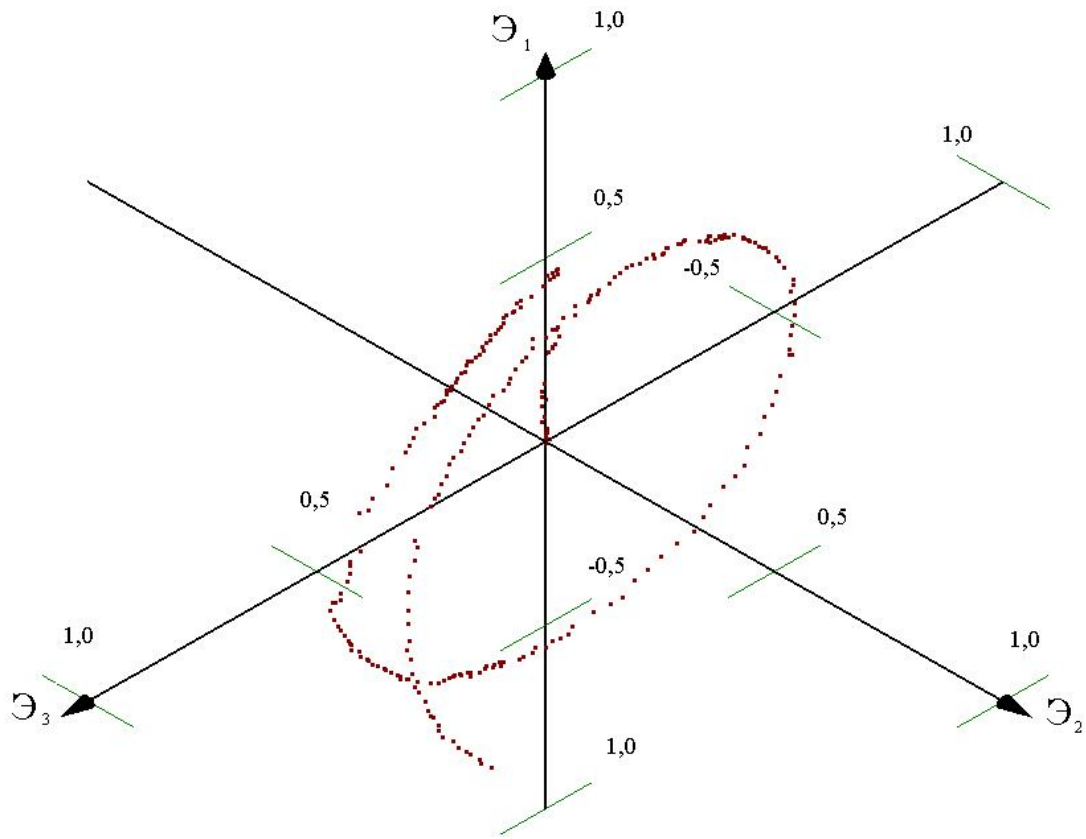


Рис. 6.1

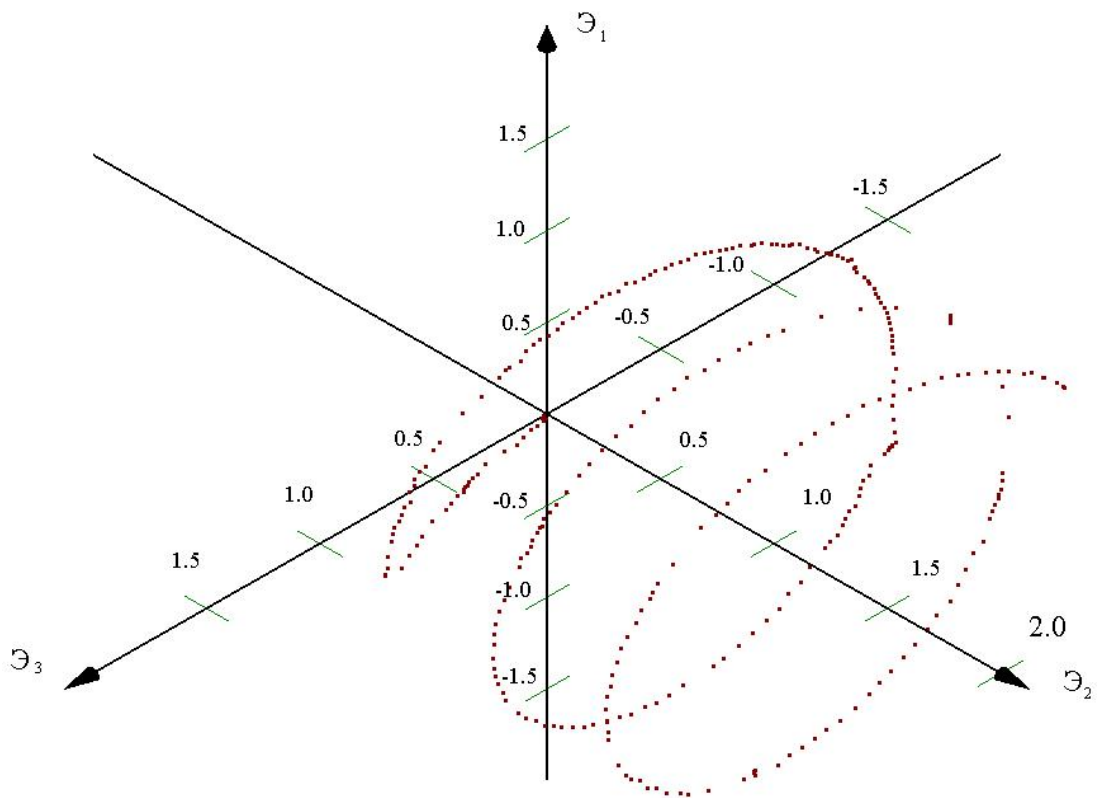


Рис. 6.2

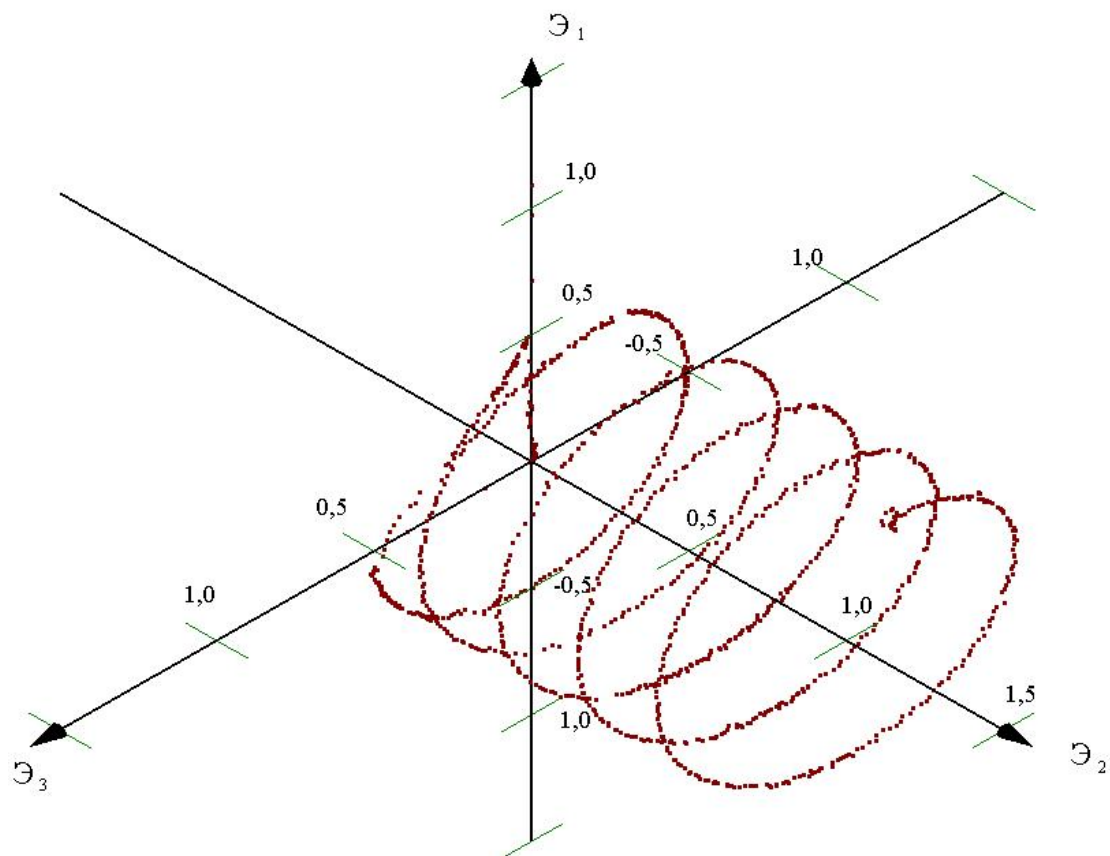


Рис. 6.3

Более полное представление о программе испытаний центральной пространственной винтовой траектории деформирования постоянной кривизны и кручения в проекциях на координатные плоскости дают рис. 6.4–6.6. Выход на криволинейную часть траектории осуществлялся следующим образом: на первом этапе образец закручивался до значения $\mathcal{E}_3 = 0,5 \%$, затем производился излом на 90° и реализовывался один виток окружности в плоскости \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 с постоянным радиусом $0,5 \%$ относительно начала координат, то есть центр окружной траектории совпадал с началом координат, после чего было реализовано три с половиной витка при увеличивающемся значении \mathcal{E}_2 . Шаг винта в направлении \mathcal{E}_2 составил $0,25 \%$.

Диаграмма прослеживания процесса представлена на рис. 6.7, а глобальная диаграмма деформирования – на рис. 6.8. Соответствующий отклик на программу испытаний реализовывался в плоскости векторного пространства девиатора напряжений (рис. 6.9–6.11). Локальные диаграммы деформирования приведены на рис. 6.12–6.14, векторные свойства материала – на рис. 6.15, 6.16.

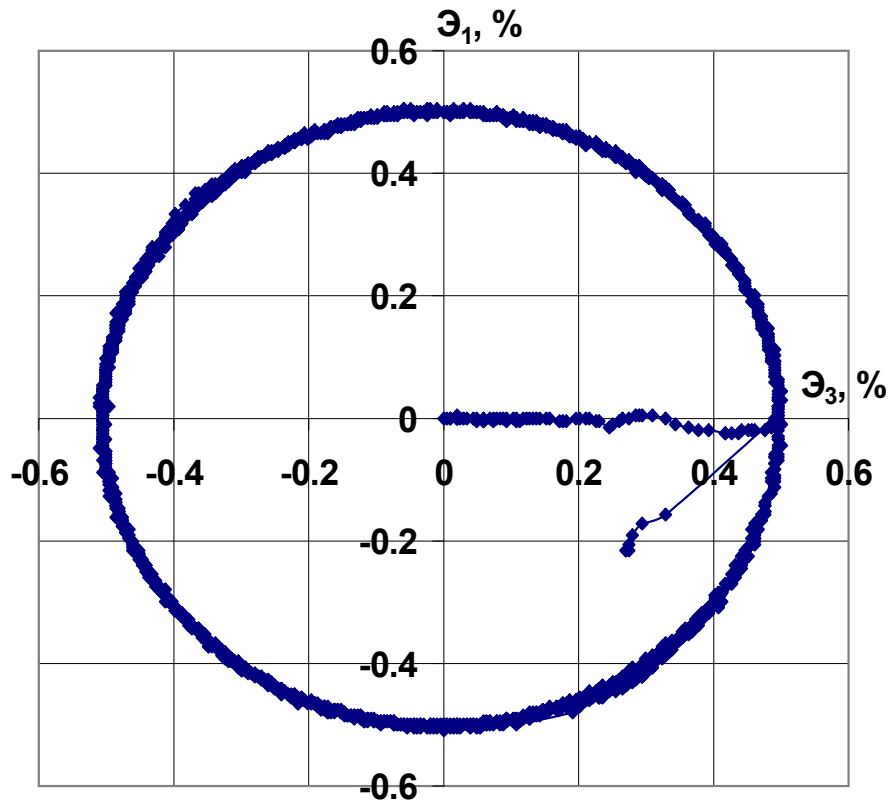


Рис. 6.4

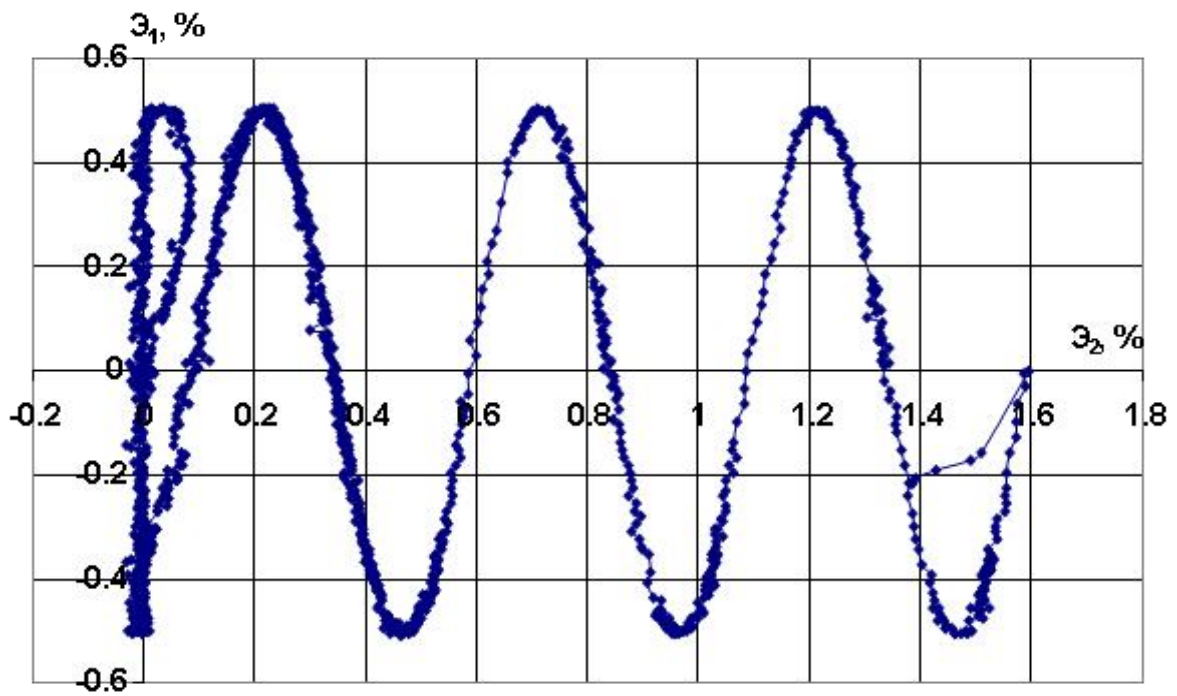


Рис. 6.5

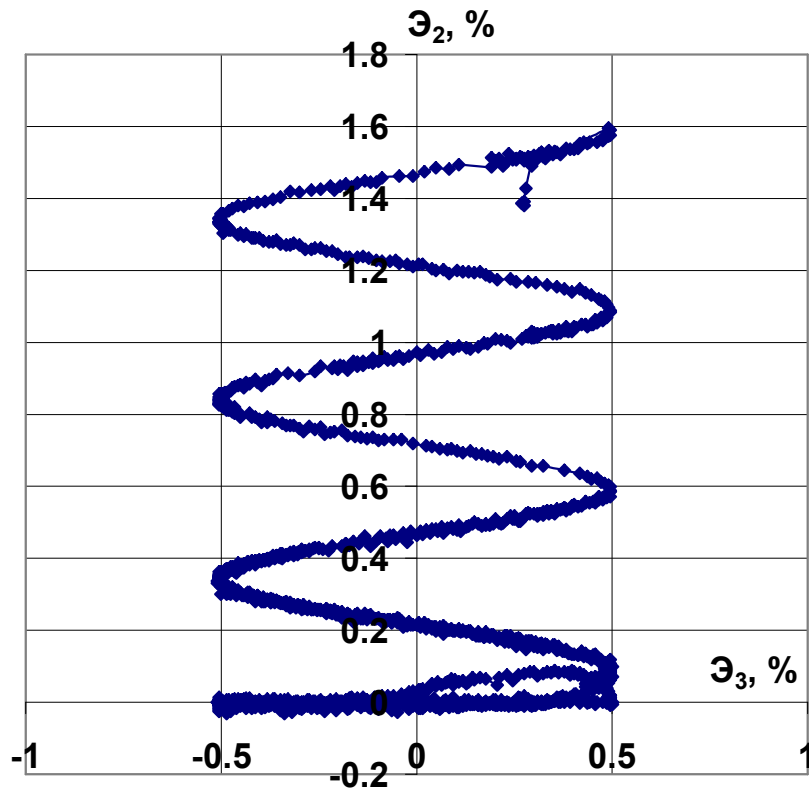


Рис. 6.6

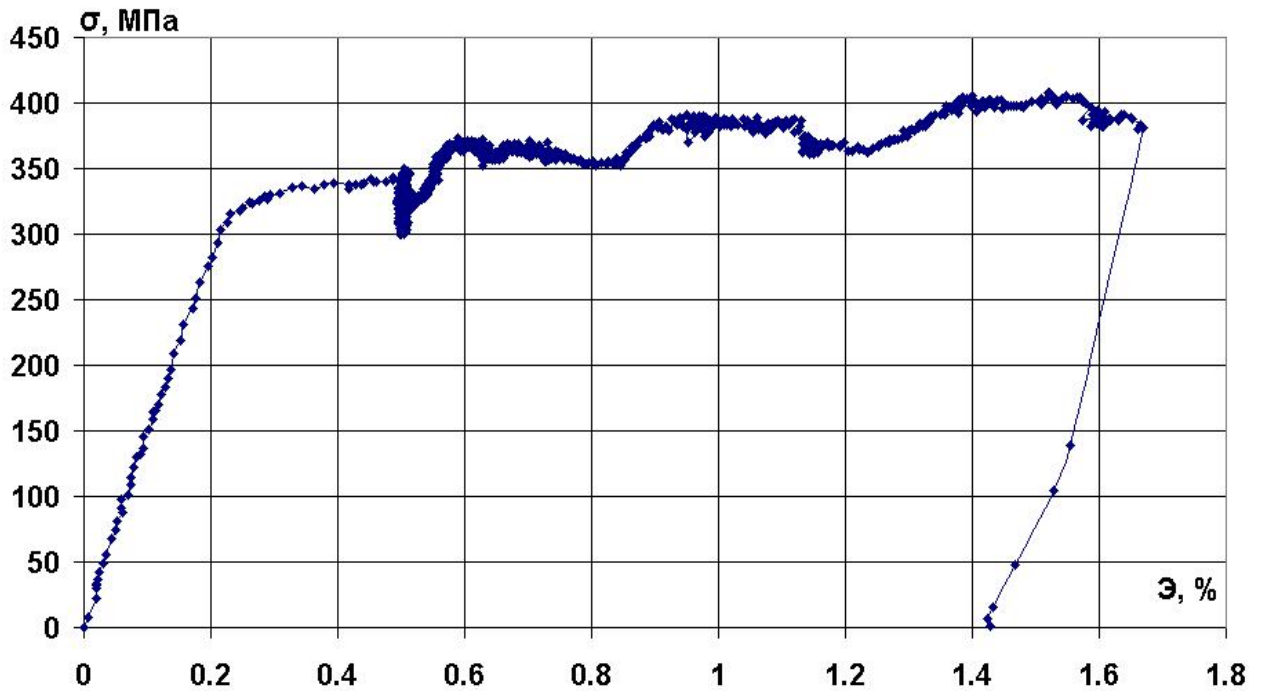


Рис. 6.7

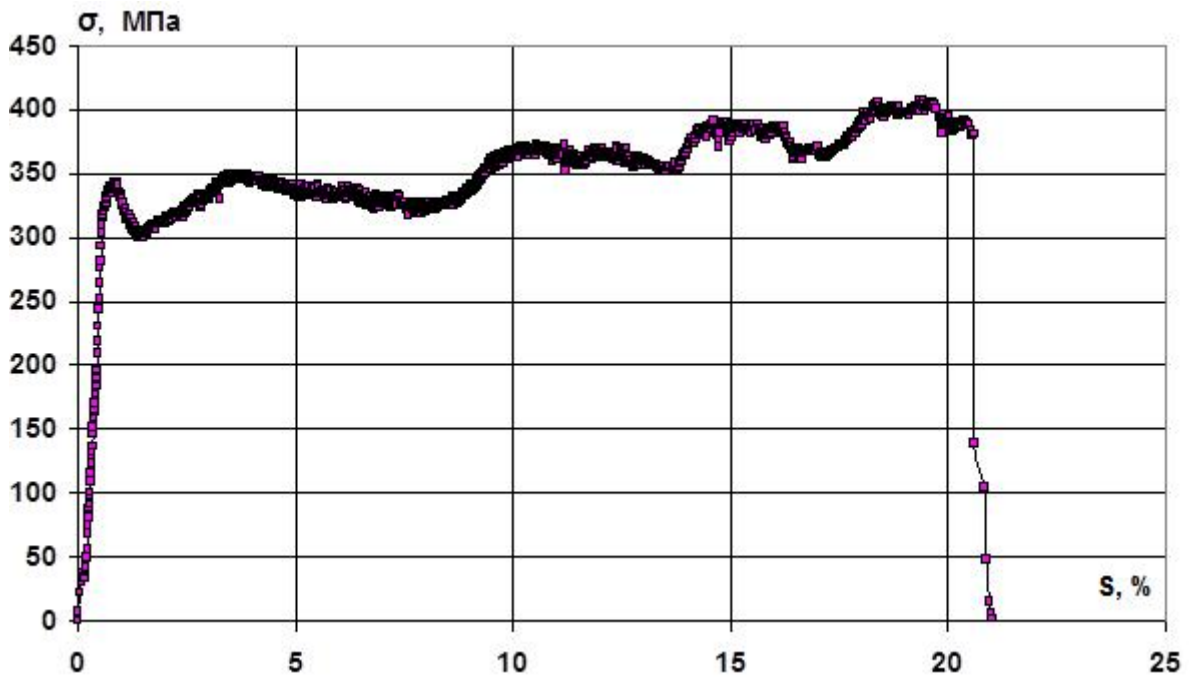


Рис. 6.8

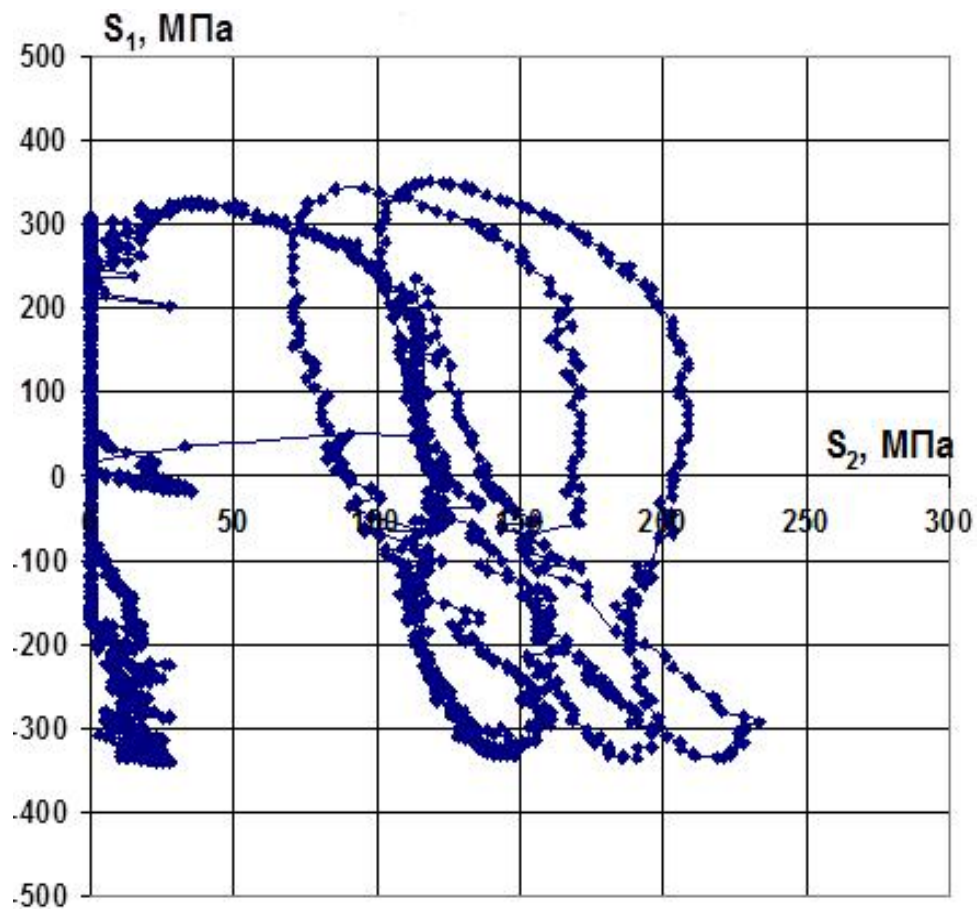


Рис. 6.9

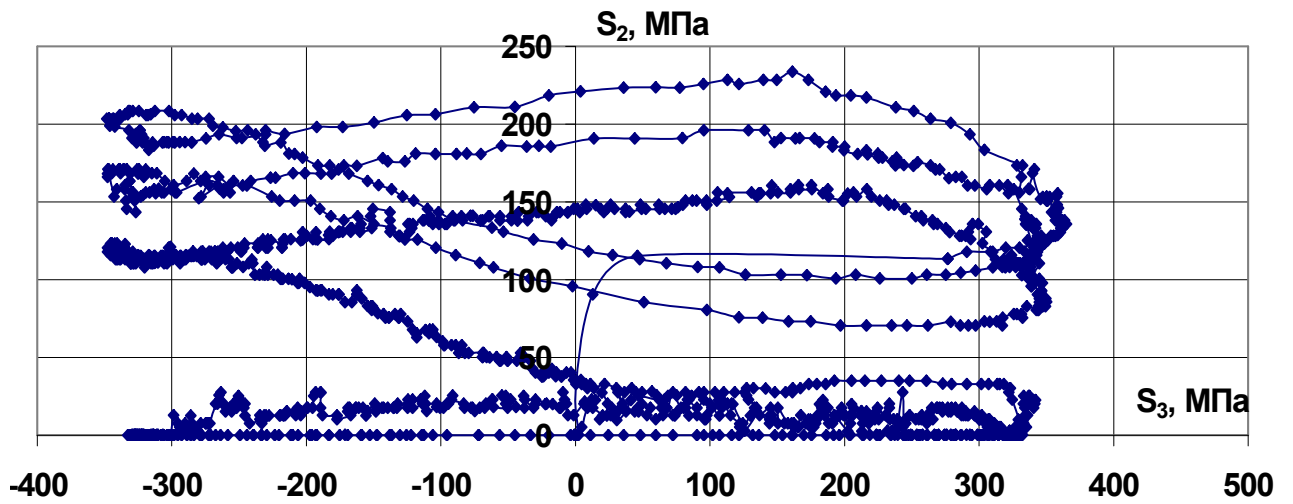


Рис. 6.10

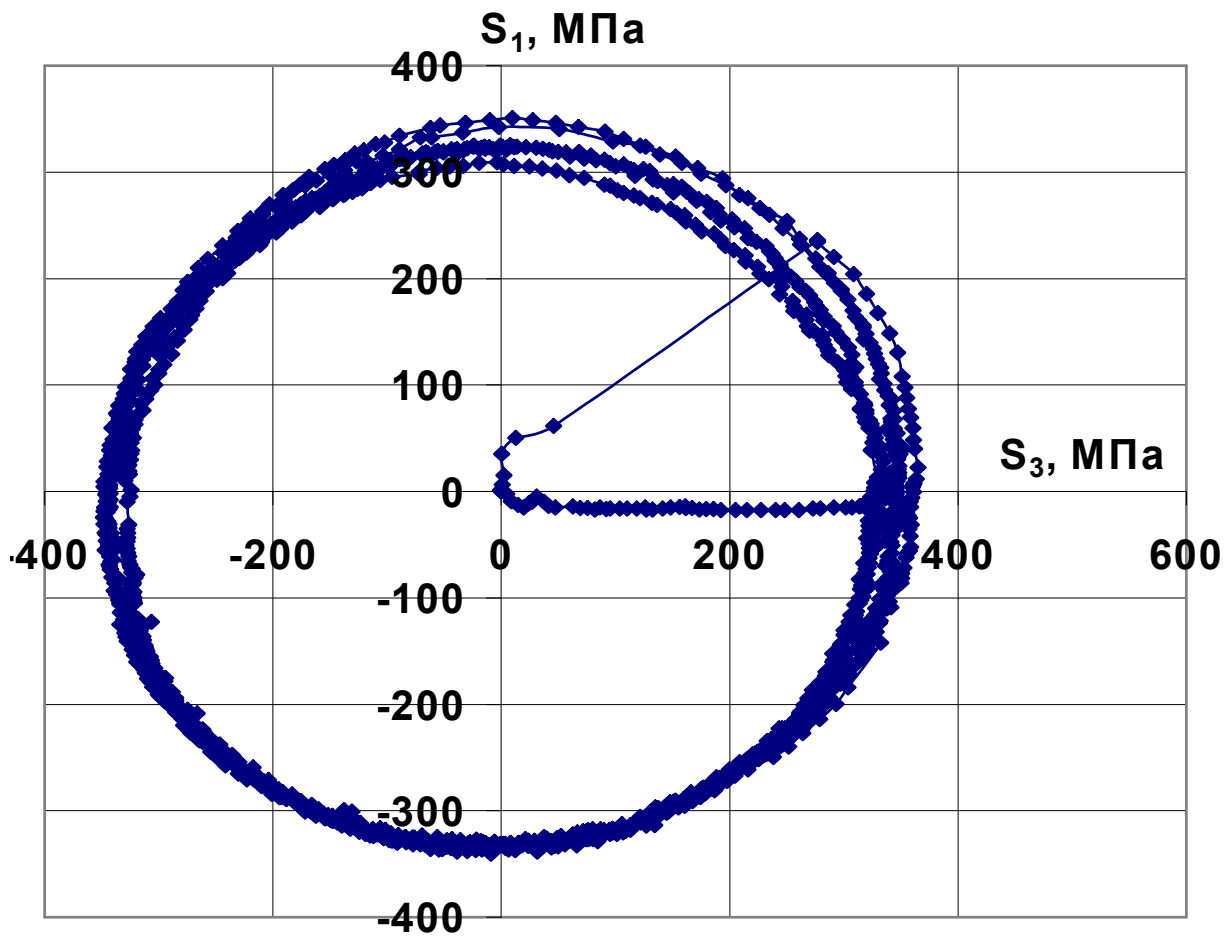


Рис. 6.11

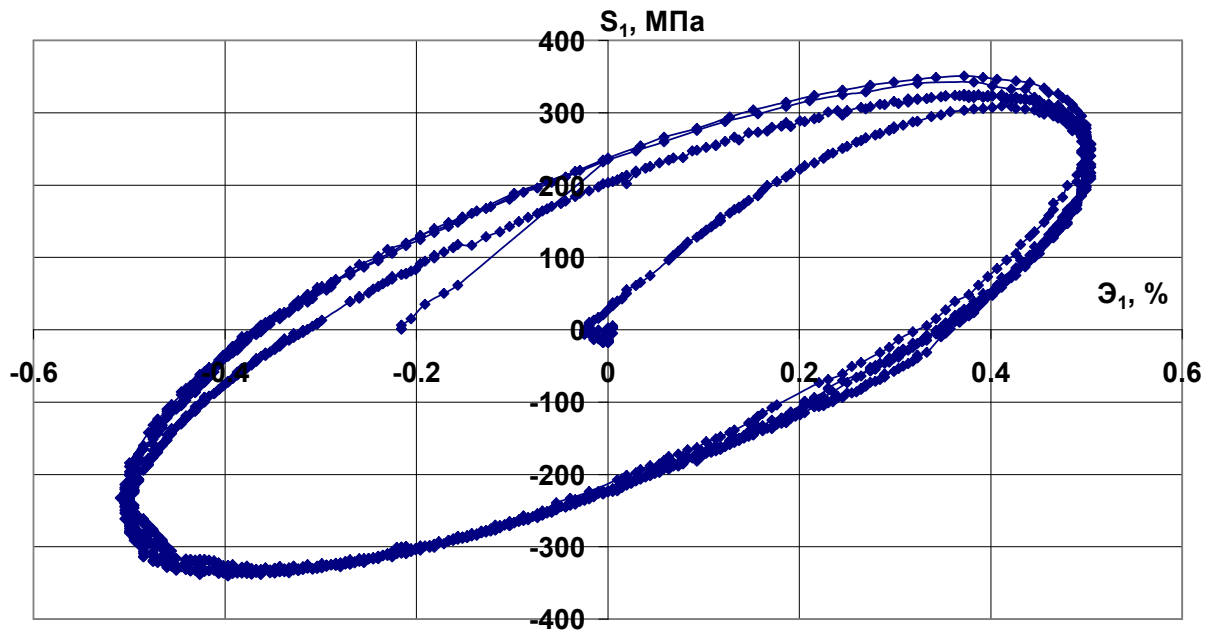


Рис. 6.12

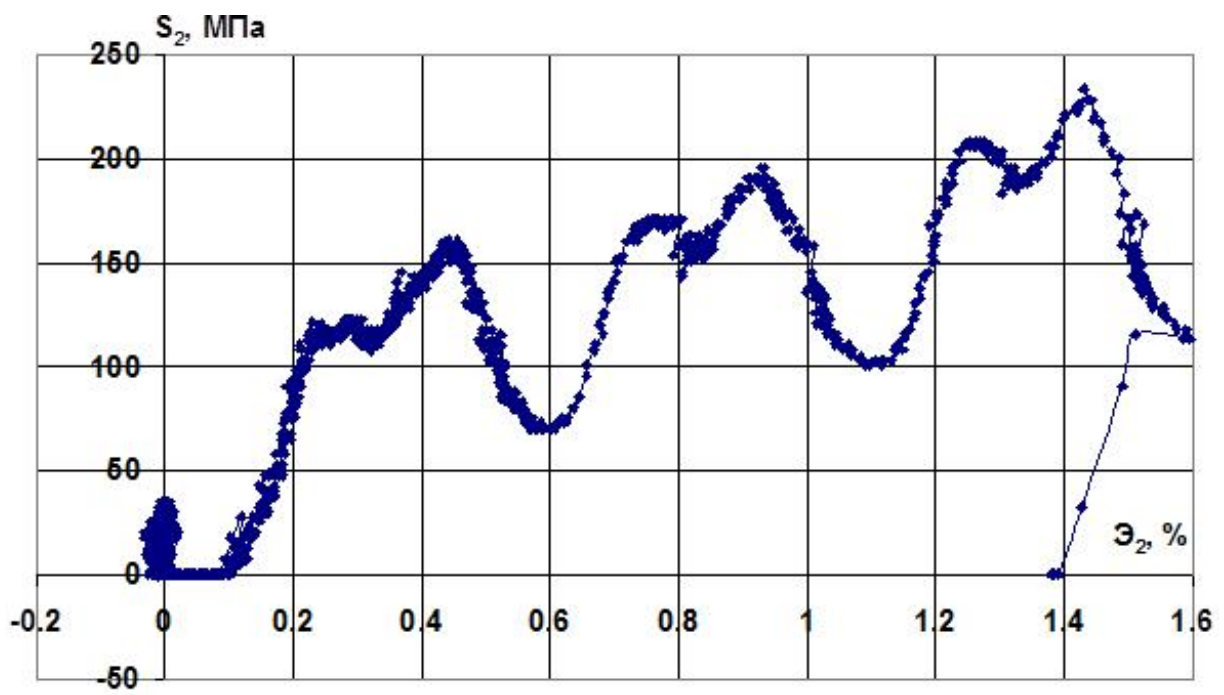


Рис. 6.13

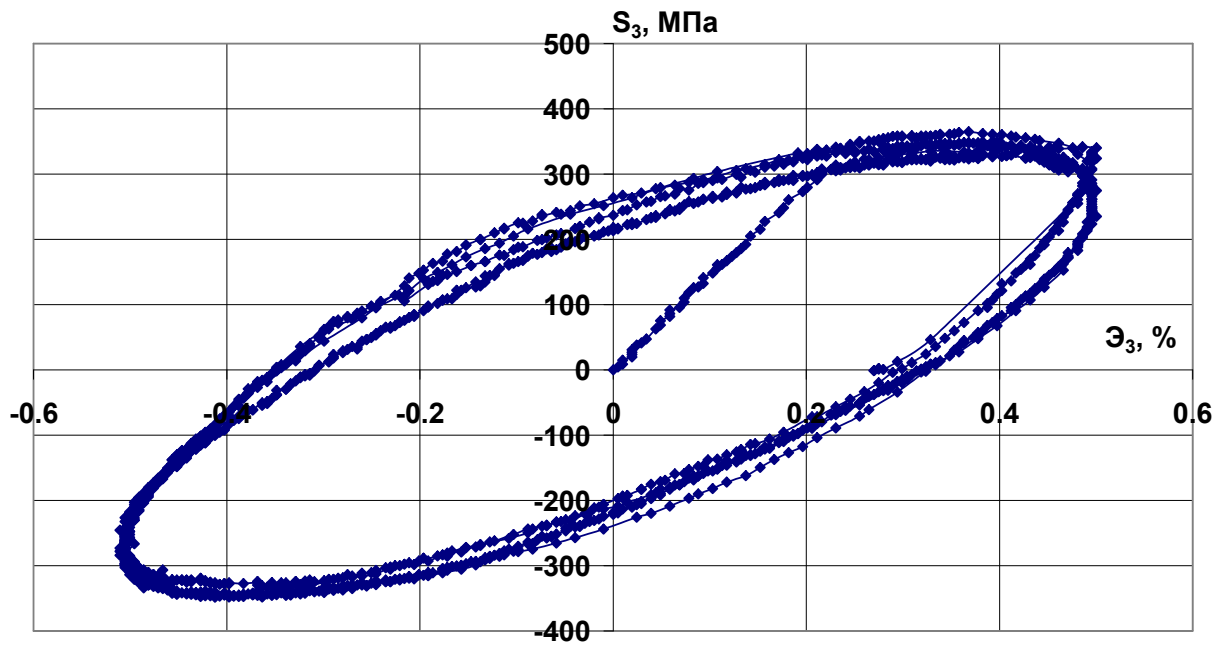


Рис. 6.14

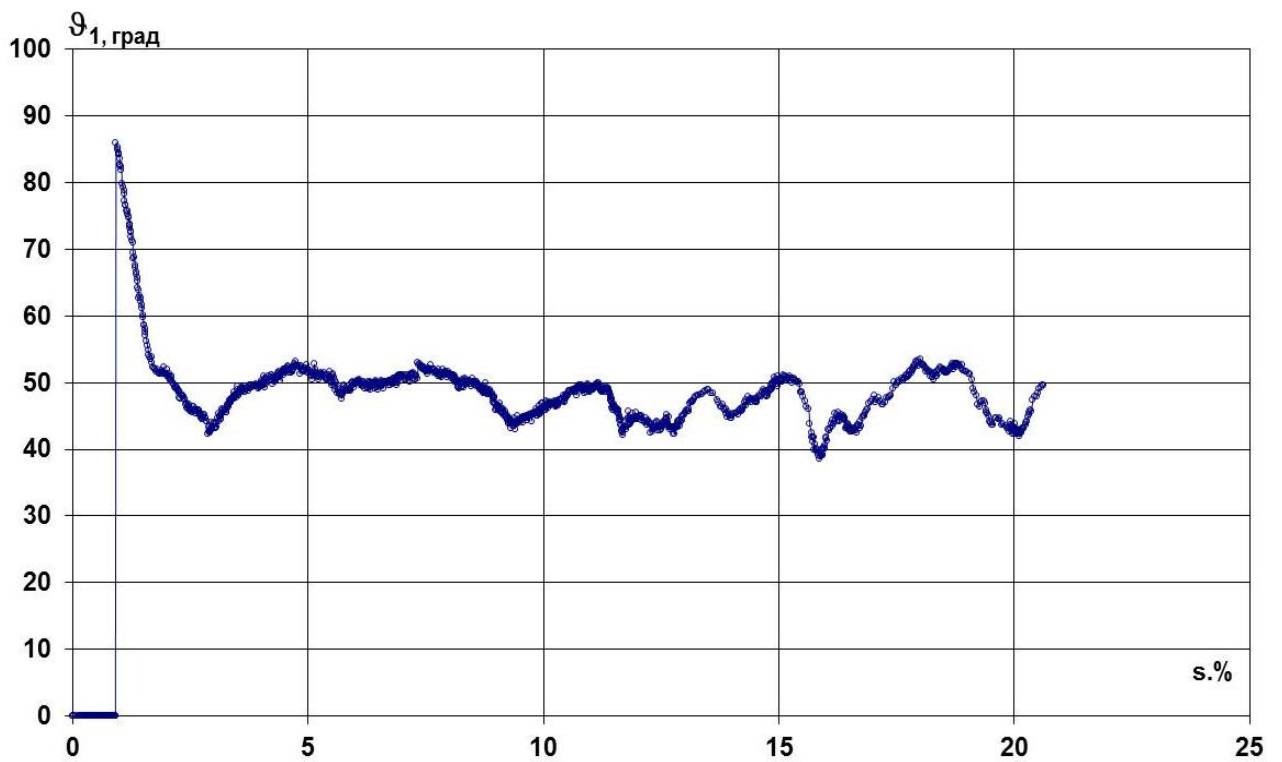


Рис. 6.15

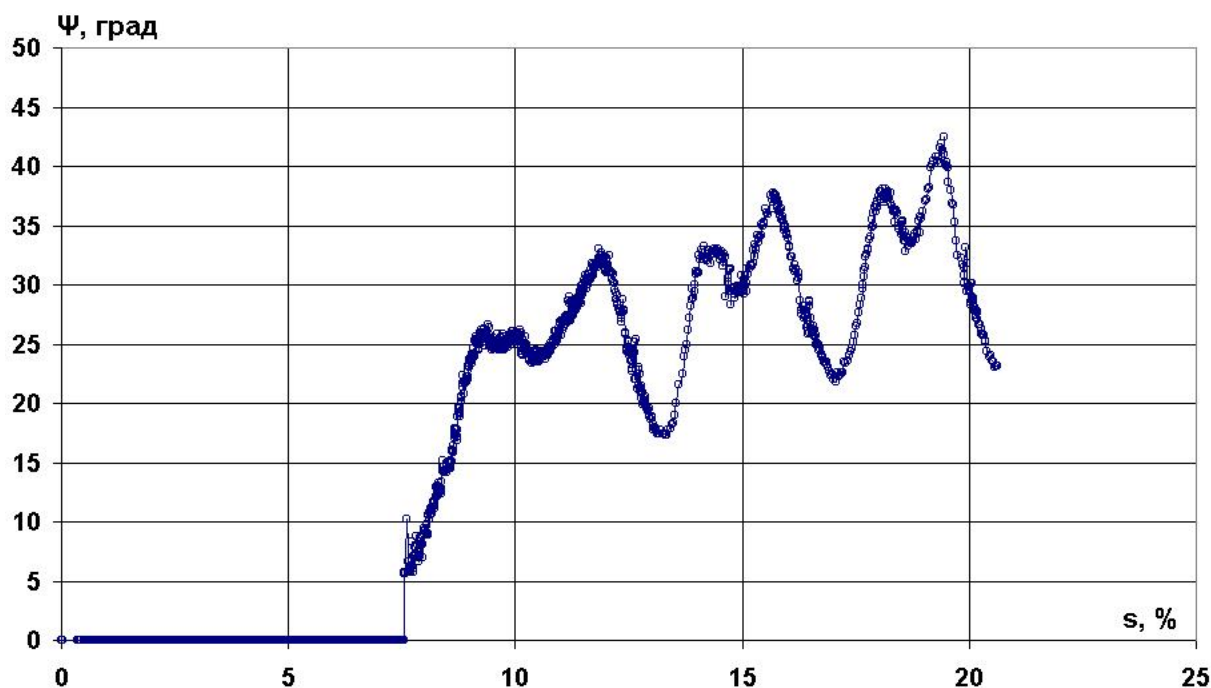


Рис. 6.16

В серии экспериментов также были выполнены программы деформирования с шагом винта 0,5; 0,75; 1; 1,25 %.

Результаты испытаний показали:

1) при реализации траектории в виде окружности в плоскости \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 имел место \mathcal{E}_2 -эффект, то есть возникала деформация \mathcal{E}_2 при компоненте $S_2 = 0$;

2) материал в процессе пластического деформирования в целом упрочнился;

3) угол сближения ϑ_1 в процессе пластического деформирования после реализации окружности стабилизировался и составил 45 – 50° , вместе с тем угол соприкосновения Ψ увеличивался и составил на последнем витке 43° ;

4) процесс деформирования был активным ($dA_\Phi > 0$, $\vartheta_1 < 90^\circ$);

5) гипотеза компланарности из-за больших углов Ψ не выполнялась.

6.2. Смещенные винтовые траектории

Были выполнены экспериментальные исследования винтовых траекторий для смещенной относительно центральной оси \mathcal{E}_1 траектории (рис. 6.17). Так же, как и для центральных винтовых траекторий были выбраны трубчатые цилиндрические образцы. Программа испытаний реализовывалась в векторном девиаторном пространстве деформаций,

соответствующий ей отклик – в плоскости векторного пространства девиатора напряжений.

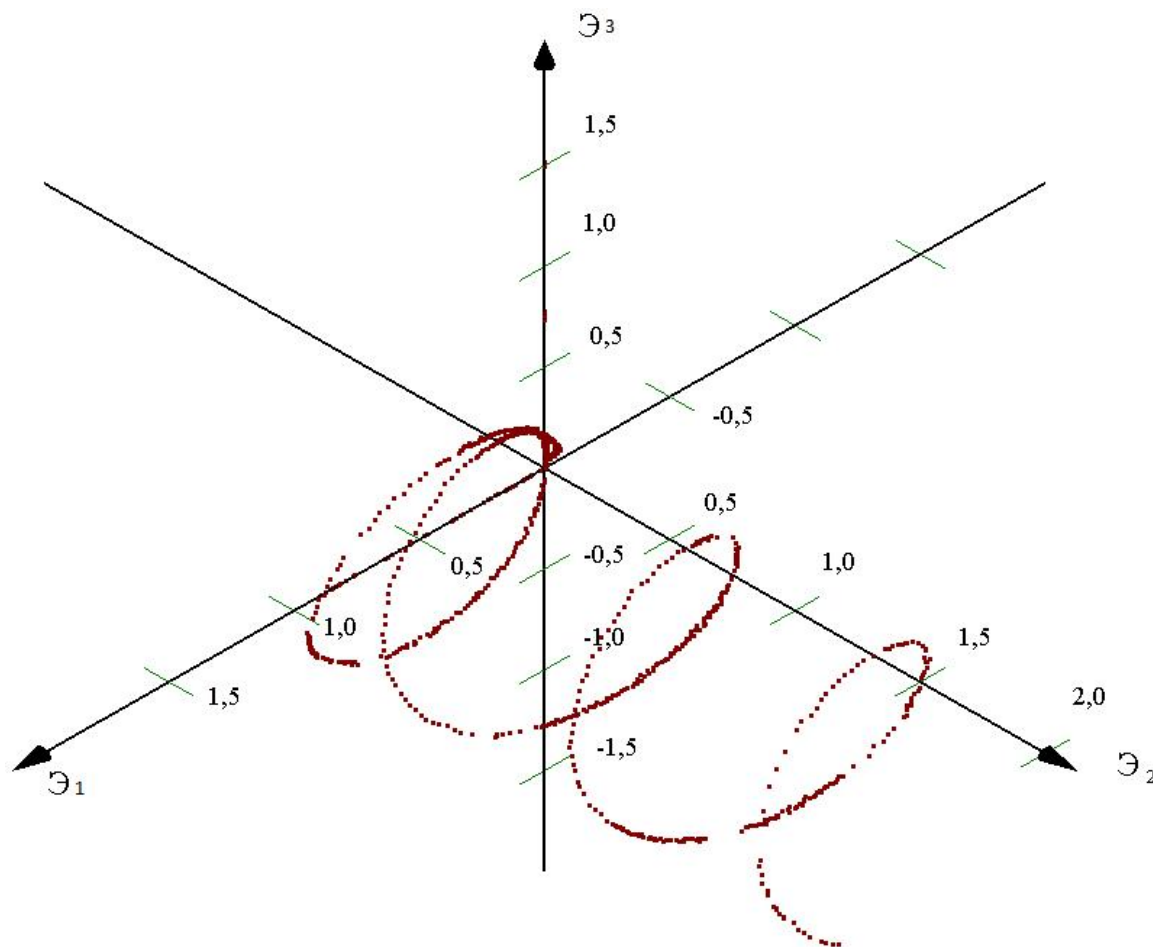


Рис. 6.17

Программа испытаний пространственной винтовой траектории деформирования в проекциях на координатные плоскости представлена на рис. 6.18–6.20. Выход на криволинейную часть траектории осуществлялся на первом этапе путем выхода из нулевой точки на окружность, и реализовывался один виток окружности в плоскости \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 с постоянным радиусом 0,5 % относительно начала координат, то есть начало траектории окружности совпадало с началом координат, после чего было реализовано полтора витка при увеличивающемся значении \mathcal{E}_2 . Шаг винта в направлении \mathcal{E}_2 составил 1 %. Соответствующий отклик на программу испытаний осуществлялся в плоскости векторного пространства девиатора напряжений (рис. 6.21–6.23). Диаграмма прослеживания процесса приведена на рис. 6.24, глобальная диаграмма деформирования – на рис. 6.25.

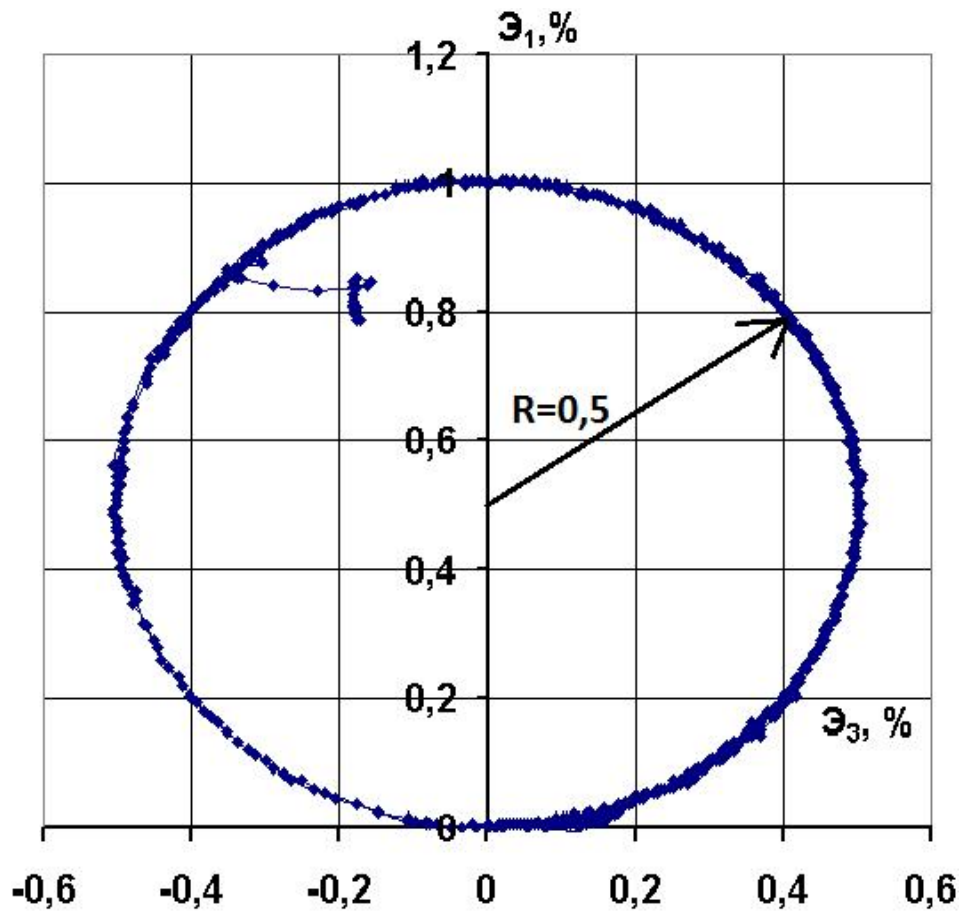


Рис. 6.18

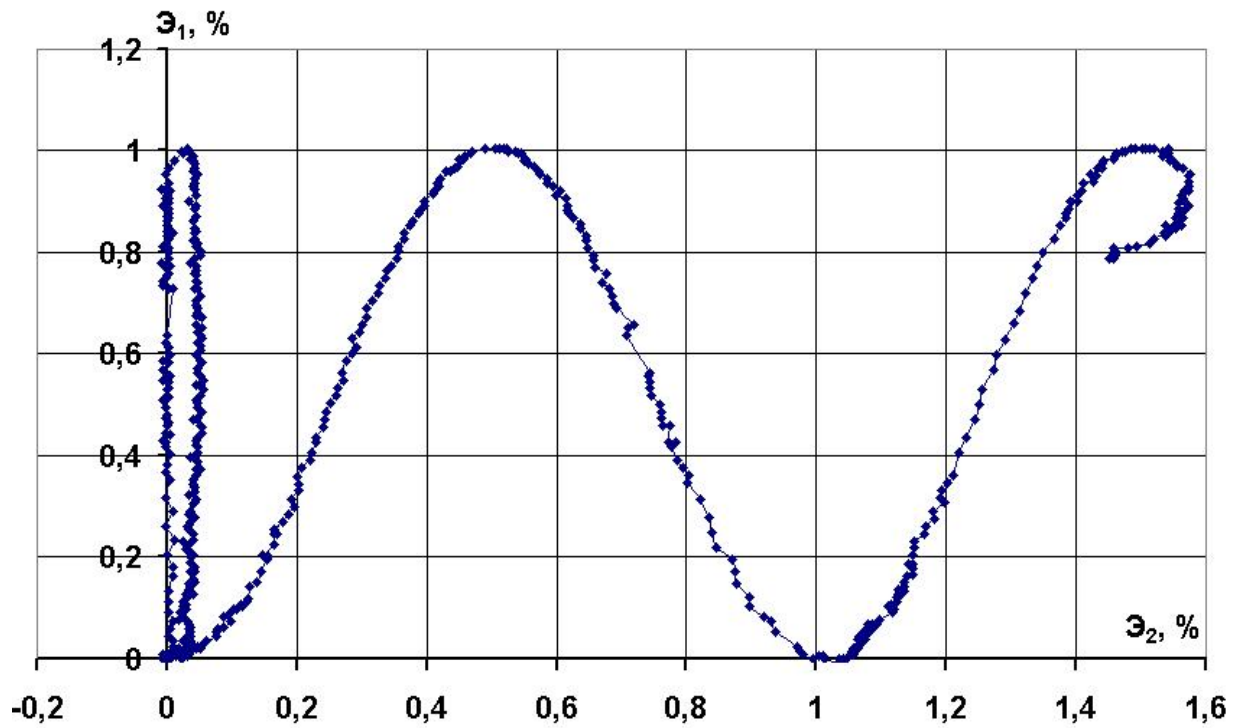


Рис. 6.19

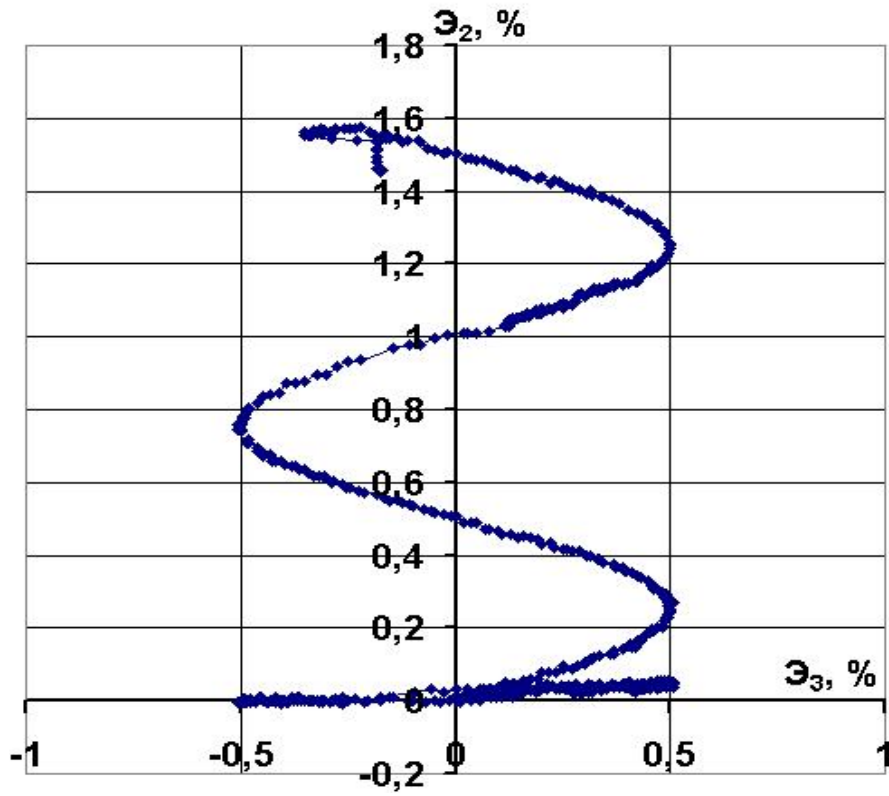


Рис. 6.20

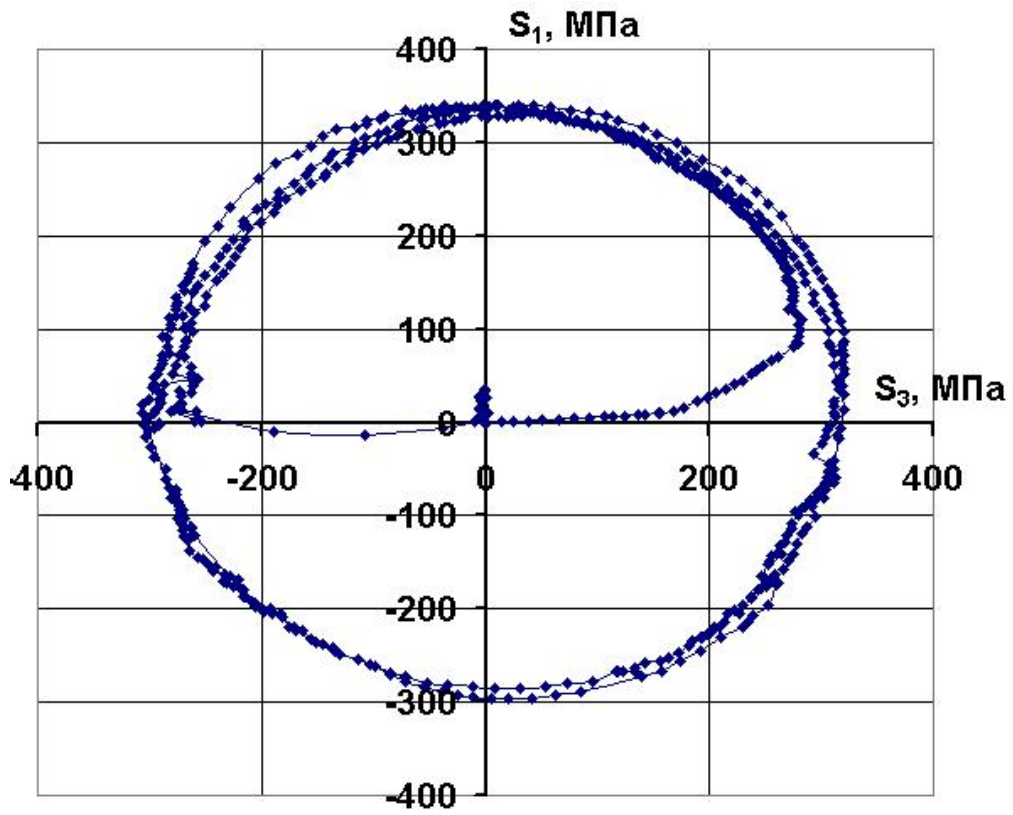


Рис. 6.21

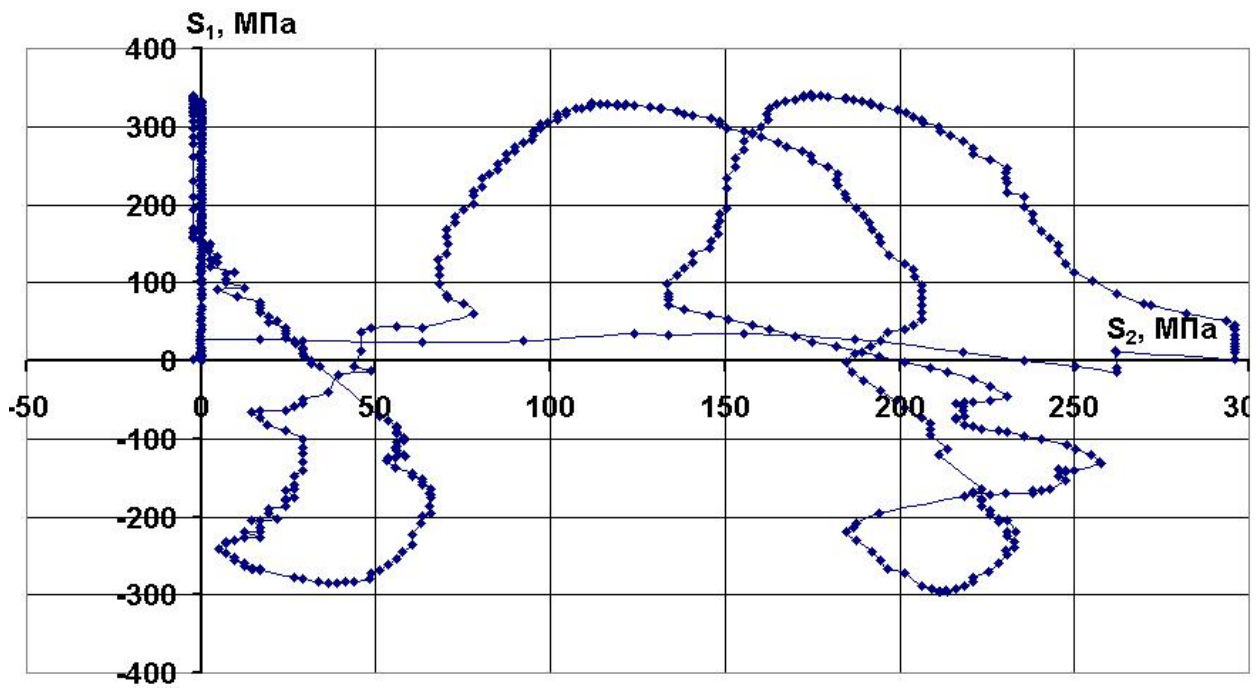


Рис. 6.22

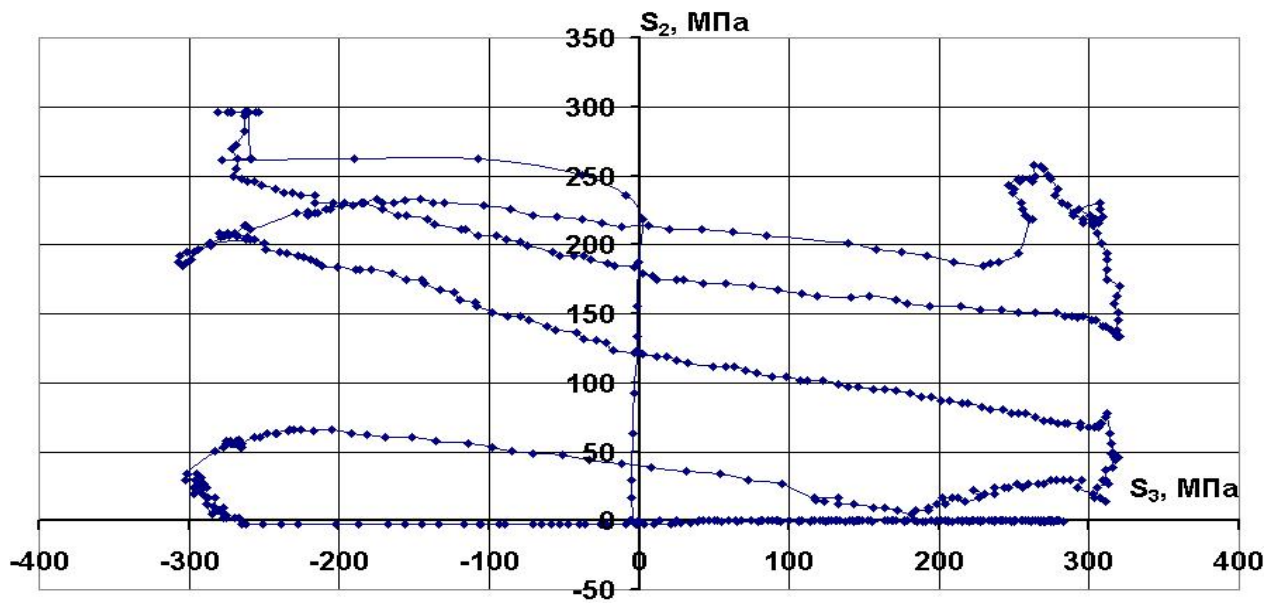


Рис. 6.23

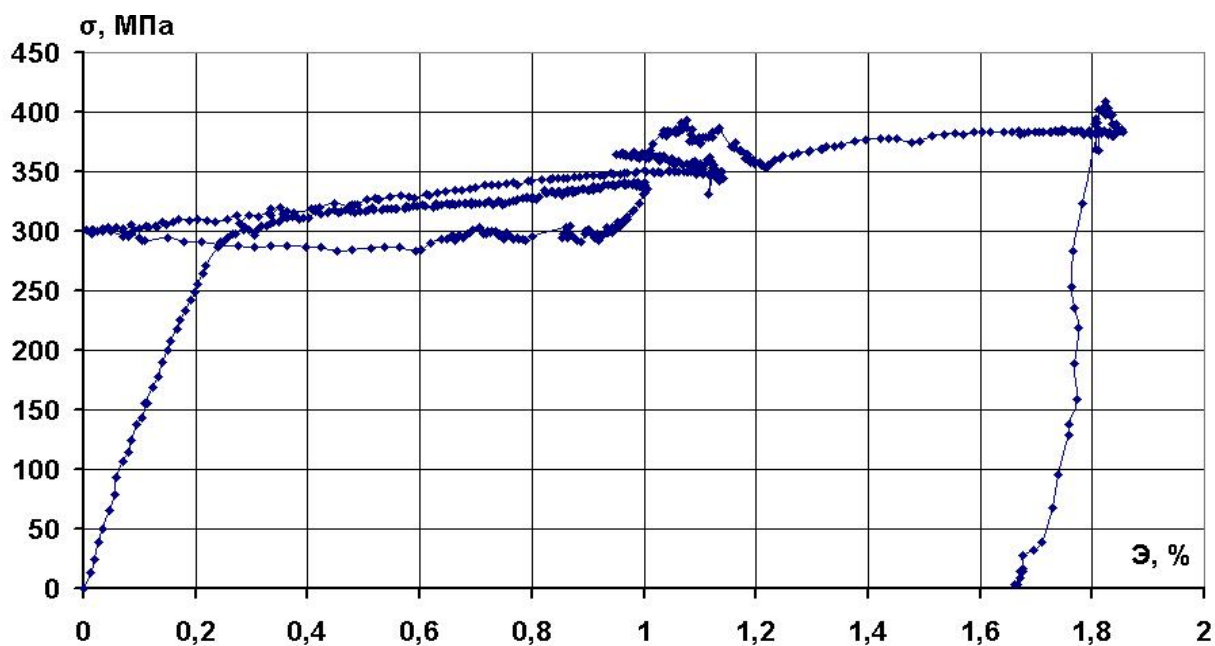


Рис. 6.24

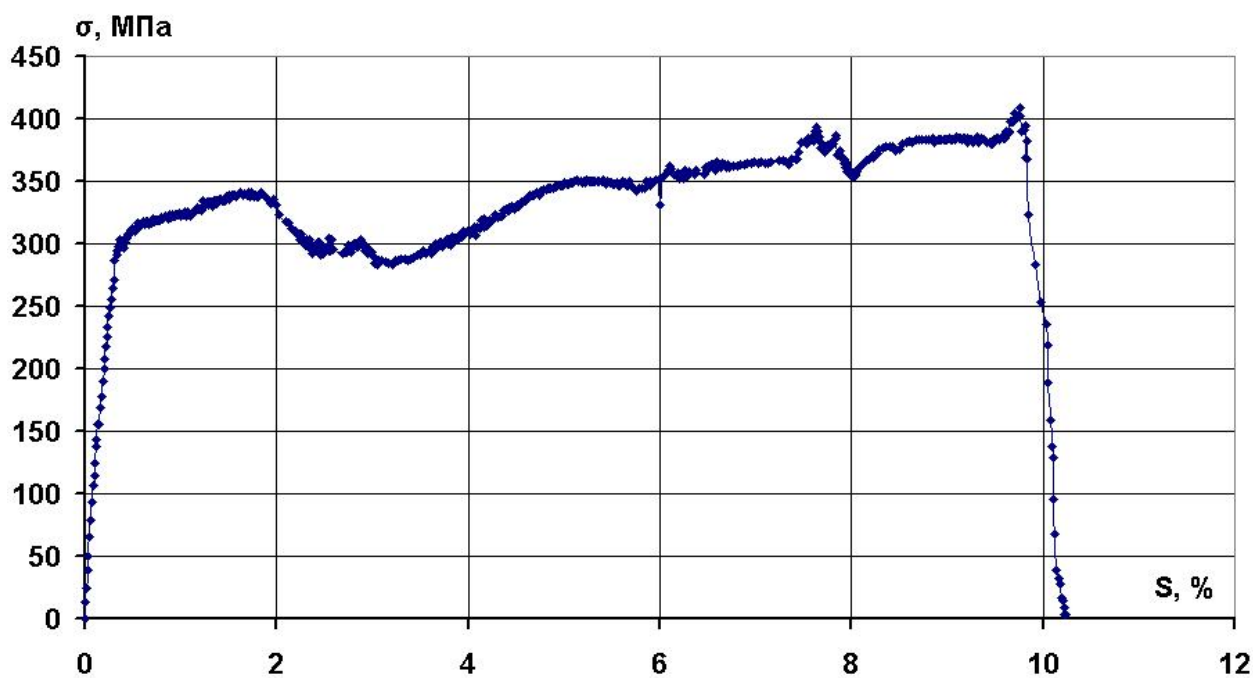


Рис. 6.25

На рис. 6.26–6.28 изображены локальные диаграммы деформирования растяжения, внутреннего давления и кручения. Векторные свойства материала представлены на рис. 6.29, 6.30.

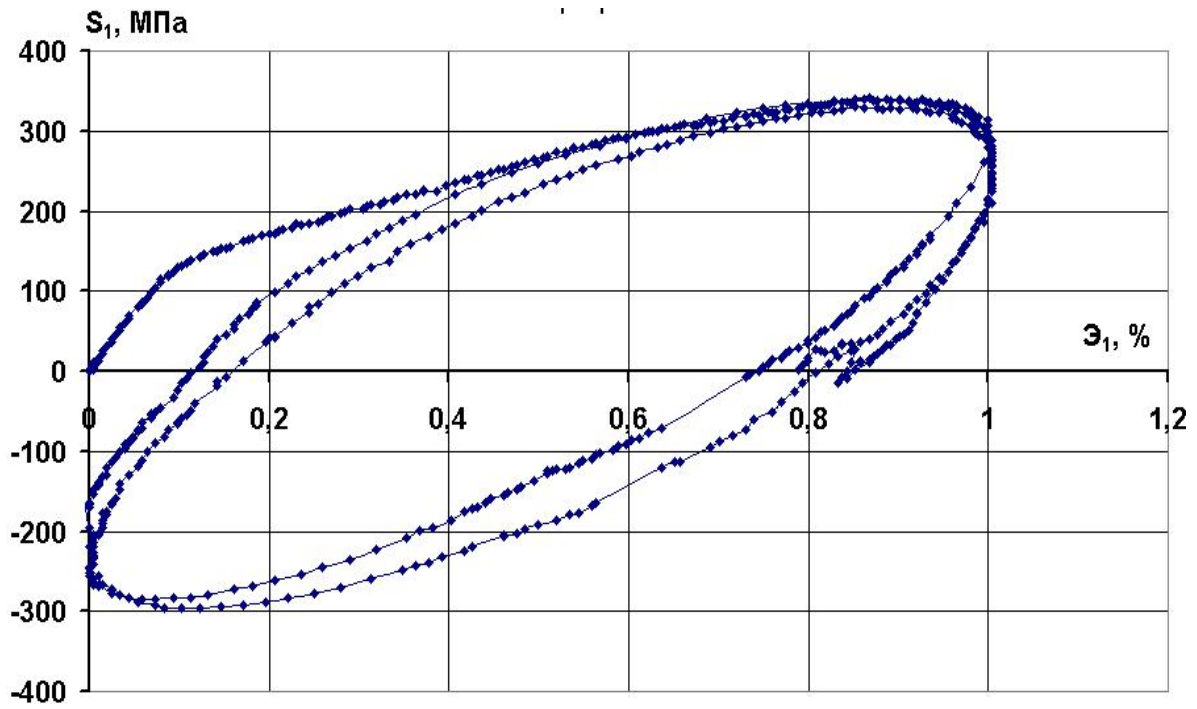


Рис. 6.26

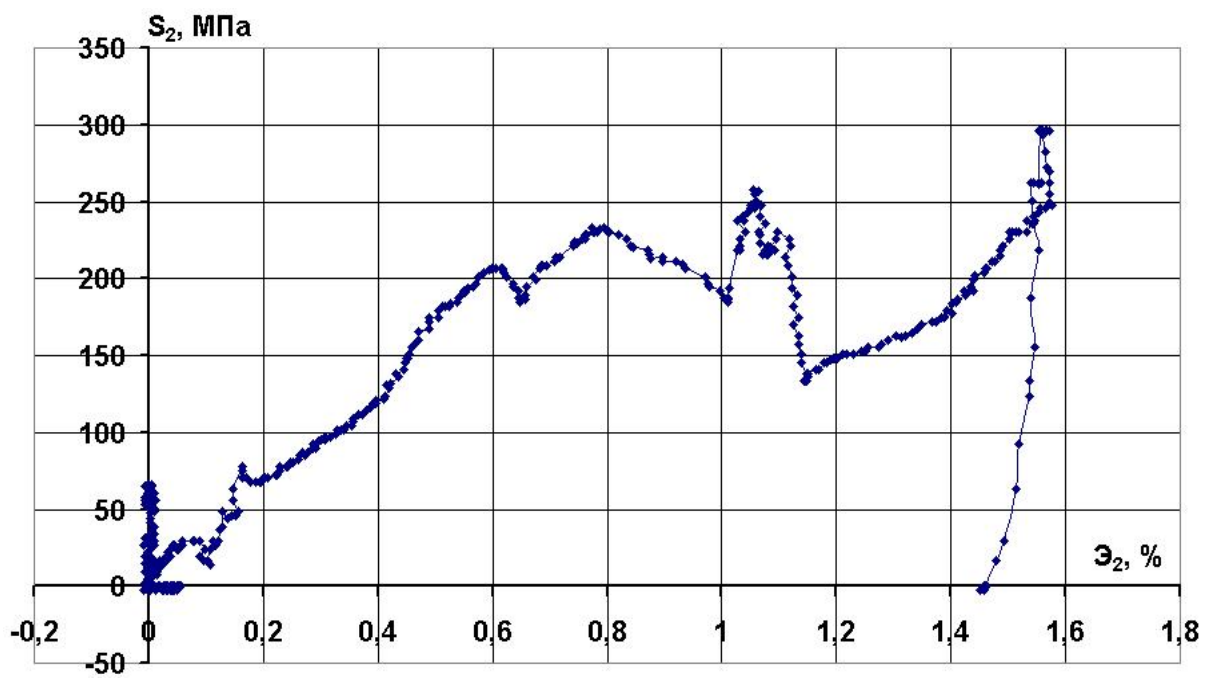


Рис. 6.27

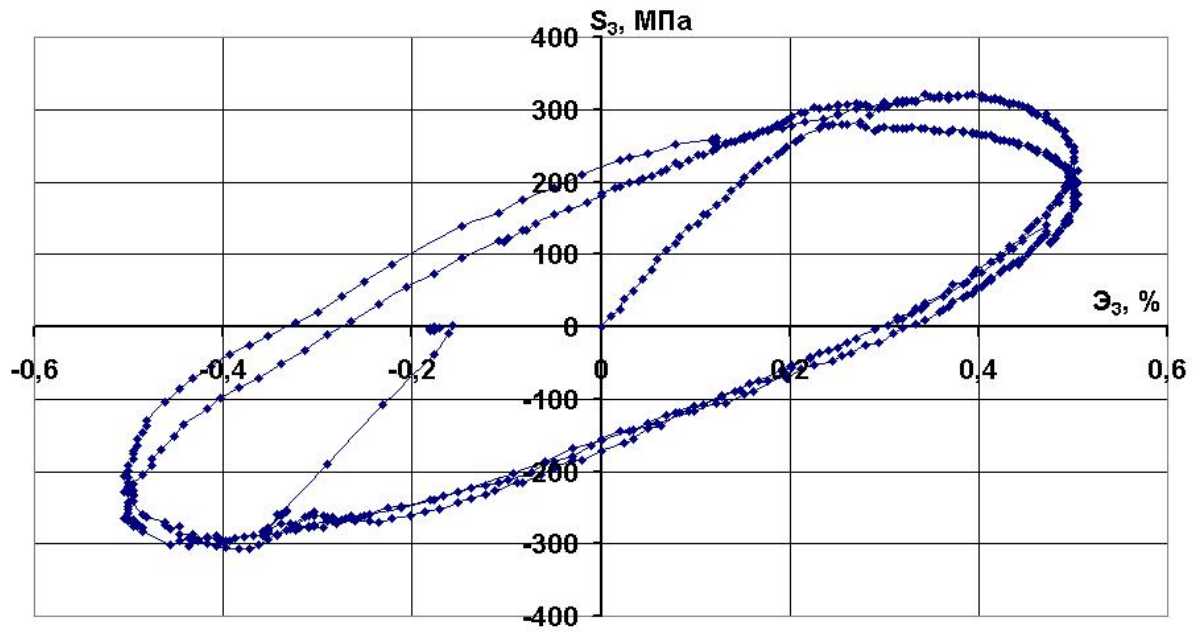


Рис. 6.28

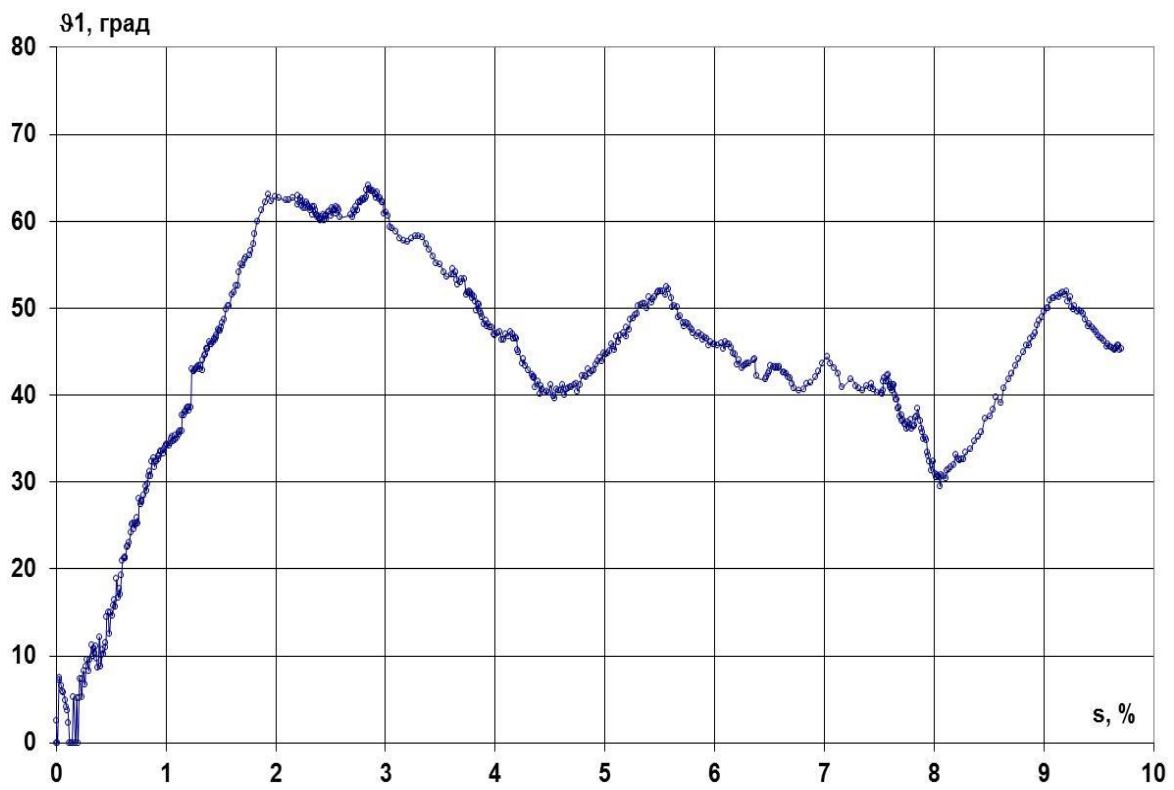


Рис. 6.29

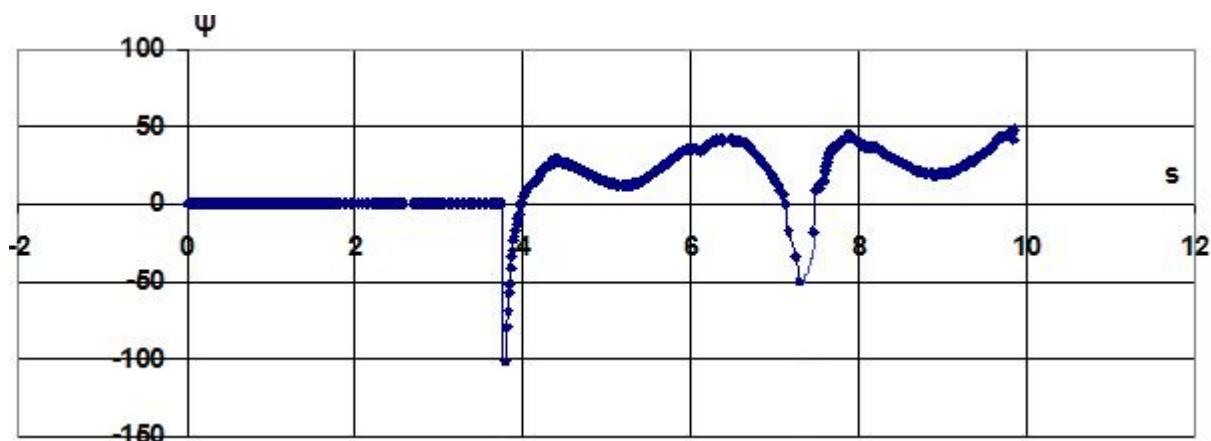


Рис. 6.30

Результаты испытаний показали:

1) при реализации смещенной траектории относительно оси \mathcal{E}_2 в виде окружности в плоскости $\mathcal{E}_1\mathcal{E}_3$ имел место \mathcal{E}_2 -эффект (возникла деформация \mathcal{E}_2 при компоненте $S_2 = 0$);

2) материал в процессе пластического деформирования в целом получил упрочнение;

3) угол сближения ϑ_1 в процессе пластического деформирования после реализации окружности стабилизировался и составил $30\text{--}50^\circ$, а угол соприкосновения Ψ увеличивался и составил 45° , то есть был достаточно большим. Процесс деформирования был активным ($\vartheta_1 < 90^\circ$);

4) гипотеза компланарности не выполнялась.

Аналогичная программа испытаний пространственной винтовой траектории с радиусом следа $R = 0,5\%$ и шагом винта в направлении $\mathcal{E}_2 = 1,5\%$ представлена на рис. 6.31–6.33. Выход на криволинейную часть траектории осуществлялся на первом этапе путем выхода из нулевой точки на окружность, и реализовывался один виток окружности в плоскости $\mathcal{E}_1\text{--}\mathcal{E}_3$ с постоянным радиусом $0,5\%$ относительно начала координат, причем начало траектории окружности совпадало с началом координат. Затем (после витка окружности) было реализовано полтора витка при увеличивающемся значении компоненты \mathcal{E}_2 и модуля вектора деформаций \mathcal{E} . Соответствующий отклик на программу испытаний реализовывался в плоскости векторного пространства девиатора напряжений (рис. 6.34–6.36). Локальные диаграммы представлены на рис. 6.37–6.39. Диаграммы прослеживания процесса даны на рис. 6.40, а глобальная диаграмма деформирования – на рис. 6.41. Векторные свойства материала приведены на рис. 6.42.

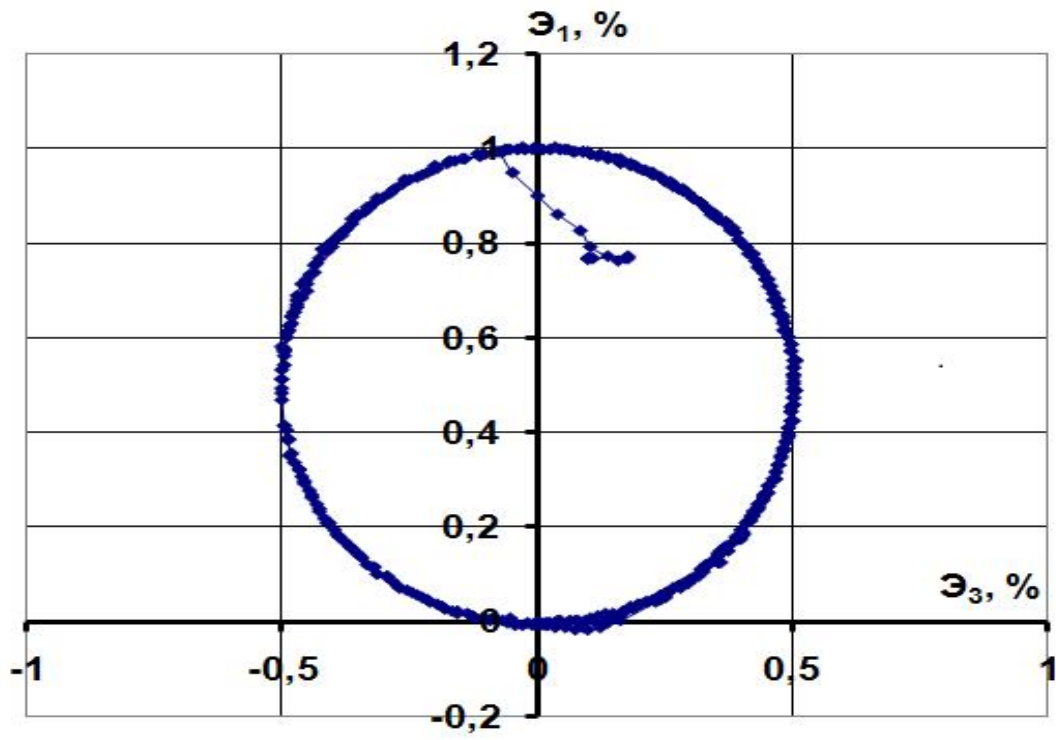


Рис. 6.31

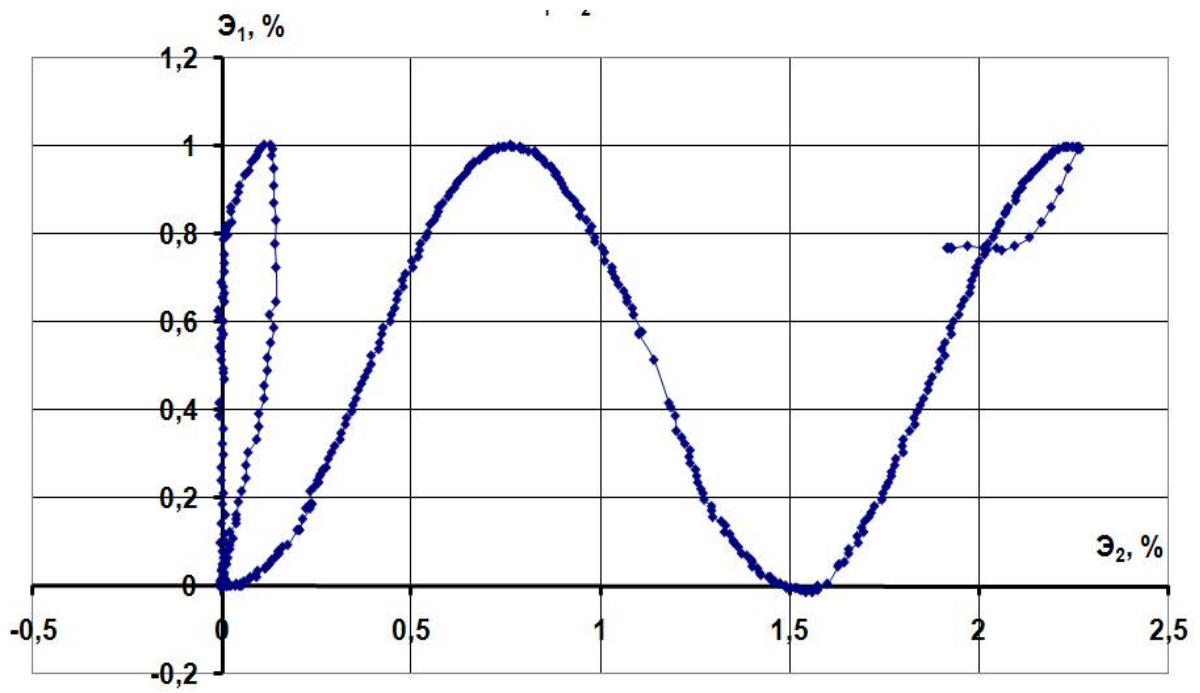


Рис. 6.32

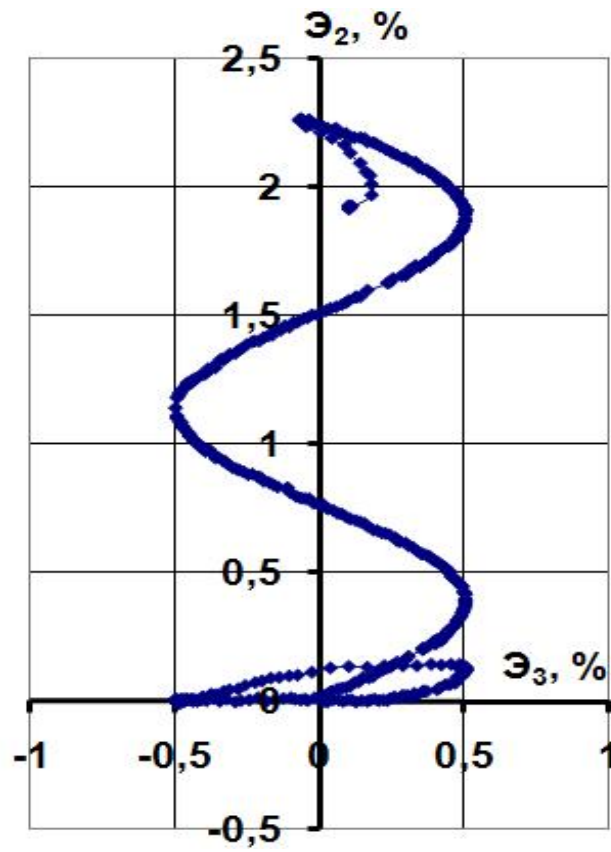


Рис. 6.33

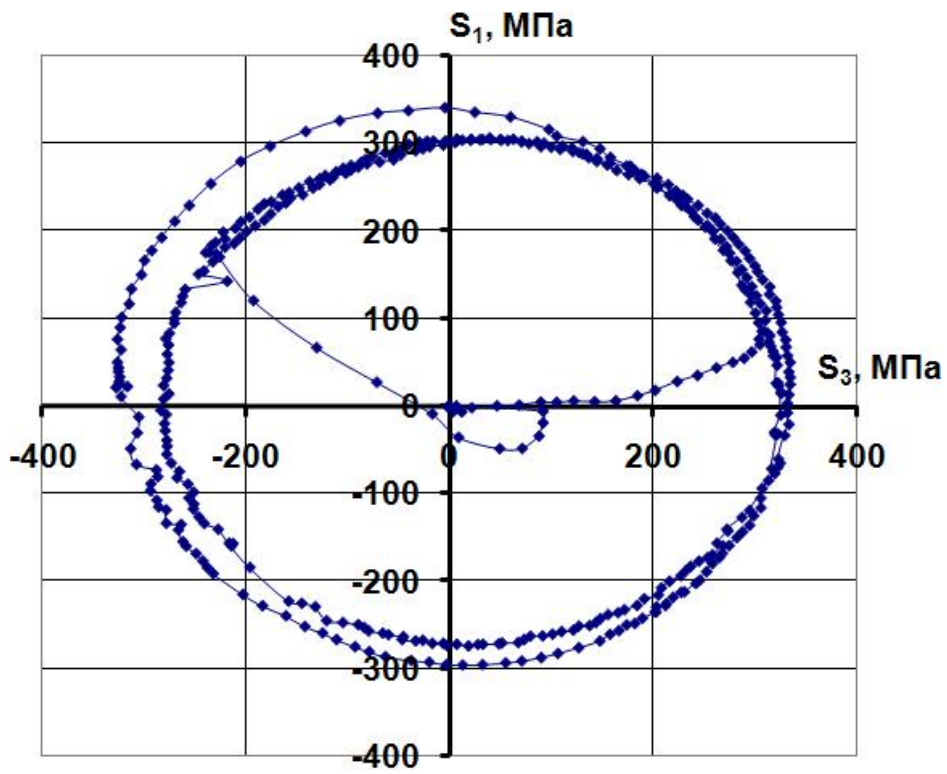


Рис. 6.34

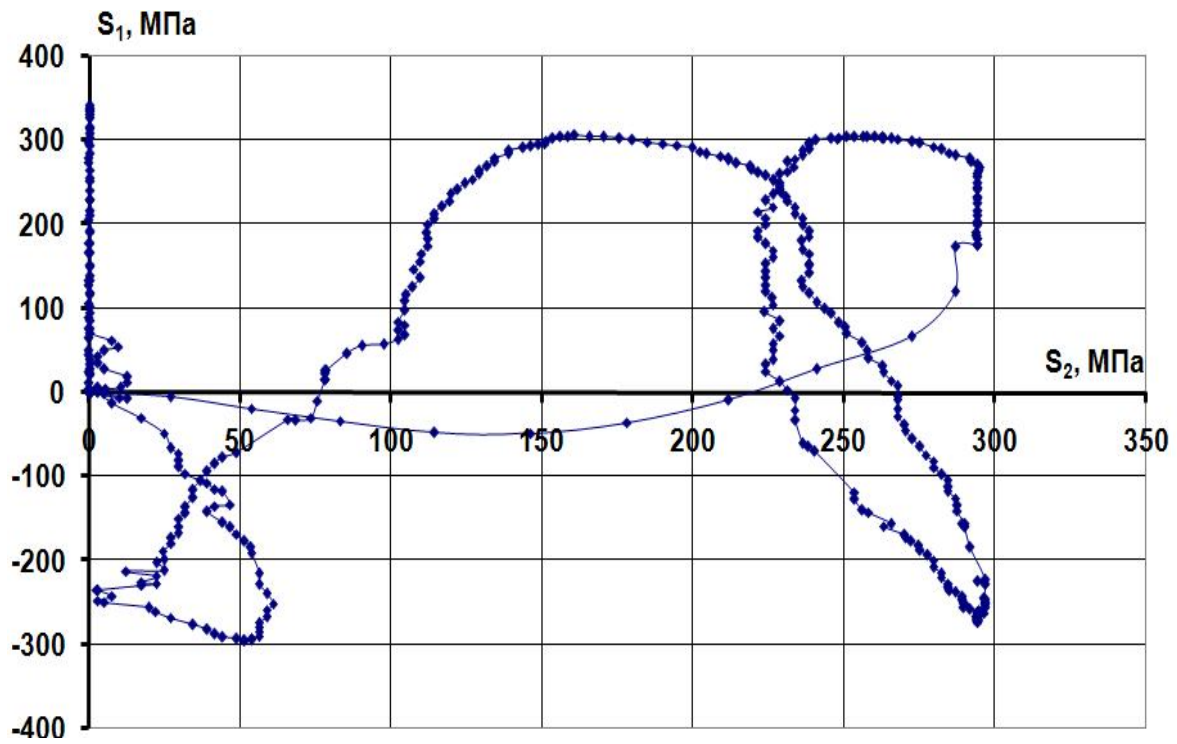


Рис. 6.35

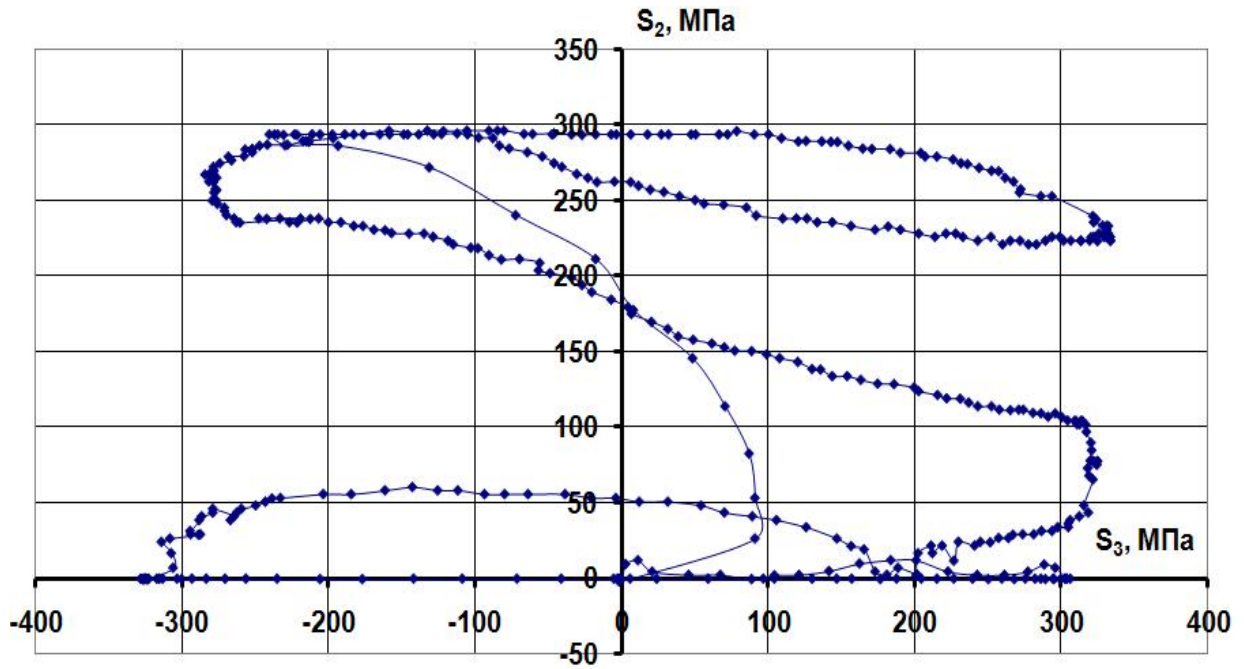


Рис. 6.36

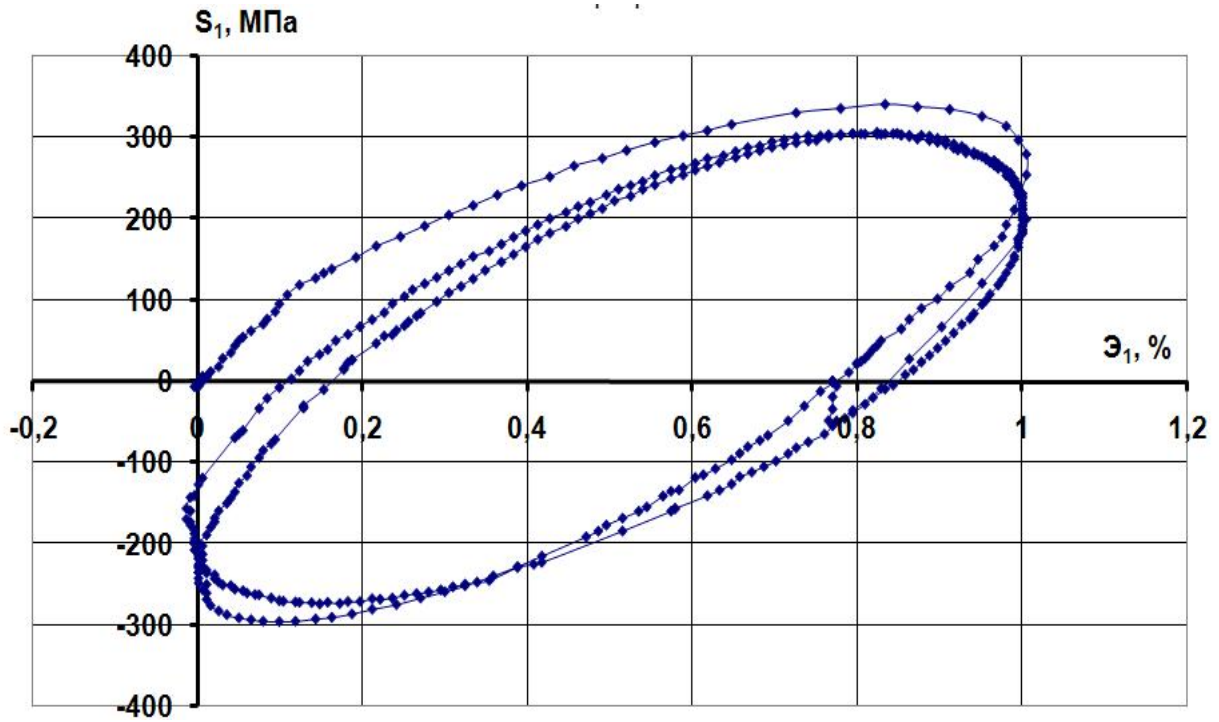


Рис. 6.37

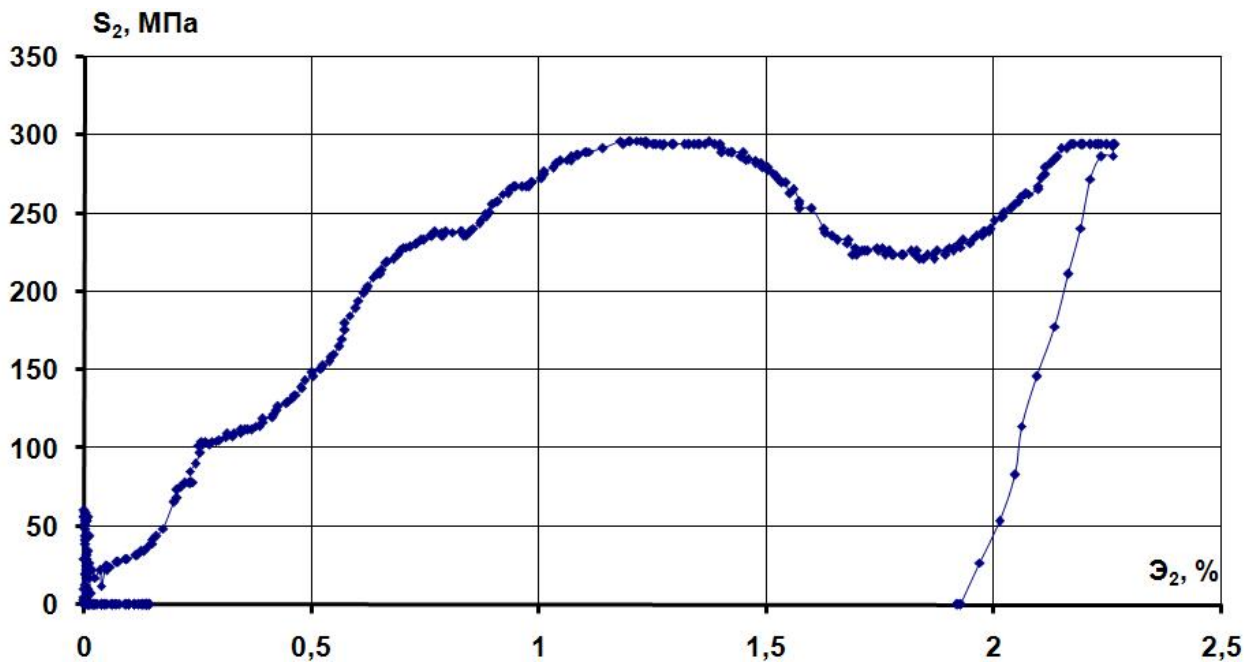


Рис. 6.38

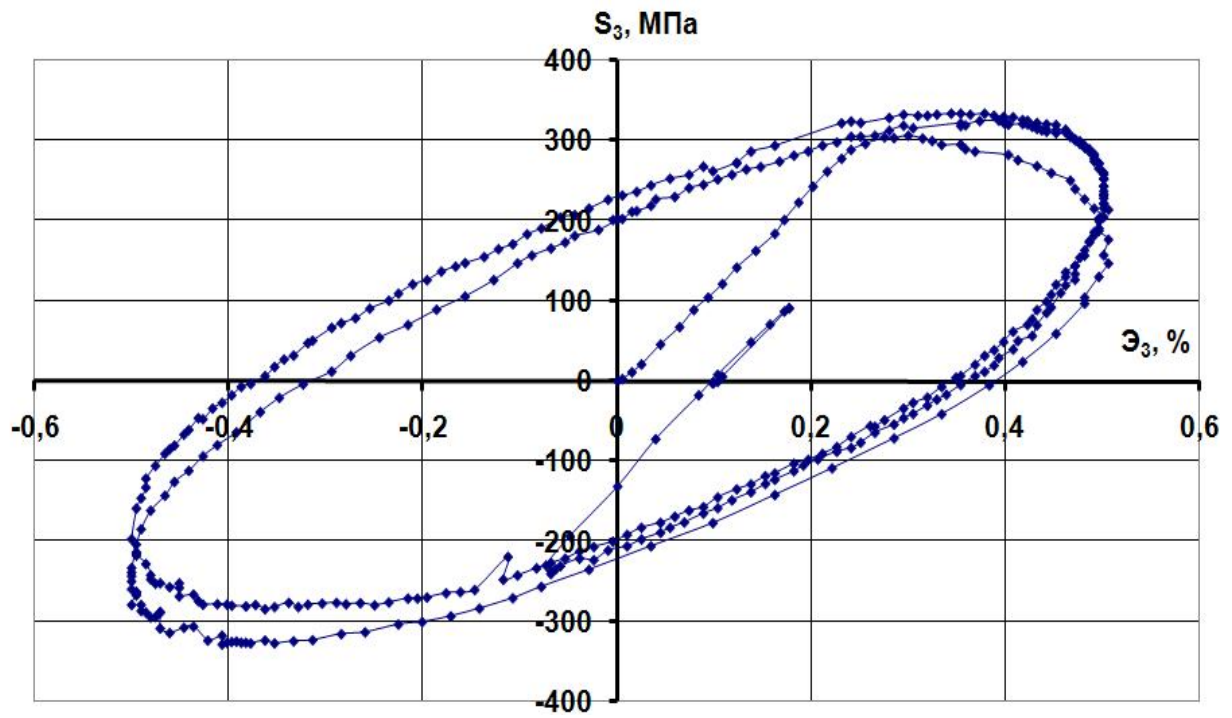


Рис. 6.39

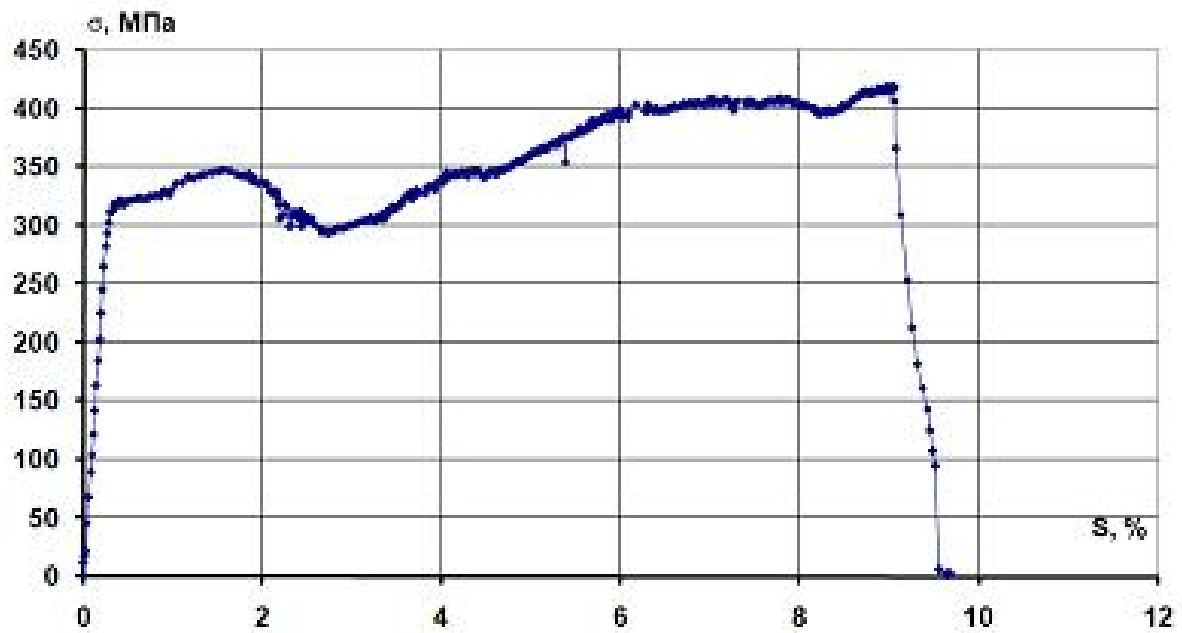


Рис. 6.40

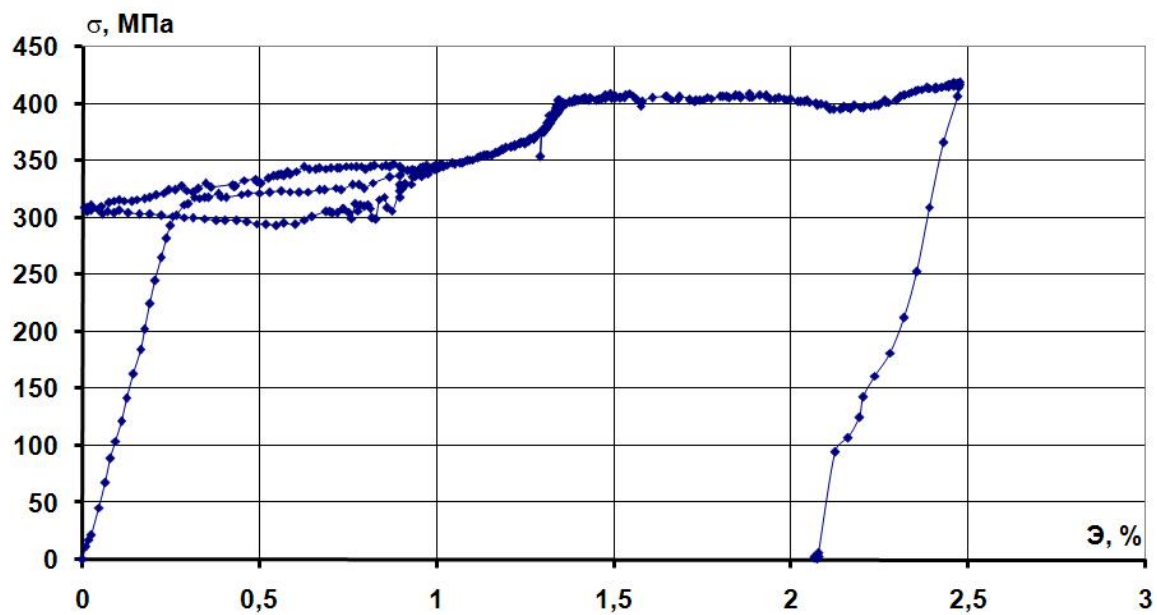


Рис. 6.41

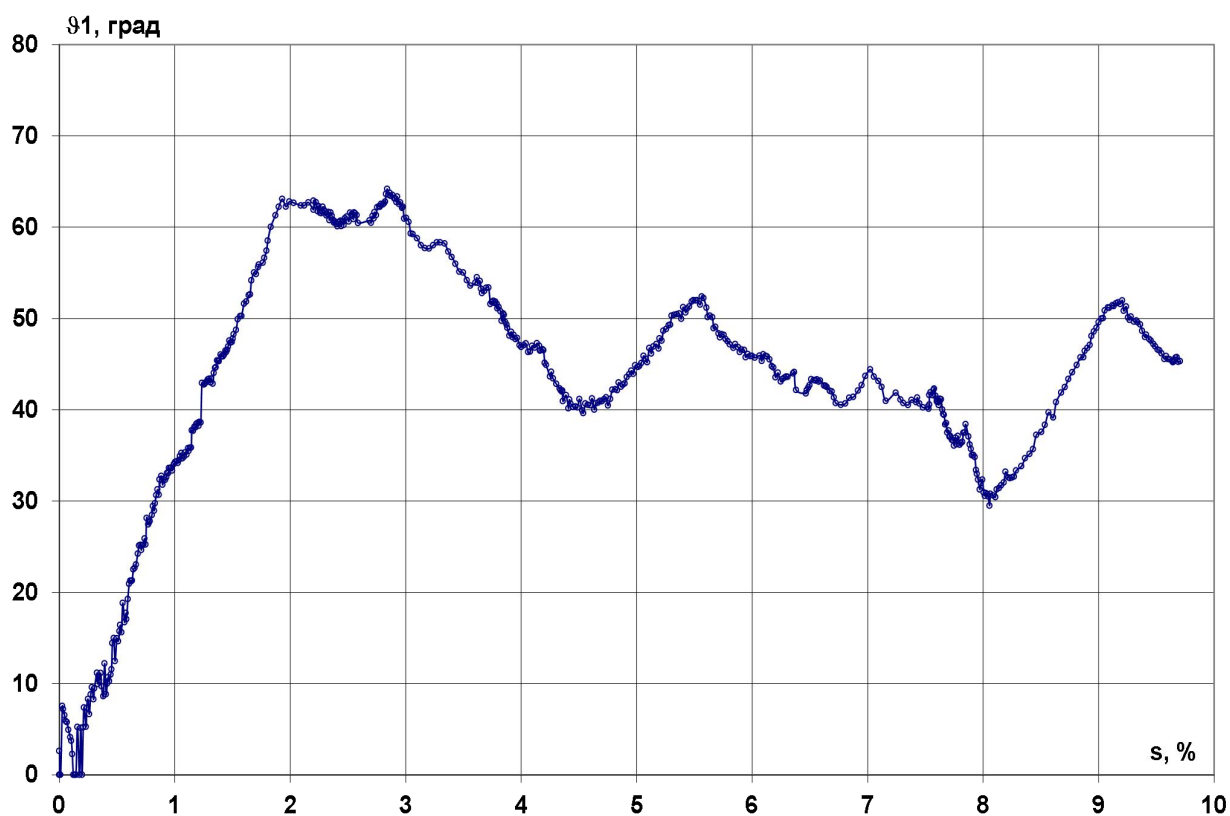


Рис. 6.42

По результатам эксперимента было установлено, что угол сближения φ_1 в процессе пластического деформирования составил после реализации окружности 40–60°, то есть был достаточно большим, а процесс дефор-

мирования был активным ($\vartheta_1 < 90^\circ$). Для реализованных программных винтовых траекторий со смещенной осью характерным является периодичность отображения локальных диаграмм $S_k-\mathcal{E}_k$ ($k = 1,3$) и проявления эффекта взаимодействия напряжений (interaction-effect) S_1-S_3 с S_2 .

Программа испытаний, отличающаяся от предыдущей пространственной винтовой траектории с шагом винта в направлении $\mathcal{E}_2 = 1,5\%$ только числом витков, представлена на рис. 6.43–6.45. Выход на криволинейную часть траектории осуществлялся путем выхода из нулевой точки на окружность, и реализовывался один виток окружности в плоскости $\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_3$ с постоянным радиусом $0,5\%$ относительно начала координат, причем центр кривизны окружности совпадал с началом координат. Затем было реализовано 4 витка винтовой траектории с шагом $0,25\%$ в направлении \mathcal{E}_2 .

Соответствующий отклик на программу испытаний в плоскости векторного пространства девиатора напряжений представлен на рис. 6.46–6.48. Диаграмма прослеживания процесса дана на рис. 6.49, а глобальная диаграмма деформирования – на рис. 6.50. Локальные диаграммы деформирования приведены на рис. 6.51–6.53, векторные свойства материала – на рис. 6.54.

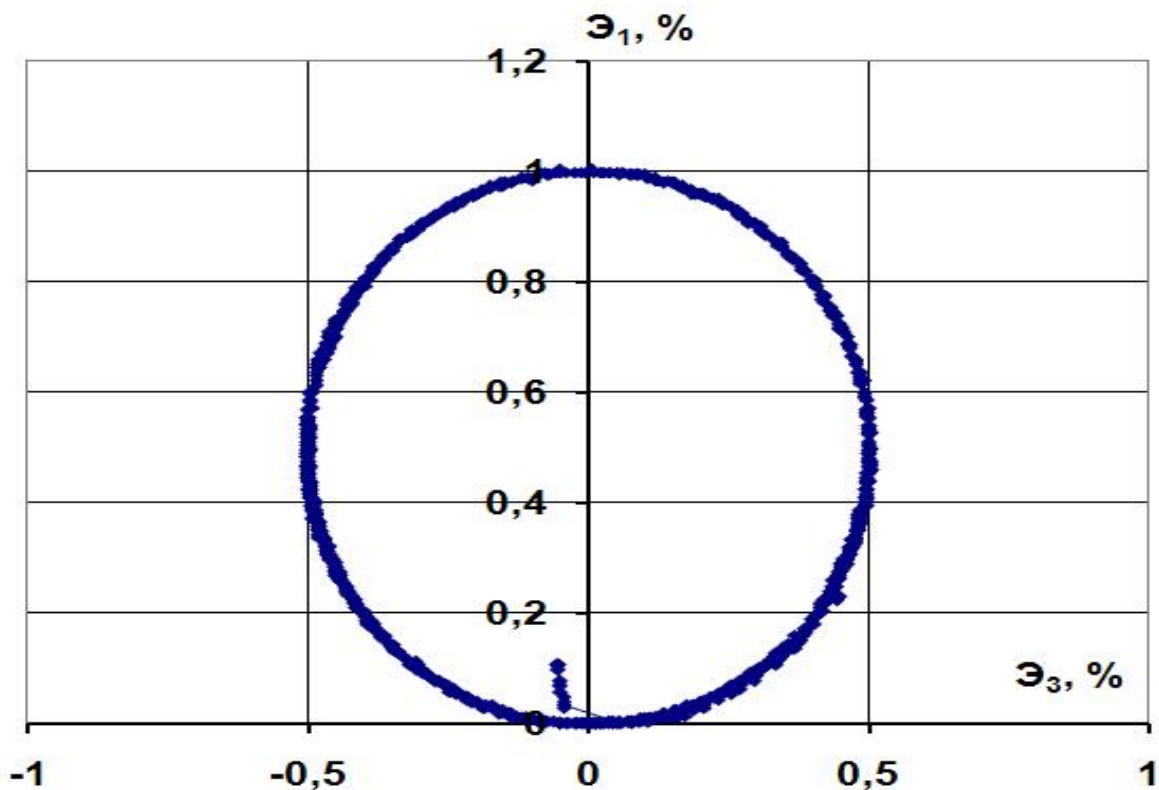


Рис. 6.43

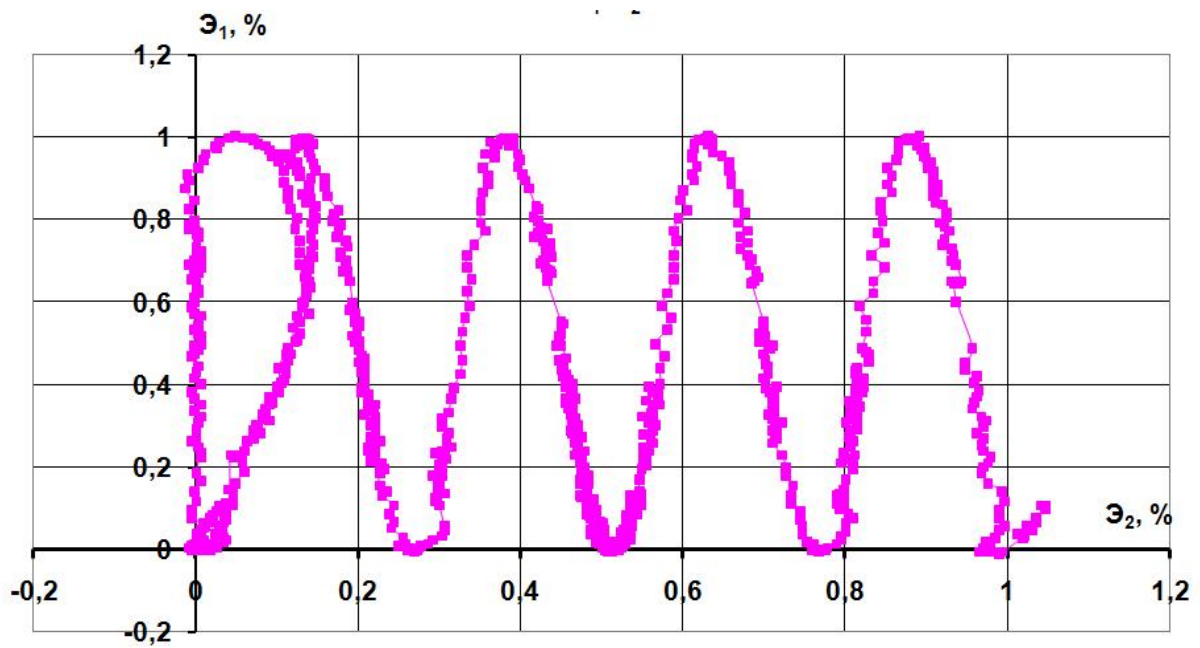


Рис. 6.44

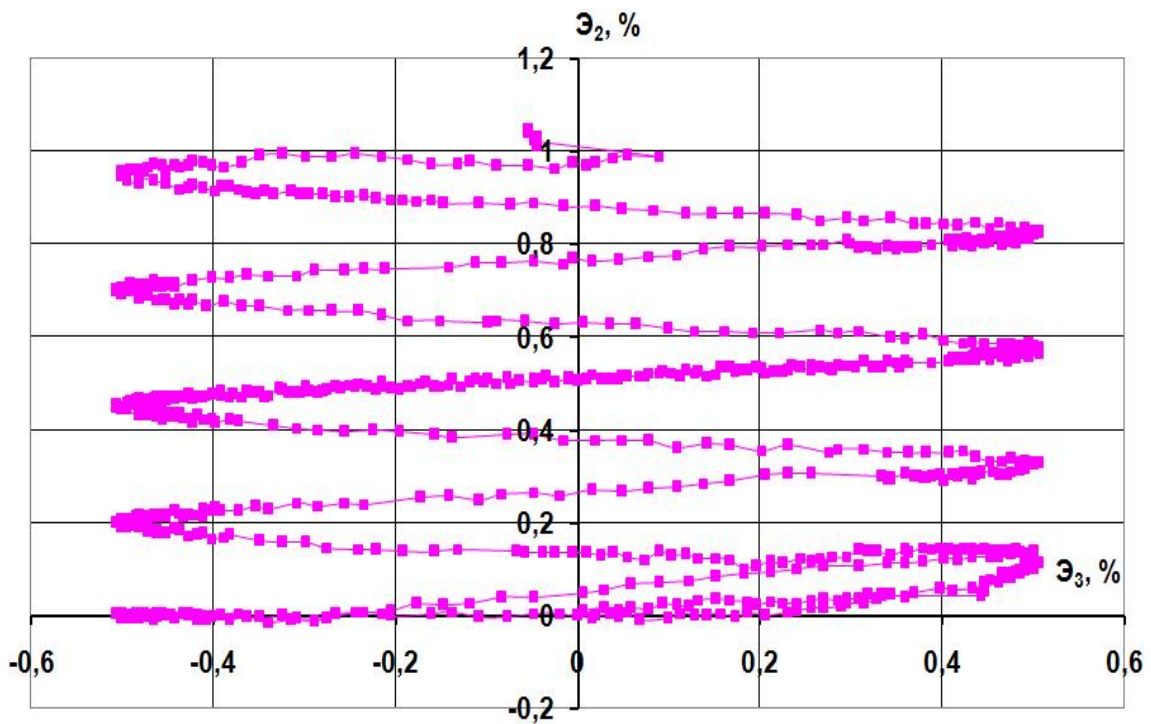


Рис. 6.45

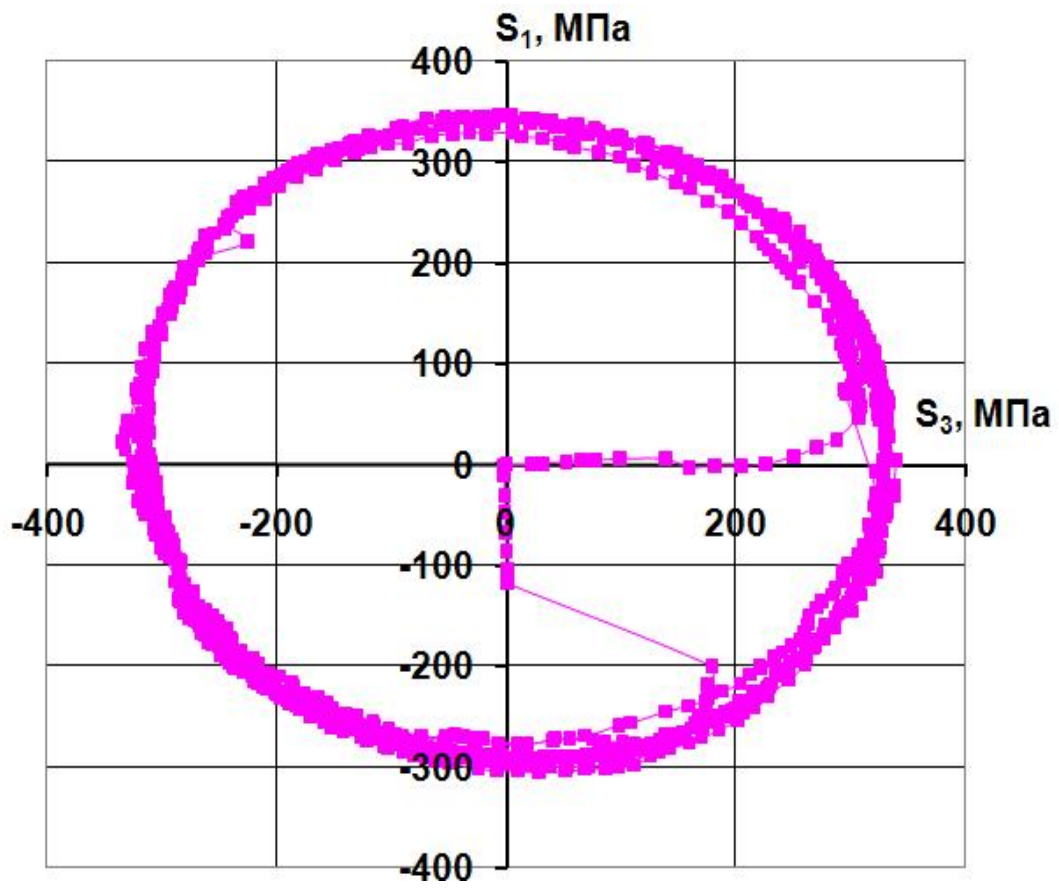


Рис. 6.46

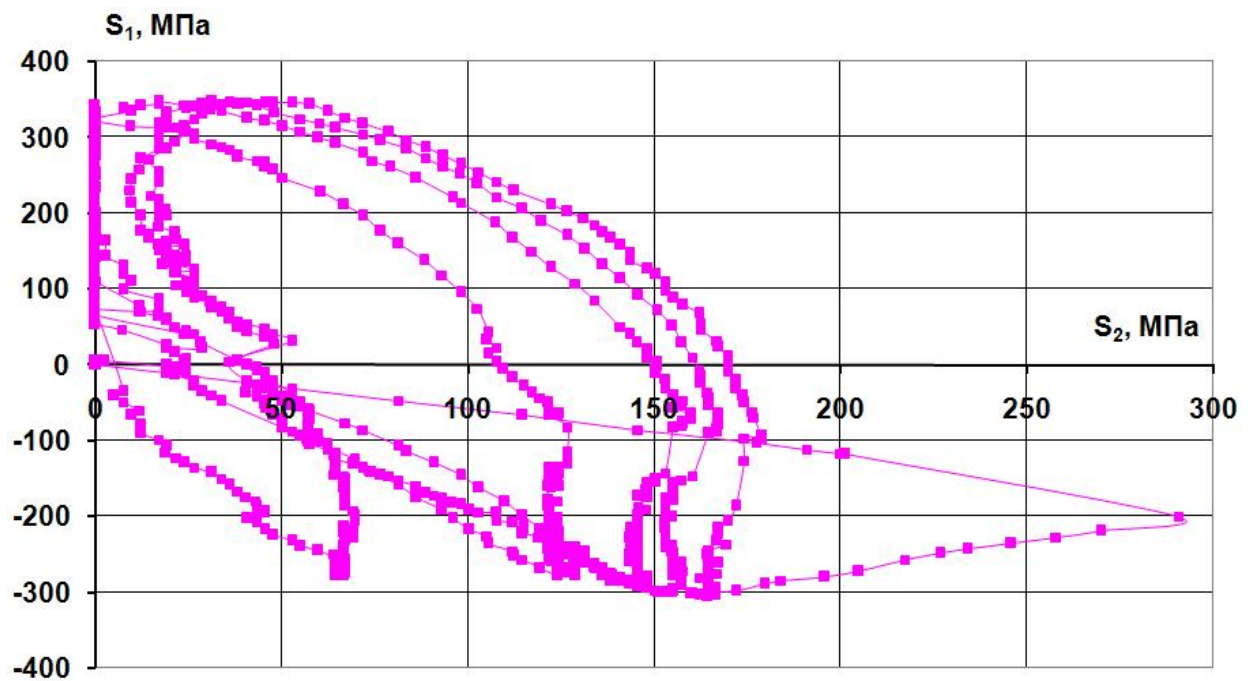


Рис. 6.47

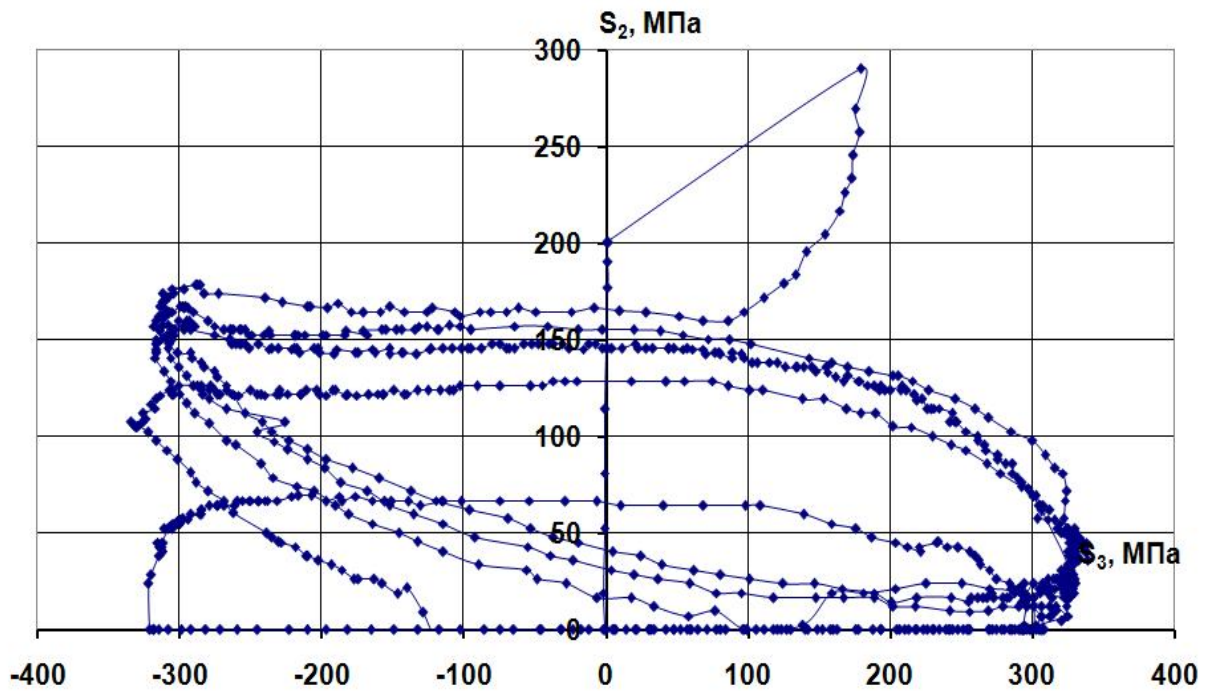


Рис. 6.48

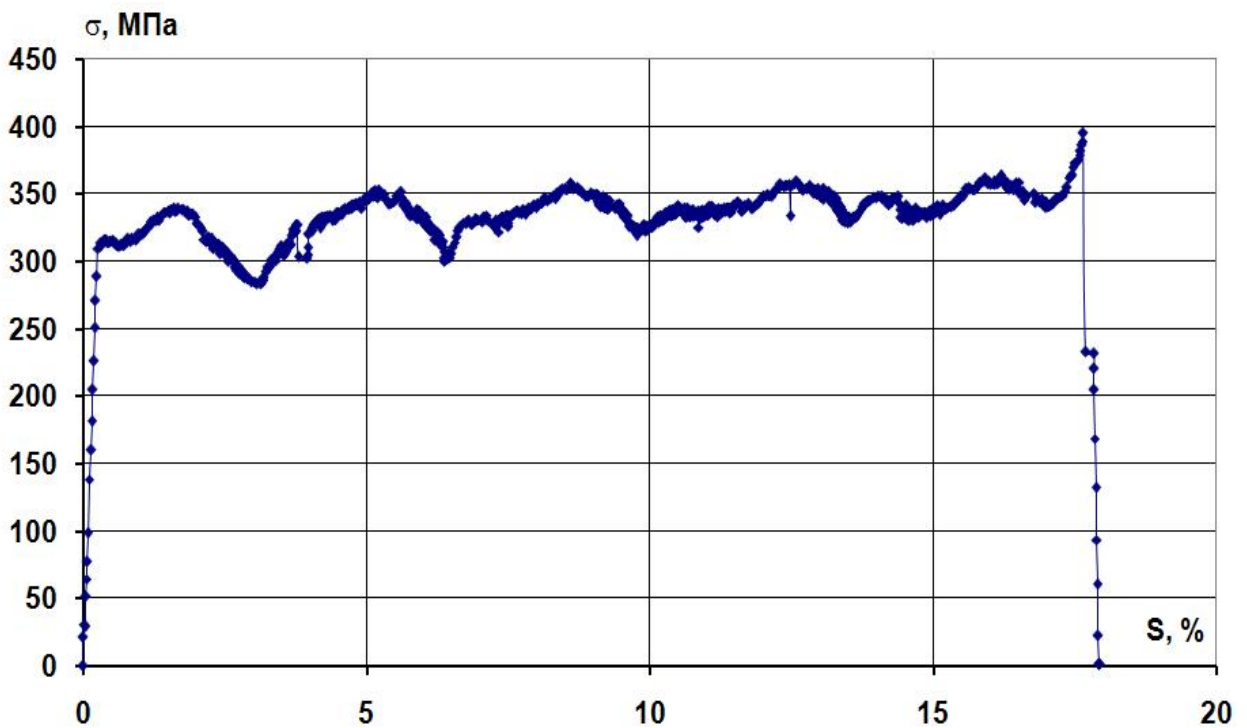


Рис. 6.49

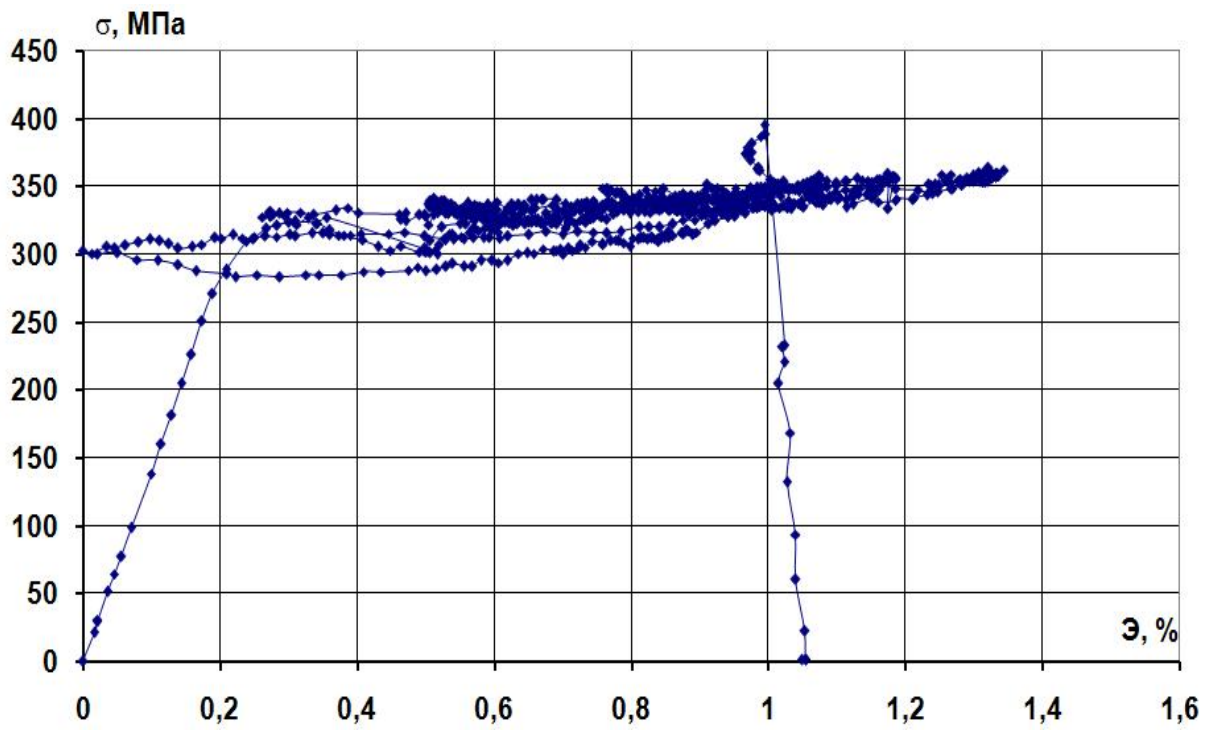


Рис. 6.50

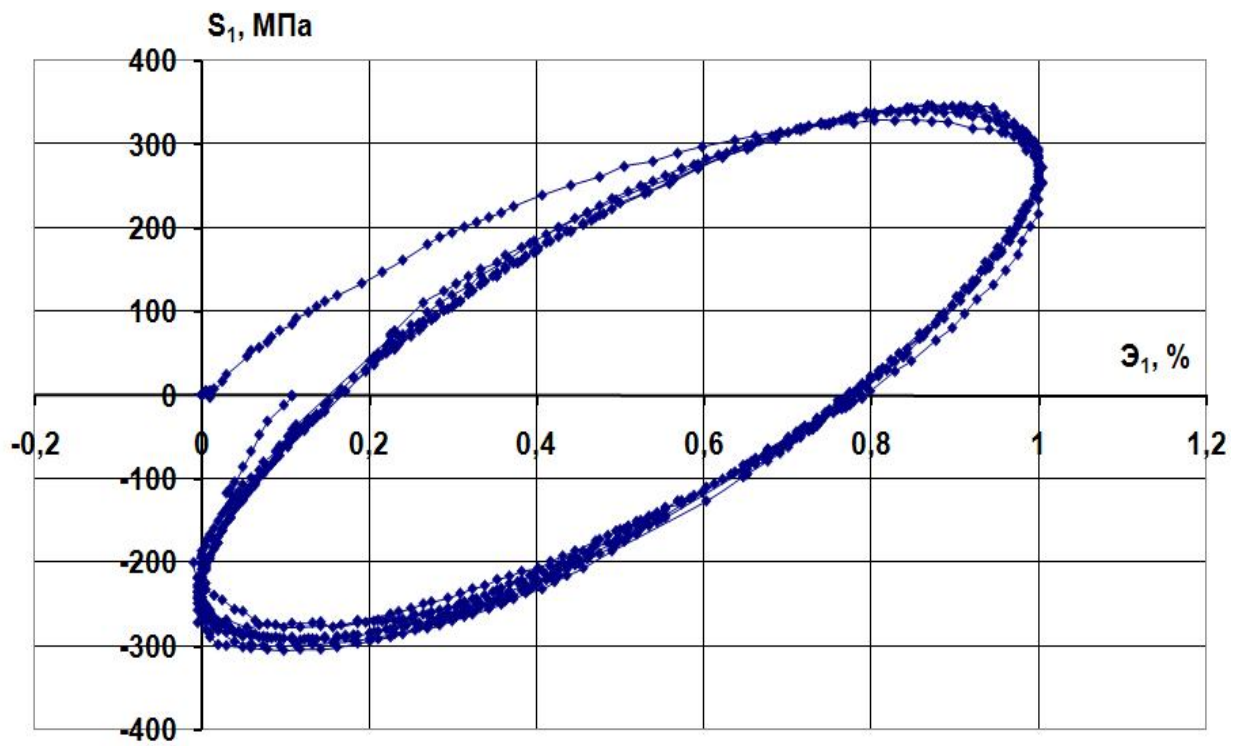


Рис. 6.51

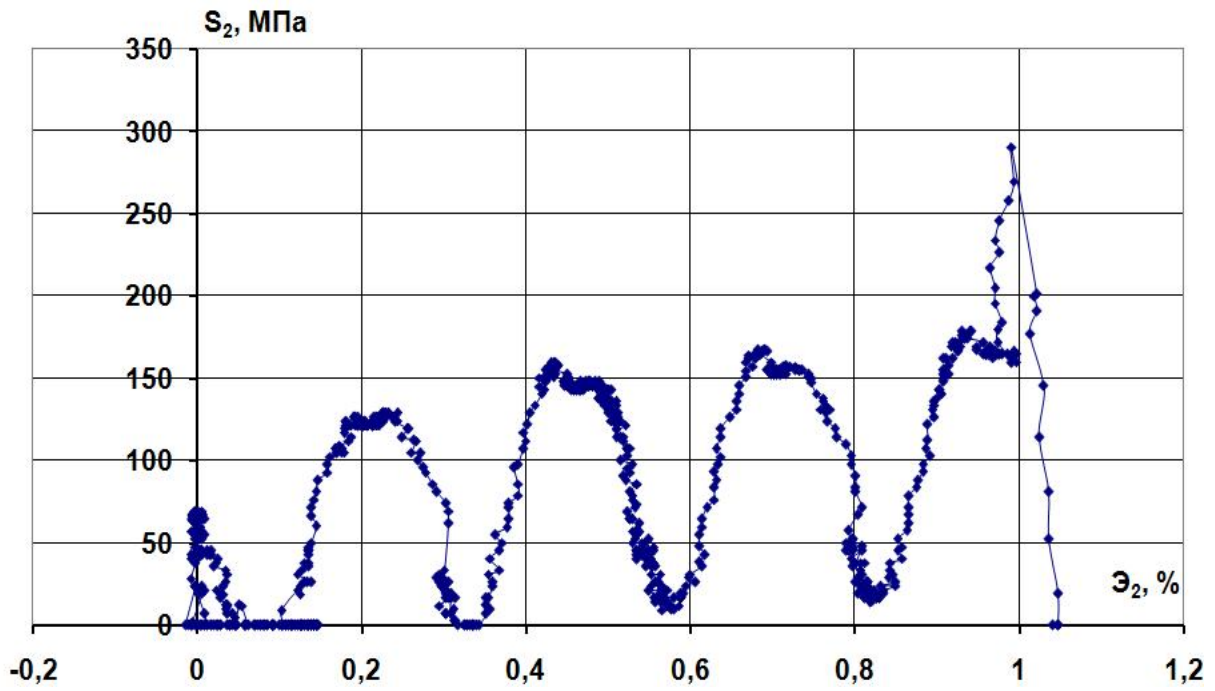


Рис. 6.52

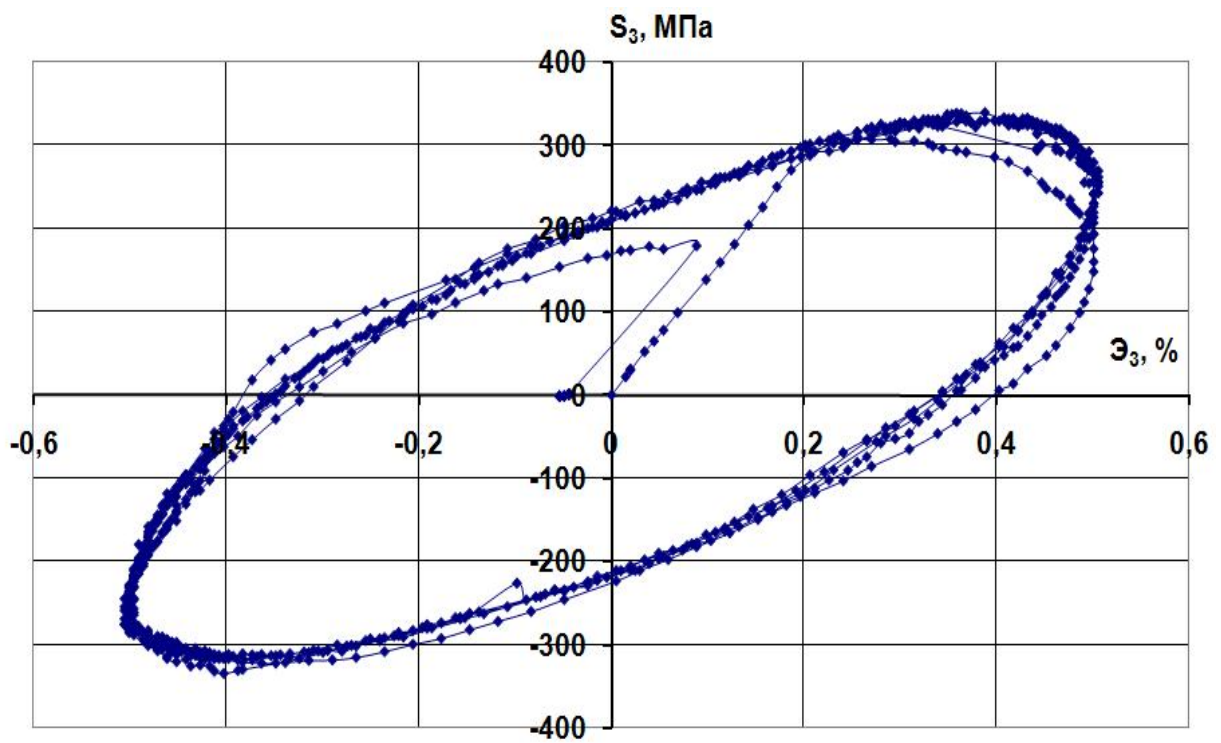


Рис. 6.53

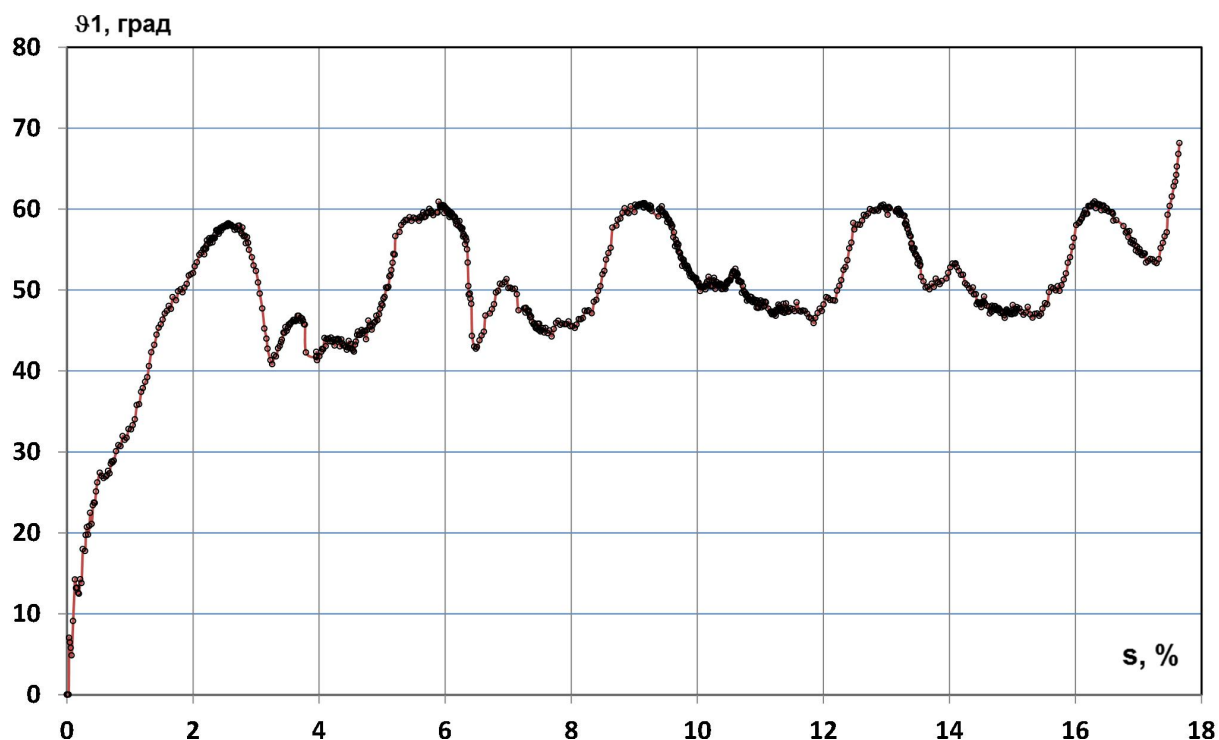


Рис. 6.54

Таким образом, для всех реализованных программных винтовых траекторий со смещенной осью характерным является периодичность отображения локальных диаграмм $S_k-\mathcal{E}_k$ ($k = 1,3$) и проявления эффекта взаимодействия напряжений S_1-S_3 с S_2 (interaction-effect). Угол сближения ϑ_1 в процессе пластического деформирования после реализации окружности стабилизировался и составил $45-60^\circ$, то есть был достаточно большим, а процесс деформирования был активным ($\vartheta_1 < 90^\circ$).

6.3. Скручивающаяся винтовая траектория Архимеда

Были выполнены экспериментальные исследования центральной скручивающейся винтовой траектории. Программа испытаний (рис. 6.55–6.58) реализовывалась в векторном пространстве деформаций. Выход на криволинейную часть траектории осуществлялся следующим образом: сначала образец закручивался до значения $\mathcal{E}_3 = 0,5\%$, затем производился излом на 90° и реализовывался один виток окружности в плоскости $\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_3$ с постоянным радиусом $0,5\%$ относительно начала координат. После всего этого было реализовано три с половиной витка при увеличивающемся значении \mathcal{E}_2 , но уменьшающемся радиусе следа винтовой траектории в плоскости $\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_3$ при шаге следа в виде архимедовой спирали $h = 2\pi a = 0,19$, $H = 2\pi b = 0,5$.

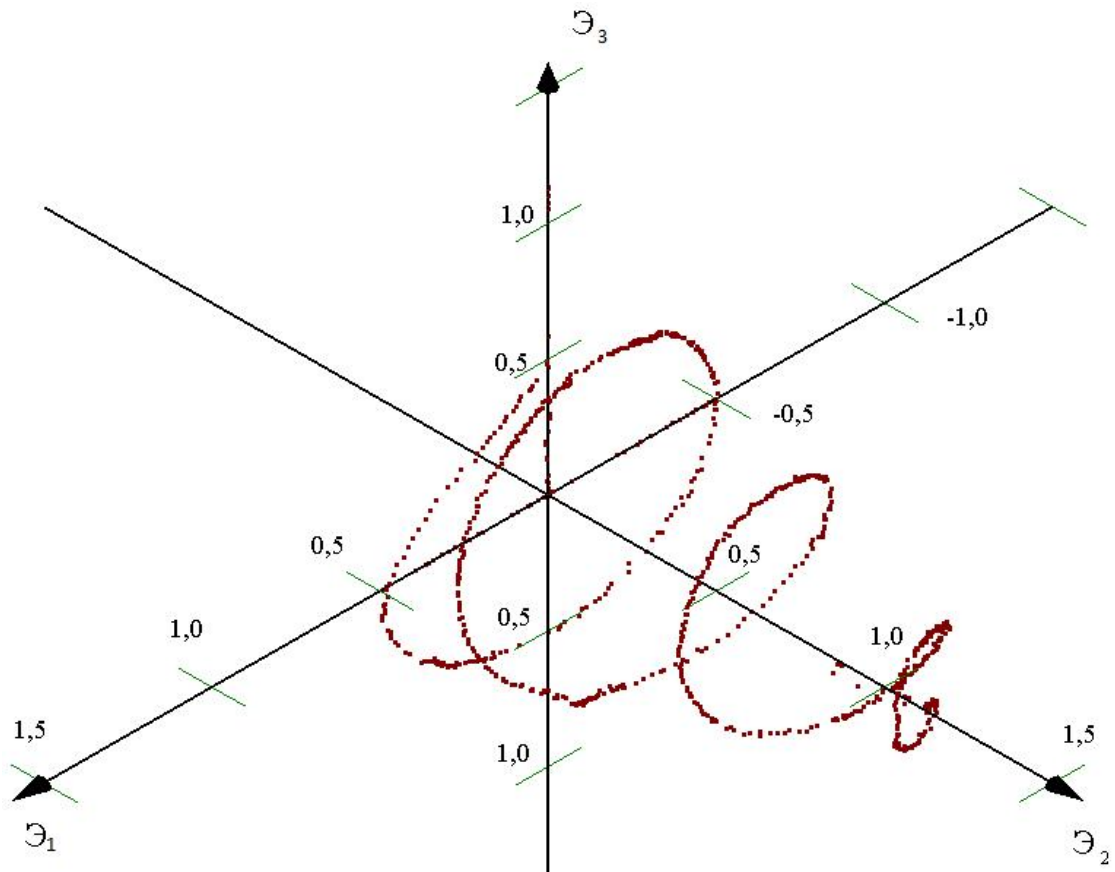


Рис. 6.55

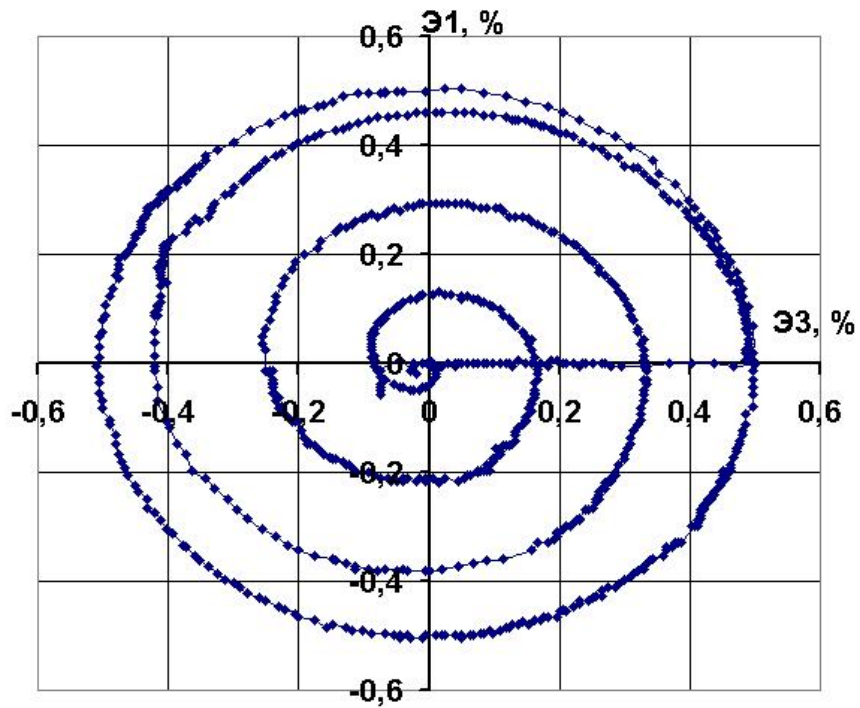


Рис. 6.56

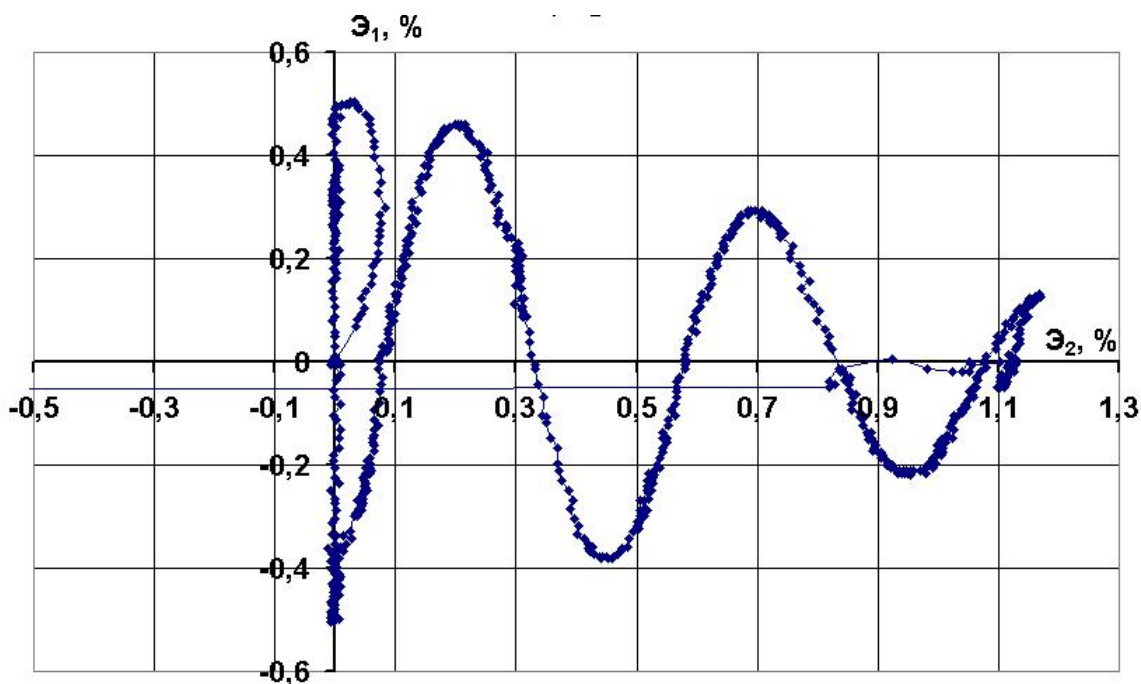


Рис. 6.57

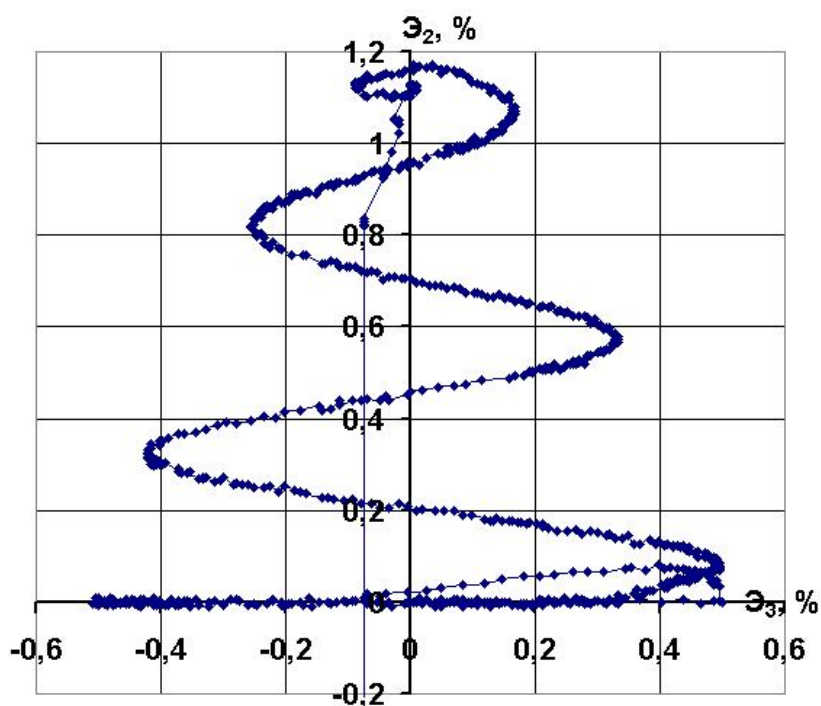


Рис. 6.58

Соответствующий отклик на программу испытаний в плоскости векторного пространства девиатора напряжений показан на рис. 6.59–6.61. На рис. 6.62 представлены скалярные свойства материала: совмещенные диаграммы прослеживания процесса $\sigma - s$ и диаграмма деформирования $\sigma - \varepsilon$.

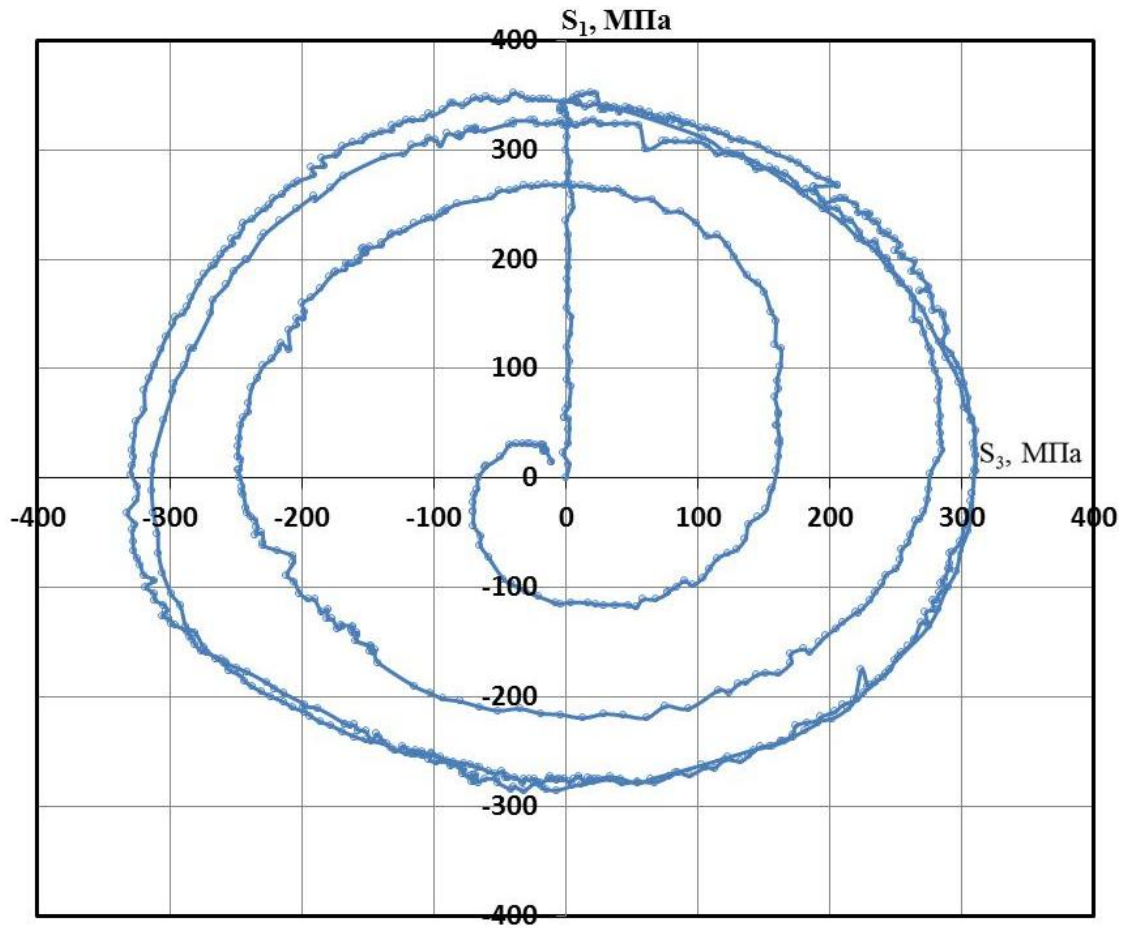


Рис. 6.59

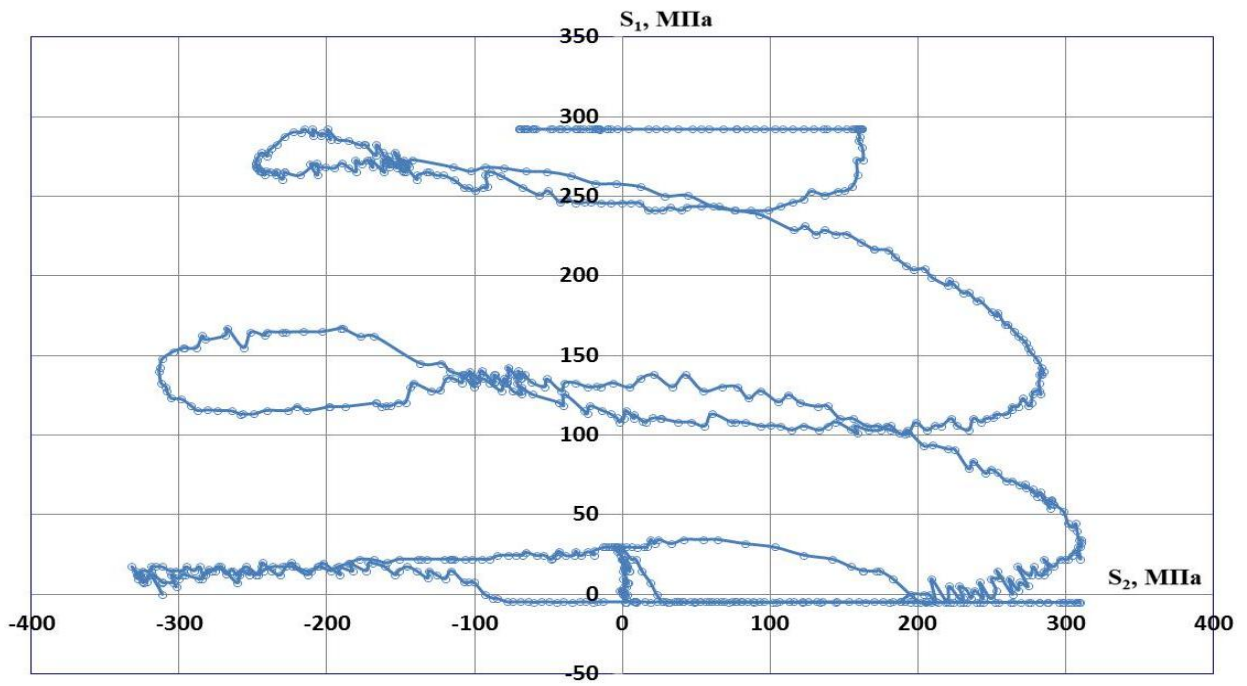


Рис. 6.60

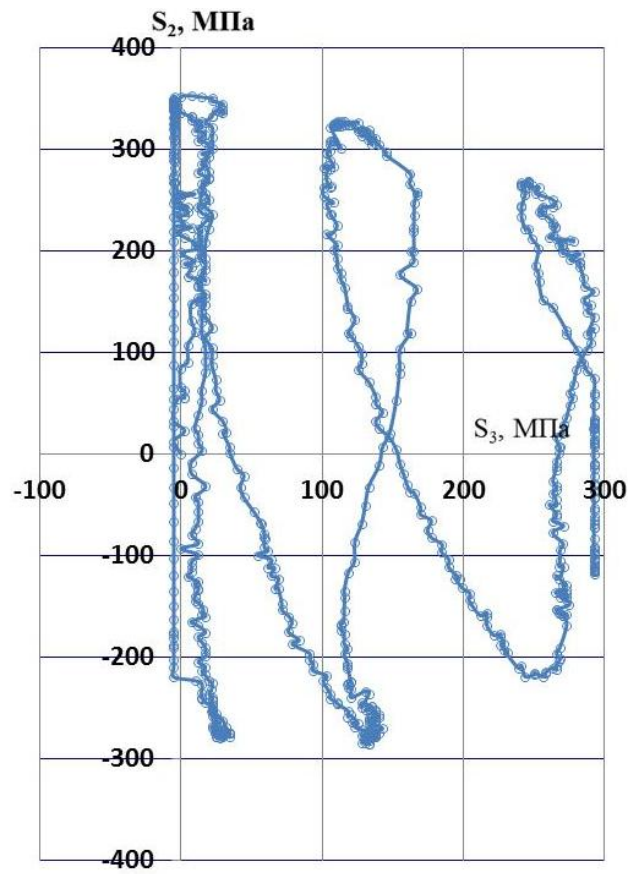


Рис. 6.61

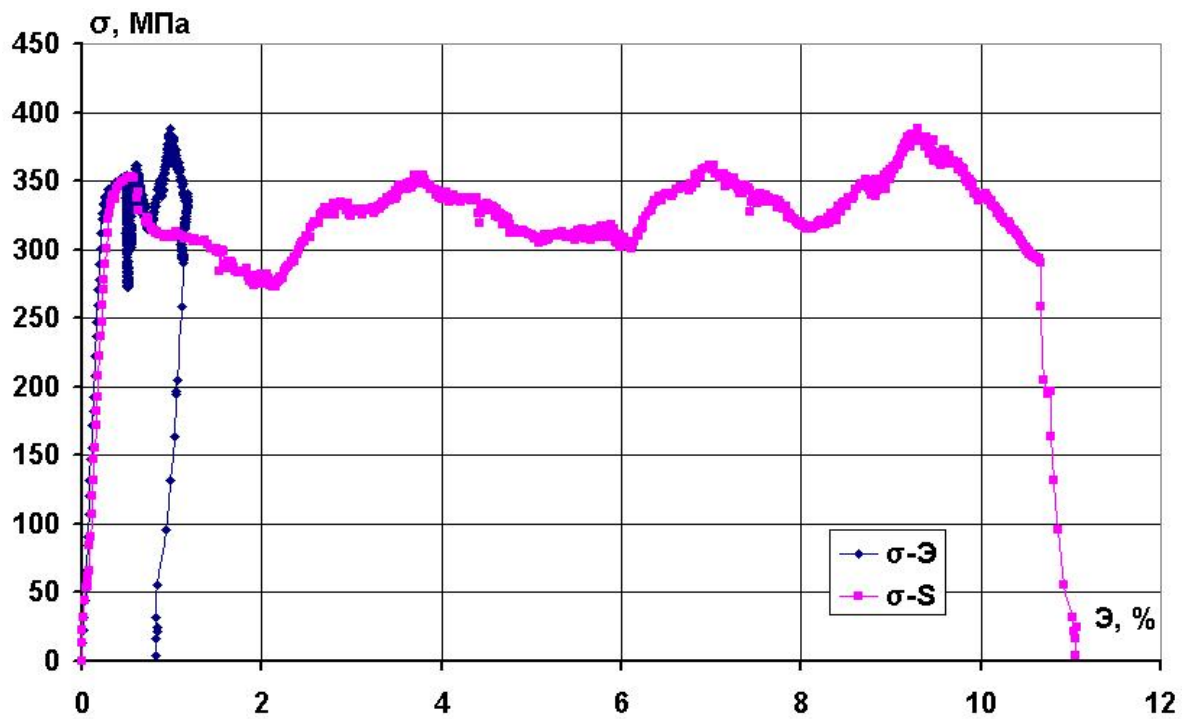


Рис. 6.62

На рис. 6.63 представлены векторные свойства материала, отражающие зависимость угла сближения ϑ_1 от длины дуги s .

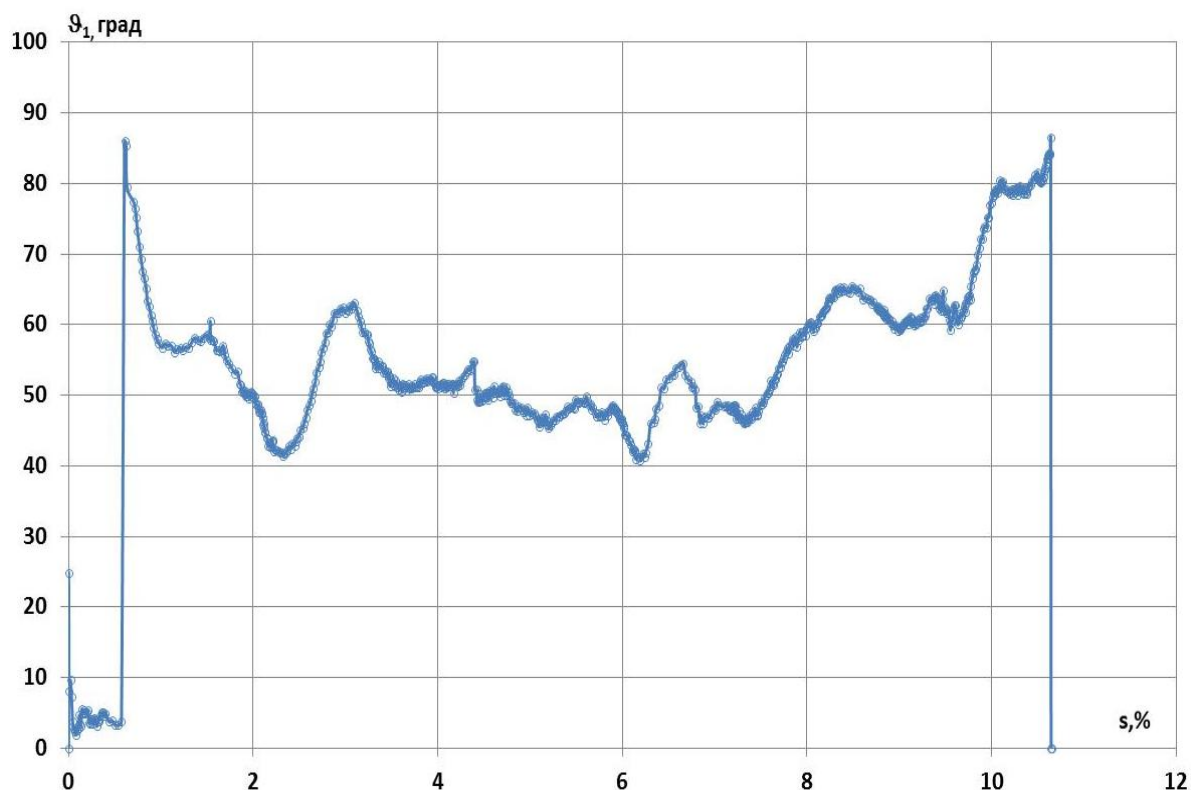


Рис. 6.63

Из приведенного испытания по скручивающемуся архимедовому винту установлено:

- 1) на окружном участке траектории сохраняется \mathcal{E}_2 -эффект;
- 2) локальное разгружение в плоскости \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 и активное нагружение по оси \mathcal{E}_2 в целом не приводят к частичному сложному разгрузению материала;
- 3) процесс деформирования на всем протяжении опыта оставался активным ($\vartheta_1 < 90^\circ$, $dA_\phi > 0$), углы сближения достигали 70 – 80° , а соприкосания – 60° , а это значит, что гипотеза компланарности не выполнялась.

6.4. Раскручивающаяся винтовая траектория Архимеда

Были выполнены экспериментальные исследования центральной раскручивающейся винтовой траектории. Программа испытаний (рис. 6.64–6.66) реализовывалась в векторном пространстве деформаций. Выход на криволинейную часть траектории осуществлялся следующим

образом: сначала образец закручивался до значения $\mathcal{E}_3 = 0,5 \%$, затем производился излом на 90° и реализовывался один виток окружности в плоскости \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 с постоянным радиусом $0,5 \%$ относительно начала координат. После всего этого было реализовано полтора витка траектории при увеличивающемся значении \mathcal{E}_2 и возрастающем радиусе следа винтовой траектории в плоскости \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 при шаге следа в виде архимедовой спирали $h = 2\pi a = 0,17$, $H = 2\pi b = 0,5$. На рис. 6.67–6.69 представлен отклик в пространстве напряжений на реализованную экспериментальную программу. На рис. 6.70, 6.71 приведены скалярные свойства материала в данном опыте в виде диаграмм $\sigma - s$ и $\sigma - \mathcal{E}$.

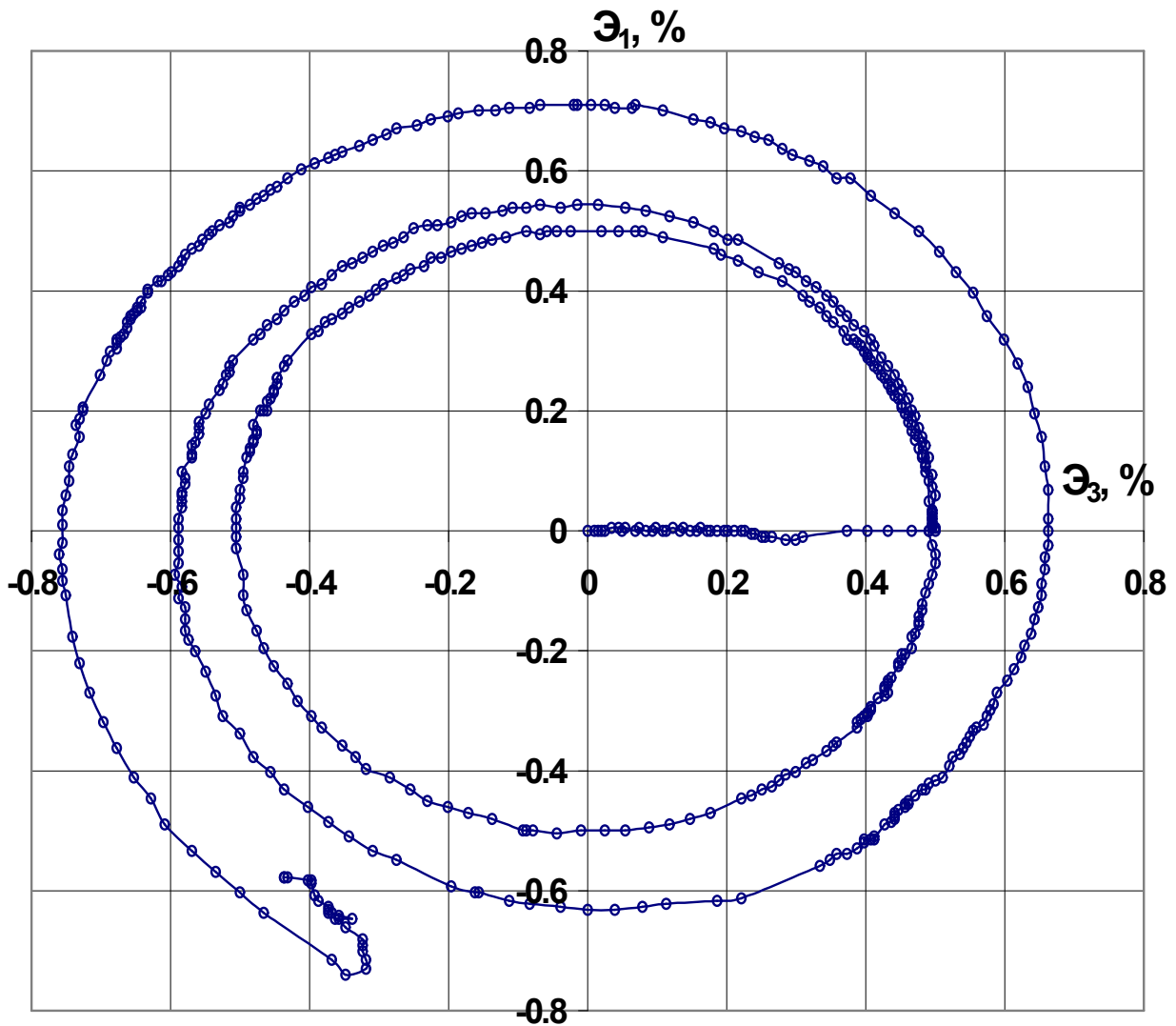


Рис. 6.64

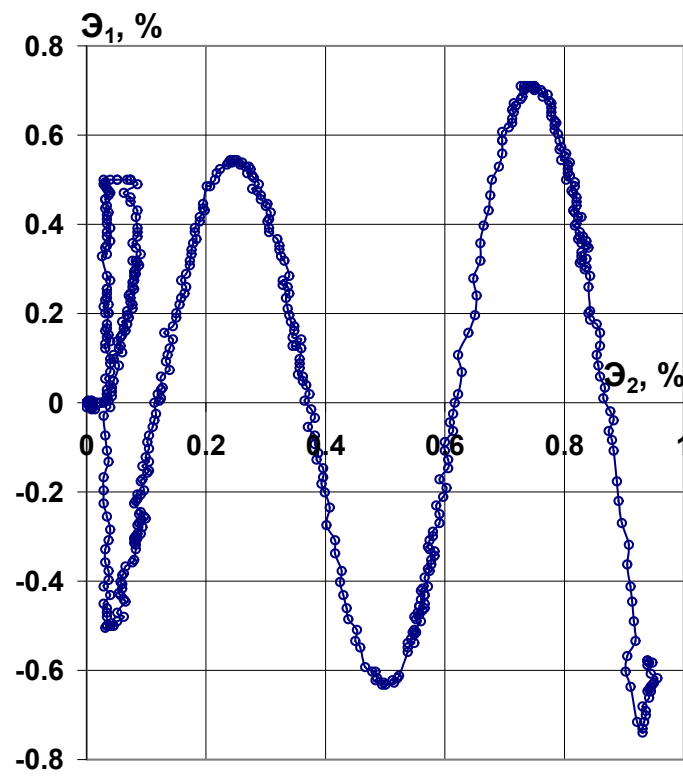


Рис. 6.65

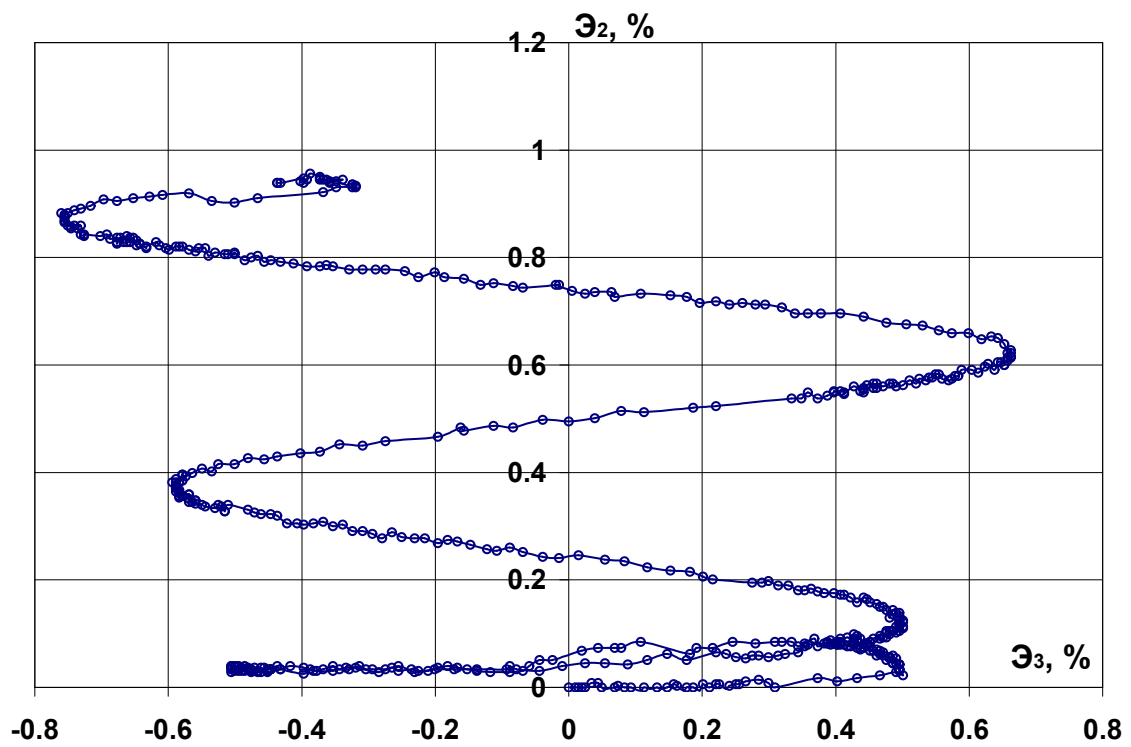


Рис. 6.66

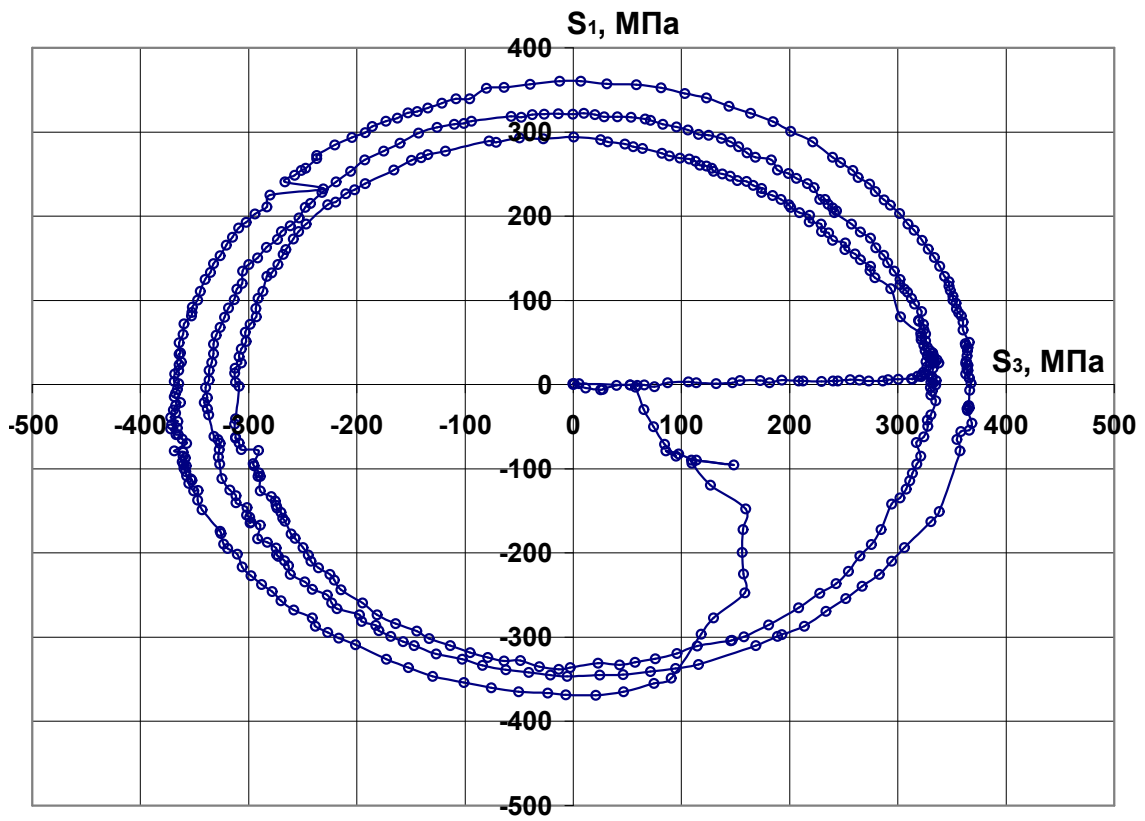


Рис. 6.67

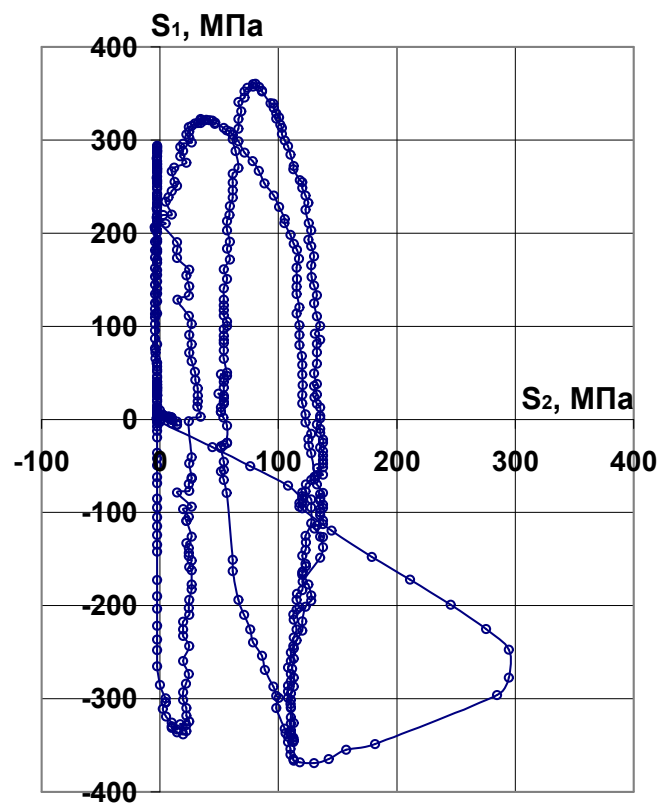


Рис. 6.68

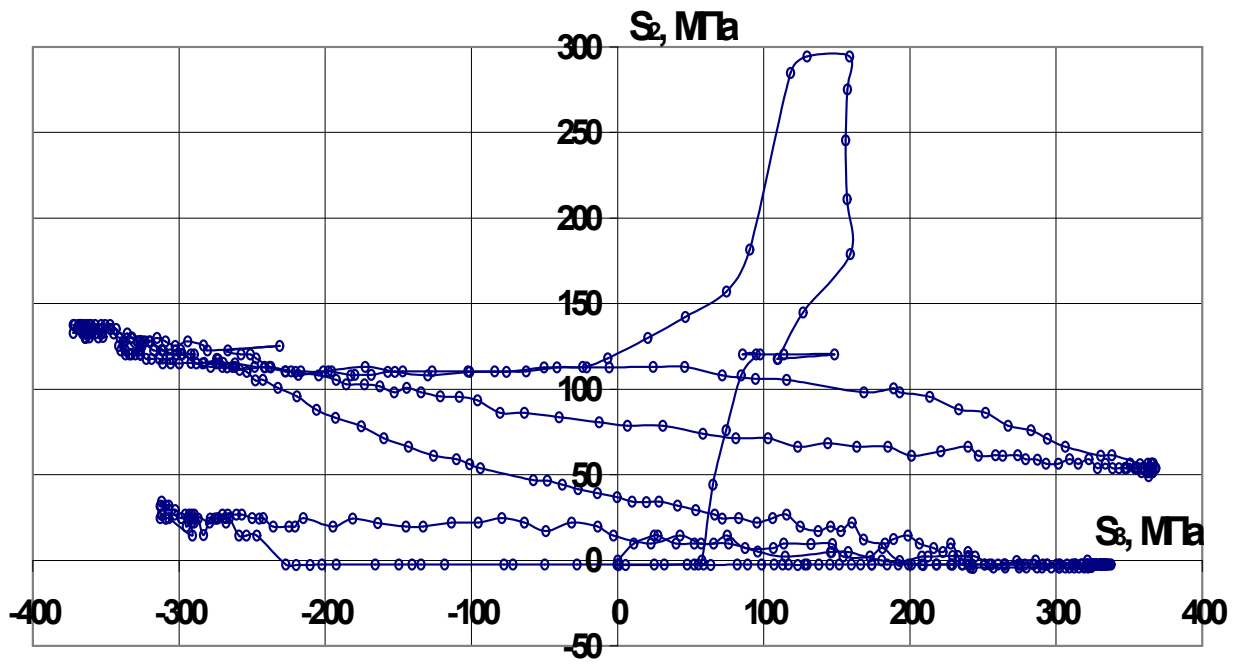


Рис. 6.69

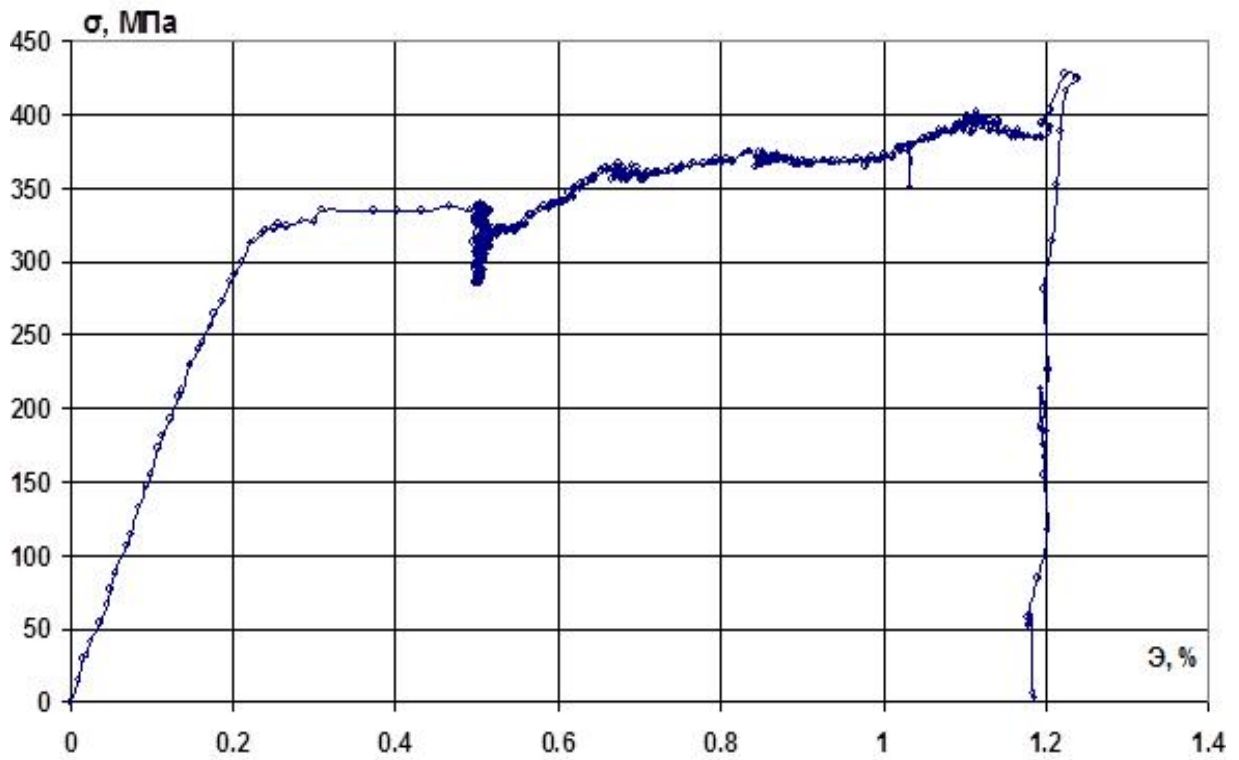


Рис. 6.70

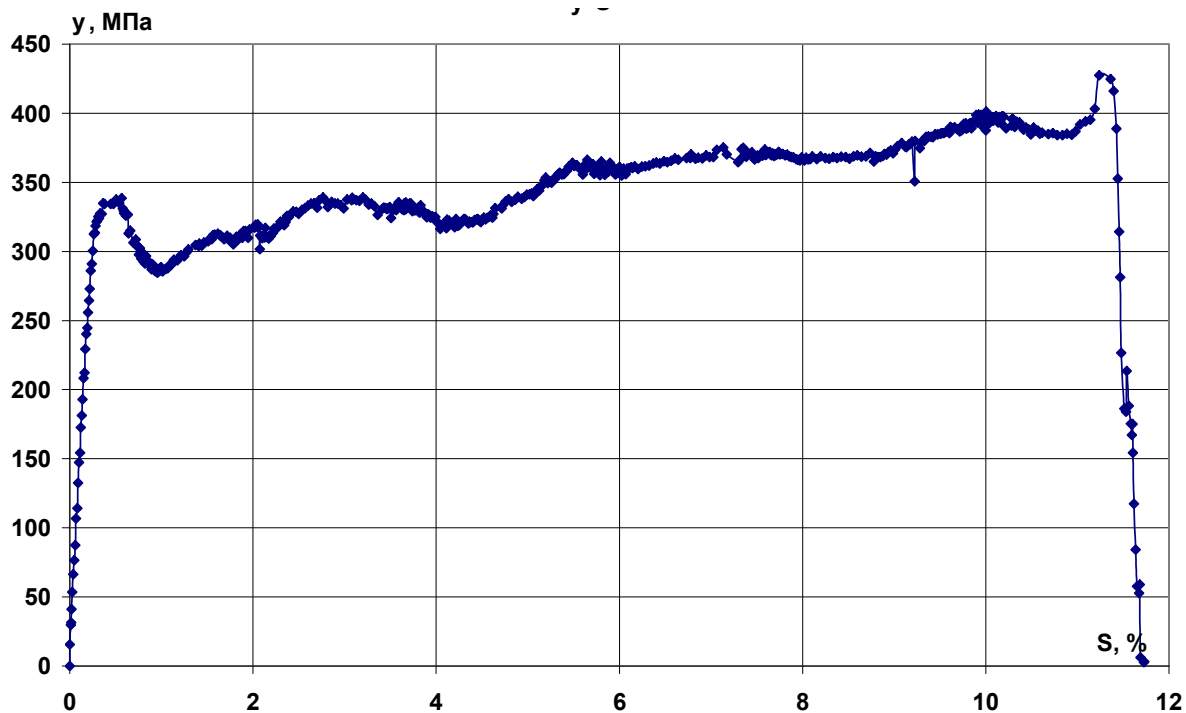


Рис. 6.71

Результаты представленных в главе испытаний показали, что при реализации траекторий в виде окружности в плоскости \mathcal{E}_1 – \mathcal{E}_3 имел место \mathcal{E}_2 -эффект. Материал в процессе пластического деформирования в целом получал упрочнение; процесс деформирования был активным ($\vartheta_1 < 90^\circ$, $dA_\phi > 0$). Наблюдалась стабилизация угла сближения (порядка 30 – 50°), угол соприкасания увеличивался и достиг 40 – 50° . Гипотеза компланарности даже при активном деформировании не выполнялась. Таким образом, влияние параметров сложного нагружения на структуру определяющего соотношения было существенным, влияние же на сам процесс сложного нагружения и его функционалы пластичности незначительно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты, описанные в данной монографии, имеют важное значение для науки и практики. Они будут особенно полезны специалистам, занимающимся разработкой моделей теории пластичности, а также тем, кто оценивает ресурс и надежность конструкций и деталей машин в различных отраслях промышленности, а это позволит избежать аварий и сократить расходы на ремонт и замену деталей. Работа таких людей важна для развития техники и приводит к созданию более надежных и долговечных конструкций.

Основные моменты, изложенные в книге:

1. На автоматизированном испытательном комплексе СЧ-ЭВМ в лаборатории механических испытаний кафедры «Сопротивление материалов, теория упругости и пластичности» Тверского государственного технического университета по программам базовых экспериментов проведены систематические испытания и установлены новые закономерности поведения конструкционных материалов при сложном нагружении; экспериментально изучены химический состав и микроструктура материалов, из которых были изготовлены испытательные образцы, в исходном состоянии и после деформирования по задаваемым базовым программам. Получены микрошлифы с помощью установки микроскопа МПМ-1К и ЭВМ с использованием программы SPECTR MET при их обработке.

2. Разработана методика обработки и отображения экспериментальных результатов, описывающих полные и локальные диаграммы деформирования и прослеживания процессов, а также векторные свойства материала при сложном нагружении.

3. Проверена и установлена достоверность основного закона теории процессов – постулата изотропии – на основе реализованных базовых экспериментальных программ вида многозвенных ломаных траекторий при их ортогональных преобразованиях вращения и отражения в линейном тензорно-координатном пространстве со сложными разгрузками.

4. Описаны типы базовых программных траекторий, которые позволяют в экспериментальных исследованиях выявить воздействие различных параметров, которые отражают влияние сложного нагружения на процессы упругопластического деформирования.

5. Предложены аппроксимации реальных диаграмм деформирования и диаграмм прослеживания процессов сложного упругопластического деформирования, а также методика определения входящих в них параметров при первичном (исходном), вторичном и так далее процессах деформирования и упругой частичной сложной разгрузки.

В экспериментальных исследованиях на автоматизированном комплексе СЧ-ЭВМ обнаружены следующие закономерности поведения материалов и сделаны выводы:

1) в базовых опытах по типу центрального веера при проверке начальной изотропии материалов и построении универсальной диаграммы деформирования при простом нагружении, определении новых пределов текучести уточнен метод экстраполяции Лоде. После полной разгрузки и повторного нагружения точка начала текучести определялась по избыточной пластической деформации с допуском на остаточную деформацию 0,245 %;

2) в базовых опытах на знакопеременное пропорциональное нагружение предложено для оценки эффекта Баушингера использовать отношение вторичного предела текучести к новому пределу в момент начала разгрузки. Это позволило оценить радиус гипотетической сферической поверхности в теории течения и установить, что для стали 45 радиус этой сферы монотонно возрастает с ростом длины дуги пластического деформирования;

3) в базовых опытах по типу смещенного веера двухзвенных ломаных траекторий установлено, что вторичные пределы текучести существенно зависят от угла излома траекторий как одной из характеристик сложного нагружения и разгрузки материалов. При этом установлено, что при изломах угла до 60–90° эффект сложного нагружения практически не сказывается. Это позволяет на практике использовать некоторые варианты теории пластичности, не содержащих в своих функционалах пластичности либо материальных функций параметров сложного нагружения, для описания процессов деформирования по траекториям малой и средней кривизны с малыми углами излома, но ограничивает пределы применимости обозначенных теорий;

4) установлено, что линейность упругой частичной разгрузки практически не зависит от угла излома траектории для данного значения длины дуги траектории s_k , вторичные пределы текучести обуславливаются не только углами излома траекторий в испытаниях по типу смещенного веера, но и длиной дуги s_k траектории деформирования до точки излома К, поэтому в различных вариантах теории пластичности недостаточно ограничиваться лишь опытами на простое нагружение и знакопеременное нагружение с одной точкой излома при фиксированном значении s_k . Следует установить предельное значение s_k , меньше которого указанная зависимость несущественна;

5) установлено, что эффект Баушингера является частным проявлением более общего принципа запаздывания векторных и скалярных свойств материалов Ильюшина. Показано, что при изменении длины дуги s_k до точки излома и последующем сложном частичном разгрузении предельная поверхность изменяет свою сферическую форму и становится овальной в направлении процесса;

6) в базовых испытаниях по типу многозвенных плоских ломаных траекторий при исследовании процессов сложного разгрузения образуются обратные и прямые «нырки». Установлено, что на ниспадающей ветви «нырков» имеет место частичная упругая разгрузка, при которой приращение энергии деформирования и энергии напряжений отрицательны ($dA_\phi < 0$, $dB_\phi < 0$), а углы излома лежат в диапазоне от 0 до 60–90°. На восходящей ветви «нырка» имеет место активный процесс упругопластического деформирования ($dA_\phi > 0$), но приращение энергии напряжений (дополнительная работа) $dB_\phi < 0$, а состояние материала на этом участке является неполным упругим (упругопластическим) и углы излома лежат в диапазоне 90–180°. «Нырок» напряжений следует определять на прямолинейном участке. Указанный «нырок» отображает скалярные свойства материала при сложном нагружении и характеризуется следом запаздывания этих свойств, который зависит от угла излома траектории;

7) в базовых испытаниях по исследованию воздействия кривизны траектории как параметра сложности процесса установлено, что при изломе прямолинейного участка траектории на 90° при переходе на участок криволинейной траектории постоянной кривизны имеет место активный процесс деформирования ($dA_\phi > 0$) с упрочнением материала, причем угол сближения стабилизируется на уровне 30–40° (в отличие от опытов по типу веера двухзвенных ломаных траекторий, когда этот угол стремится к нулю), что позволяет определять характеристику материала – след запаздывания векторных свойств по допуску на остаточный угол порядка 6–7°, соответствующий оценке точности при простых процессах. Экспериментально также установлено, что при плавном переходе от одной траектории к другой при смене их кривизн имеет место резкий излом траекторий в зависимости угла сближения от длины дуги, подобный тому, что в точках излома траекторий;

8) в базовых испытаниях по окружным траекториям с точкой излома в пределах площадки текучести показано, что стабилизации угла сближения не наступает, а модуль напряжений падает до 15 %;

9) в базовых испытаниях по концентрическим окружностям разной кривизны установлено, что влияние векторных свойств материалов на углы излома также стабилизируется, а процессы являются активными без разгрузок. В базовых испытаниях смещенных траекторий по типу смещенного веера процессы остаются активными;

10) в базовых испытаниях типа «плоский винт» показано, что вектор напряжений с начальным углом депланации в процессе деформирования по плоской криволинейной траектории постоянной кривизны проявляет свойства запаздывания и стремится занять положение в ее плоскости;

11) экспериментальные исследования по базовым центральным винтовым траекториям постоянной и переменной кривизны и кручения позволили установить, что влияние параметров сложного нагружения весьма существенно. Для траекторий постоянной кривизны и кручения после стабилизации угол сближения достигал $40-60^\circ$, а угол соприкасания – порядка $45-50^\circ$. Гипотеза компланарности не выполнялась, процесс деформирования был активным. Для винтовых траекторий переменной кривизны и кручения процессы деформирования также были активными, углы сближения достигали $70-80^\circ$, а соприкасания – 60° . Гипотеза компланарности не выполнялась, имел место \mathcal{E}_2 -эффект при реализации начального витка окружности порядка $0,1-0,2\%$. Для скручивающейся винтовой траектории процесс оставался сложным, активным, без разгрузок. Невыполнение гипотезы компланарности показало, что в математических моделях в теории пластичности необходимо более полно учитывать параметры сложного нагружения для правильного и достоверного описания векторных и скалярных свойств материалов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Абрамова Л.В., Крюкова И.В. К теории упругопластических деформаций металлов по траекториям в виде двузвенных ломаных // Проблемы прочности. 1981. № 1. С. 8–12.
2. Андреев Л.С. О проверке законов пластичности в пространстве напряжений // Инженерный журнал. 1966. № 2. С. 97–102.
3. Бондарь В.С. Неупругость. Варианты теории. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 144 с.
4. Бондарь В.С., Даншин В.В. Пластичность. Пропорциональные и непропорциональные нагружения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 176 с.
5. Васин Р.А. Некоторые вопросы связи напряжений и деформаций при сложном нагружении // Упругость и неупругость: сборник статей. Вып. 1. М.: МГУ, 1971. С. 59–126.
6. Васин Р.А., Ильюшин А.А. Об одном представлении законов упругости и пластичности в плоских задачах // Известия Академии наук СССР. 1983. № 4. С. 114–118.
7. Дао Зуй Бик. Модификация соотношений упругопластических процессов средней кривизны // Вестник Московского университета. Математика и механика. 1981. № 5. С. 103–106.
8. Дао Зуй Бик. Экспериментальная проверка упрощенных вариантов теории пластичности // Вестник Московского университета. Математика и механика. 1966. № 1. С. 107–118.
9. Дегтярев В.П. Пластичность и ползучесть в машиностроительных конструкциях. М.: Машиностроение, 1967. 130с.
10. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. О влиянии состояний полной и неполной пластичности материала на их глобальную диаграмму деформирования и векторные свойства // Механика материалов и прочность конструкций. Трубы. 2004. № 489. С. 73–76.
11. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. Экспериментальные исследования процессов сложного пластического деформирования материалов по траекториям типа веера // Проблемы прочности и пластичности. 2005. Вып. 65. С. 14–19.
12. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. Экспериментальное исследование сложного деформирования стали 45 по траекториям типа «плоский винт» // Известия Тульского государственного университета. Серия: Строительные материалы, конструкции и сооружения. 2006. Вып. 9. С. 77–83.
13. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. Экспериментальные исследования предельной поверхности материала // Проблемы прочности и пластичности. 2007. Вып. 67. С. 90–94.

14. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. Экспериментальное исследование процессов сложного деформирования материалов на многозвенных траекториях // Проблемы прочности и пластичности. 2007. Вып. 69. С. 95–98.

15. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г. О проверке постулата изотропии в теории процессов сложного пластического деформирования // Проблемы прочности и пластичности. 2008. Вып. 70. С. 18–23.

16. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. Математическое моделирование процессов пластического деформирования для траекторий средней кривизны // Проблемы прочности и пластичности. 2009. Вып. 71. С. 20–25.

17. Зубчанинов В.Г., Гультияев В.И. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек из стали 45 при сложном докритическом нагружении // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2011. № 2 (10). С. 16–21.

18. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г. Экспериментальное исследование устойчивости оболочек при сложном нагружении и разгрузении материала // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2011. № 2 (10). С. 22–26.

19. Тензомер для измерения деформаций образца при сложном напряженном состоянии: пат. 15396 Рос. Федерация № 2000113379/20 / Гультияев В.И., Гараников В.В., Ведерников В.Н.; заявл. 30.05.2000; опубл. 10.10.2000. 7 с. URL: https://yandex.ru/patents/doc/RU15396U1_20001010 (дата обращения: 15.05.2023).

20. Гультияев В.И. Методика экспериментального исследования устойчивости в условиях ползучести при повышенных температурах // Устойчивость и пластичность в механике деформируемого твердого тела: материалы IV Международного научного симпозиума (Тверь, 16–19 июня 1998 г.). Тверь: ТГТУ, 1998. С. 17–20.

21. Гультияев В.И. Испытания конструкционных материалов по пространственным винтовым траекториям // Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела: материалы VII Международного научного симпозиума, посвященного 80-летию В.Г. Зубчанинова: в 2 т. Тверь: ТвГТУ, 2011. С. 100–104.

22. Гультияев В.И. О скалярных и векторных свойствах на пространственных винтовых траекториях // Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела: материалы VII Международного научного симпозиума, посвященного 80-летию В.Г. Зубчанинова: в 2 т. Тверь: ТГТУ, 2011. Т. 2. С. 48–54.

23. Гультияев В.И. Экспериментальные исследования процессов деформирования стали 45 на винтовых траекториях постоянной кривизны и кручения // Упругость и неупругость: материалы Международного научного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 100-летию А.А. Ильюшина, Москва, 20–21 января 2011 года / под ред. И.А. Кийко, Г.Л. Бровко, Р.А. Васина. М.: МГУ. С. 470.

24. Гультияев В.И. Экспериментальное исследование сложного нагружения материала сталь 45 на траекториях типа веера // Сопротивление материалов, теории упругости, пластичности и строительная механика: сборник научных трудов / под ред. В.Г. Зубчанинова, Н.Л. Охлопкова. Тверь: ТГТУ, 2010. С. 139–141.

25. Упругопластическая устойчивость цилиндрических оболочек при сложном докритическом нагружении / А.В. Акимов, В.Н. Ведерников, В.В. Гараников, В.И. Гультияев, В.Г. Зубчанинов // Актуальные проблемы механики оболочек: труды Международной конференции, посвященной памяти заслуженного деятеля науки ТАССР профессора А.В. Саченкова, Казань, 9–11 сентября 1998 г. Казань: УНИПРЕСС, 1998. С. 91–93.

26. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г. Экспериментальное исследование искусственного старения материала // Современные проблемы прочности, пластичности и устойчивости: материалы V Международного научного симпозиума, посвященного 70-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники России профессора В.Г. Зубчанинова, Тверь, 14–16 декабря 2000 г. Тверь: ТвГТУ, 2001. С. 61–62.

27. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. Экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния оболочек при сложном нагружении за пределом упругости // Механика оболочек и пластин: сборник докладов XX Международной конференции по теории оболочек и пластин (17–19 сентября 2002 г.). Н. Новгород: ННГУ, 2002. С. 146–150.

28. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. Структурные изменения стали 45 в процессе деформирования // Известия Тульского государственного университета. Серия: Строительные материалы, конструкции и сооружения. 2005. Вып. 8. С. 26–29.

29. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. Экспериментальное исследование влияния неполной пластичности на сложное нагружение-разгружение материалов // Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии: сборник материалов IV Международной конференции. Тула: ТГТУ, 2003. С. 23–25.

30. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. Экспериментальное исследование закономерностей процессов сложного нагружения-разгрузки // Современные проблемы прочности: научные труды VI Международного симпозиума им. В.А. Лихачева, г. Старая Русса. 20–24 октября 2003 г.: в 2 т. / под ред. В.Г. Малинина. Великий Новгород: НовГУ, 2003. Т. 1. С. 68–73.

31. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. Сложное нагружение и разгрузка конструкционных материалов // Современные проблемы математики, механики, информатики: материалы Международной научной конференции, Тула, 15–19 сентября 2014 г. Тула: ТулГУ, 2016. С. 288–294.

32. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. Экспериментальное исследование влияния деформационной анизотропии на свойства сталей // Современные проблемы прочности, пластичности и устойчивости: сборник статей к 75-летию со дня рождения В.Г. Зубчанинова. Тверь: ТГТУ, 2007. С. 104–109.

33. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Зубчанинов Д.В. Экспериментальное исследование процессов сложного нагружения материалов на многозвенных траекториях // Современные проблемы термовязкопластичности: труды II школы-семинара. М.: МГТУ «МАМИ», 2007. С. 19–24.

34. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г. О достоверности постулата изотропии в теории пластичности // RELMAS'2008. Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы решения: труды 7-й Международной конференции, С.-Петербург, 17–20 июня 2008 года. СПб.: СПбПУ, 2008. С. 138–142.

35. Гультияев В.И., Зубчанинов В.Г., Ведерников В.Н. Экспериментальное исследование сложного нагружения материалов на траекториях типа веера // RELMAS'2008. Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы решения: труды 7-й Международной конференции, С.-Петербург, 17–20 июня 2008 года. СПб.: СПбПУ, 2008. С. 142–145.

36. Зубчанинов Д.В., Охлопков Н.Л., Гультияев В.И. Моделирование процессов пластического деформирования по многозвенным ломаным // Современные проблемы ресурса материалов и конструкций: труды III школы-семинара. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. С. 134–139.

37. Экспериментальное исследование латуни Л63 при сложном нагружении по двузвенным ломаным / В.И. Гультияев, В.Г. Зубчанинов, А.А. Алексеев, А.С. Двужилов // Авиационные двигатели. 2023. № 1 (18). С. 99–103.

38. Методика экспериментального исследования пластичности поликристаллических материалов на испытательном комплексе СН-ЭВМ / В.И. Гультяев, В.Г. Зубчанинов, И.А. Саврасов, А.А. Алексеев // Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела: материалы IX Международного научного симпозиума, посвященного 90-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники РФ профессора В.Г. Зубчанинова / под ред. В.Г. Зубчанинова, А.А. Алексеева, В.И. Гультяева. Тверь: ТвГТУ, 2021. С. 34–36.

39. Экспериментальная проверка постулата изотропии при деформировании стали 45 по ортогональным криволинейным траекториям постоянной кривизны / В.И. Гультяев, А.А. Алексеев, И.А. Саврасов, В.В. Гараников // Вестник Чувашиского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2021. № 1 (47). С. 86–94.

40. Экспериментальное исследование стали 45 по некоторой гладкой криволинейной траектории деформирования / В.И. Гультяев, В.Г. Зубчанинов, А.А. Алексеев, И.А. Саврасов // Вестник Чувашиского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2021. № 3 (49). С. 33–41.

41. Проверка постулата изотропии при сложном кинематическом нагружении материала сталь 45 по траекториям деформирования в виде полуокружностей / В.И. Гультяев, В.Г. Зубчанинов, А.А. Алексеев, И.А. Саврасов // Вестник Чувашиского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2021. № 4 (50). С. 16–24.

42. Зубчанинов В.Г. Гипотеза ортогональности в теории пластичности // Проблемы механики деформируемого твердого тела: к 70-летию со дня рождения академика Н.Ф. Морозова. СПб.: СПбГУ, 2002. С. 137–140.

43. Зубчанинов В.Г. К использованию общей математической теории пластичности в теории устойчивости // Устойчивость в механике деформируемого твердого тела: материалы Всесоюзного симпозиума, Калинин, 4–7 сентября 1981 г. Калинин: КПИ, 1982. С. 100–115.

44. Зубчанинов В.Г. К модели неполной пластичности Е.И. Шемякина // Проблемы механики деформируемых твердых тел и горных пород: сборник статей к 75-летию Е.И. Шемякина. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. С. 284–287.

45. Зубчанинов В.Г. К основам общей математической теории пластичности // Упругость и неупругость: сборник статей. М.: МГУ, 2001. С. 139–146.

46. Зубчанинов В.Г. Математические модели полного и неполного пластического деформирования сплошных сред // Современные проблемы пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела: труды VI Международного научного симпозиума / отв. ред. В.Г. Зубчанинов. Тверь: ТГТУ, 2006. С. 4–13.

47. Зубчанинов В.Г. Математическая теория пластичности. Тверь: ТГТУ, 2002. 300 с.

48. Зубчанинов В.Г. Механика сплошных деформируемых сред. Тверь: ТГТУ, 2000. 703 с.

49. Зубчанинов В.Г. Общие соотношения связи между напряжениями и деформациями в теории пластичности // Вестник Тверского государственного технического университета. 2002. № 1. С. 35–39.

50. Зубчанинов В.Г. Об активных и пассивных процессах, полной и неполной пластичности при сложном нагружении // Проблемы нелинейной механики: к 80-летию Л.А. Толоконникова. Тула: ТГУ, 2003. С. 164–177.

51. Зубчанинов В.Г. Об определяющих соотношениях теории упруго-пластических процессов // Прикладная механика. 1989. Т. 25. № 5. С. 3–12.

52. Зубчанинов В.Г. Определяющие соотношения теории упруго-пластических процессов // Прикладная механика. 1991. Т. 27. № 12. С. 3–13.

53. Зубчанинов В.Г. Общая теория устойчивости оболочек и пластин за пределом упругости при сложном нагружении // Современные проблемы прочности, пластичности и устойчивости: материалы V Международного научного симпозиума, посвященного 70-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники России профессора В.Г. Зубчанинова, Тверь, 14–16 декабря 2000 г. Тверь: ТГТУ, 2001. С. 3–18.

54. Зубчанинов В.Г. Общая теория устойчивости оболочек и пластин за пределом упругости при сложном нагружении // Механика оболочек и пластин: сборник докладов XX Международной конференции по теории оболочек и пластин (17–19 сентября 2002 г.). Н. Новгород: ННГУ, 2002. С. 9–41.

55. Зубчанинов В.Г. Об устойчивости, геометрической и физической нелинейности в механике деформируемого твердого тела // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. 2013. Вып. 2. Ч. 2. С. 112–116.

56. Зубчанинов В.Г. Определяющие соотношения теории неупругих процессов в пространстве напряжений. Сообщение 1. Теоретические основы // Проблемы прочности. 1992. № 6. С. 3–13.

57. Зубчанинов В.Г. Определяющие соотношения теории неупругих процессов в пространстве напряжений. Сообщение 2. Экспериментальные основы // Проблемы прочности. 1992. № 6. С.3–12.

58. Зубчанинов В.Г. Определяющие соотношения общей теории пластичности // Устойчивость и пластичность при сложном нагружении: межвузовский сборник научных трудов / отв. ред.: В.Г. Зубчанинов. Тверь: ТГТУ, 1994. С. 14–37.

59. Зубчанинов В.Г. Определяющие соотношения теории процессов пластического деформирования материалов при сложном нагружении // Прочность и пластичность: труды IX конференции: в 2 т. М.: Институт проблем механики РАН, 1996. Т. 1. С. 80–85.

60. Зубчанинов В.Г. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высшая школа, 1990. 367с.

61. Зубчанинов В.Г. Проблемы теории пластичности // Проблемы механики: сборник статей к 90-летию со дня рождения А.Ю. Ишлинского. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. С. 394–405.

62. Зубчанинов В.Г. Постулат локальной размерности образа процесса и определяющие соотношения в теории пластичности // Прикладная механика. 1998. Т. 34. № 5. С. 86–97.

63. Зубчанинов В.Г. Постулат физической определенности // Устойчивость и пластичность в механике деформируемого твердого тела: материалы III Симпозиума, Тверь, 3–5 сентября 1992 г. Тверь: ТПИ, 1993. С. 4–21.

64. Зубчанинов В.Г. Проблемы математической теории пластичности // Проблемы механики деформируемых тел и горных пород: сборник статей / под ред. А.Ю. Ишлинского. М.: МГТУ, 2001. С. 219–240.

65. Зубчанинов В.Г. Проблемы математической теории пластичности // Проблемы прочности. 2000. № 1. С. 22–41.

66. Зубчанинов В.Г. Процессы и состояния полного и неполного пластического деформирования материалов при сложном нагружении // Известия Тульского государственного университета. Серия: Математика, механика, информатика. 2004. Т. 10. Вып. 3. С. 82–97.

67. Зубчанинов В.Г. Сложное нагружение при чистом формоизменении // Проблемы механики неупругих деформаций: сборник статей. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. С. 142–149.

68. Зубчанинов В.Г. К вопросу об определяющих законах связи общей математической теории пластичности // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 2020. № 2 (206). С. 48–52.

69. Зубчанинов В.Г. Об основных гипотезах общей математической теории пластичности и пределах их применимости // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2020. № 6. С. 73–81.

70. Зубчанинов В.Г. Общая математическая теория пластичности и постулаты макроскопической определенности и изотропии А.А. Ильюшина // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2018. № 5. С. 29–46.

71. Экспериментальное исследование пластических свойств стали на многозвенных пространственных траекториях / В.Г. Зубчанинов, А.В. Акимов, В. Дабуль, Н.Л. Охлопков // Устойчивость и пластичность в механике деформируемого твердого тела: материалы III Симпозиума, Тверь, 3–5 сентября 1992 г. Тверь: ТвеПИ, 1993. С. 164–177.

72. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультияев В.И. Влияние замены неаналитических траекторий с точками излома гладкими траекториями на сложность процессов деформирования и нагружения материалов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020. № 2. С. 52–63.

73. Зубчанинов В.Г., Гараников В.В. Влияние разгрузки материала на ползучесть сплава 01570 и АМГ6 // Проблемы прочности. 1990. № 9. С. 33–34.

74. Зубчанинов В.Г., Аль-Делами С., Гараников В.В. Экспериментальное исследование процесса сложного нагружения сплава 01570 по траекториям в виде двузвенных ломаных при различных температурах // Проблемы прочности. 1993. № 3. С. 35–39.

75. Автоматизированный комплекс для исследования упруговязкопластических свойств материалов при сложном нагружении: пат. 7202 Рос. Федерация № 97108023/20 / Зубчанинов В.Г., Акимов А.В., Охлопков Н.Л.; заявл. 20.05.1997; опубл. 16.07.1998. 7 с. URL: https://yandex.ru/patents/doc/RU7202U1_19980716 (дата обращения: 18.05.2023).

76. Зубчанинов В.Г. Гультияев В.И. Экспериментальное исследование искусственного старения материала // Современные проблемы прочности пластичности и устойчивости: материалы V Международного научного симпозиума, посвященного 70-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники России профессора В.Г. Зубчанинова, Тверь, 14–16 декабря 2000 г. Тверь: ТГТУ, 2001. С. 61–62.

77. Процессы сложного нагружения конструкционной стали по пятизвенной кусочно-ломаной траектории деформирования / В.Г. Зубчанинов, А.А. Алексеев, В.И. Гультияев, Е.Г. Алексеева // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2019. № 61. С. 32–44.

78. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультияев В.И. Моделирование процессов упругопластического деформирования материалов по многозвенным кусочно-ломаным прямолинейным траекториям // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2017. № 3. С. 203–215.

79. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Алексеева Е.Г. Проверка постулата изотропии и численное моделирование процессов деформирования материалов на сложных гладких траекториях // Физика и механика материалов. 2016. Т. 29. № 2. С. 150–157.

80. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультияев В.И. Испытание стали 45 при упругопластическом деформировании по сложным траекториям постоянной и переменной кривизны // Деформация и разрушение материалов. 2016. № 9. С. 14–19.

81. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультияев В.И. Моделирование процессов сложного упругопластического деформирования материалов по плоским криволинейным траекториям // Проблемы прочности и пластичности. 2015. Т. 77. № 2. С. 113–123.

82. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Алексеева Е.Г. Математическое моделирование процессов пластического деформирования материалов по сложным плоским траекториям // Физика и механика материалов. 2015. Т. 24. № 2. С. 107–118.

83. Зубчанинов В.Г., Алексеева Е.Г. Свойство запаздывания векторных свойств материалов для гладких траекторий при сложном нагружении // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2014. № 2 (20). С. 21–28.

84. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л. О деформировании конструкционных сталей по замкнутым траекториям непропорционального нагружения // Математическое моделирование систем и процессов. 1998. № 6. С. 30–37.

85. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л. О некоторых особенностях упрочнения конструкционных сталей при деформировании по замкнутым криволинейным траекториям // Проблемы прочности. 1996. № 5. С. 17–22.

86. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л. Пластическое деформирование стали по замкнутым криволинейным траекториям // Проблемы прочности. 1996. № 4. С. 19–25.

87. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л. Упрочнение конструкционных материалов при сложном деформировании по замкнутым плоским траекториям // Проблемы прочности. 1997. № 3. С. 19–29.

88. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л. Экспериментальное исследование закономерностей пластического деформирования металлов по плоским криволинейным траекториям // Прикладная механика. 1997. Т. 33. № 7. С. 19–29.

89. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараников В.В. О деформировании металлов по плоским криволинейным траекториям переменной кривизны. Сообщение 1. Векторные и скалярные свойства // Проблемы прочности. 1999. № 4. С. 5–11.

90. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараников В.В. О деформировании металлов по плоским криволинейным траекториям переменной кривизны. Сообщение 2. Функции процесса // Проблемы прочности. 1999. № 4. С. 12–18.

91. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараников В.В. Проверка физической достоверности гипотезы компланарности на многозвенных ломаных траекториях в пространстве напряжений // Современные проблемы прочности, пластичности и устойчивости: материалы V Международного научного симпозиума, посвященного 70-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники России профессора В.Г. Зубчанинова, Тверь, 14–16 декабря 2000 г. Тверь: ТГТУ, 2001. С. 55–61.

92. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараников В.В. Сложное деформирование металлов по плоской криволинейной траектории вида архимедовой спирали // Устойчивость, пластичность и ползучесть при сложном нагружении: сборник научных трудов. Тверь: ТГТУ, 2000. С. 78–84.

93. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараников В.В. Сложное деформирование металлов по плоской криволинейной траектории в виде астроида // Прикладная механика. 2000. Т. 36. № 7. С. 130–136.

94. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараников В.В. Сложное деформирование металлов по плоским криволинейным траекториям переменной кривизны // Устойчивость и пластичность в механике деформируемого твердого тела: материалы IV Международного научного симпозиума (Тверь, 16–19 июня 1998 г.). Тверь: ТГТУ, 1998. С. 77–87.

95. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараников В.В. Экспериментальная пластичность: в 2 кн. Тверь: ТГТУ, 2003. Кн. 1. Процессы сложного деформирования. 170 с.

96. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараников В.В. Экспериментальная пластичность: в 2 кн. Тверь: ТГТУ, 2004. Кн. 2. Процессы сложного нагружения. 184 с.

97. Зубчанинов В.Г. Механика процессов пластических сред. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 352 с.

98. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараников В.В. Экспериментальное обоснование определяющих соотношений теории процессов для пространственных траекторий нагружения // Современные проблемы механики и прикладной математики: сборник трудов международной школы-семинара / редкол.: А.Д. Чернышов (отв. ред.), А.И. Шашкин, Н.А. Каплиева. Воронеж: ВГУ, 2005. С. 127–132.

99. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Дабуль В. Проверка физической достоверности частных теорий пластичности на многозвенных траекториях деформаций // Устойчивость и пластичность при сложном нагружении: межвузовский сборник научных трудов / отв. ред. В.Г. Зубчанинов. Тверь: ТГТУ, 1994. С. 112–122.

100. Некоторые результаты экспериментальных исследований сложного деформирования трубчатых образцов из стали 45 по многозвенным пространственным траекториям / В.Г. Зубчанинов, Н.Л. Охлопков, А.В. Акимов, В. Дабуль // Устойчивость и пластичность при сложном нагружении: межвузовский сборник научных трудов / отв. ред.: В.Г. Зубчанинов. Тверь: ТГТУ, 1994. С. 60–85.

101. Экспериментальное исследования процессов сложного активного и пассивного деформирования металлов по траекториям вида архимедовых спиралей / В.Г. Зубчанинов, Н.Л. Охлопков, А.В. Акимов, В.В. Гараников // Устойчивость, пластичность, ползучесть при сложном нагружении: сборник научных трудов. Тверь: ТГТУ, 1998. С. 103–114 .

102. Зубчанинов В.Г., Ильюшин А.А. Пластичность и устойчивость // Механика деформируемого твердого тела. Тула: ТПИ, 1983. С. 8–20.

103. Жуков А.М. Некоторые особенности поведения материалов при упругопластическом деформировании // Вопросы теории пластичности: сборник статей / отв. ред.: А.А. Ильюшин. М.: Академия наук СССР, 1961. С. 30–57.

104. Жуков А.М. Сложное нагружение в теории пластичности изотропных материалов // Известия Академии наук СССР. ОТН. 1955. № 8. С. 81–92.

105. Ивлев Д.Д. О постулате изотропии в теории пластичности // Известия Академии наук СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1960. № 2. С. 125–127.

106. Ивлев Д.Д. О работе В.С. Ленского «Некоторые новые данные о пластичности металлов при сложном нагружении» // Известия Академии наук СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1960. № 6. С. 179–181.

107. Ивлев Д.Д. Теория идеальной пластичности. М.: Наука, 1966. 232 с.

108. Ивлев Д.Д. Механика пластических сред: в 2 т. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. Т. 1. Теория идеальной пластичности. 448 с.

109. Ильюшин А.А. Вопросы общей теории пластичности // ПММ. 1960. Т. 24. Вып. 3. С. 399–411.

110. Ильюшин А.А. Деформация вязкопластического тела // Ученые записки Московского университета. 1940. Вып. 39. С. 3–81.

111. Ильюшин А.А. Еще о постулате изотропии // Известия Академии наук СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1962. № 1. С. 201–204.

112. Ильюшин А.А. К вопросу о вязкопластическом течении материала // Ильюшин А.А. Труды: в 2 т. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. Т. 1. 1935–1945. С. 115–131.

113. Ильюшин А.А. К теории малых упругопластических деформаций // ПММ, 1946. Т.10. Вып. 3. С. 347–356.

114. Ильюшин А.А. Метод СН-ЭВМ в теории пластичности // Проблемы прикладной математики и механики: сборник статей. М.: Наука, 1971. С. 166–178.

115. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: МГУ, 1971. 247 с.

116. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. Изд. 3-е, перераб. и доп. М.: МГУ, 1990. 310 с.

117. Ильюшин А.А., Ленский В.С. Научные основы прочности и пластичности твердых тел // Вестник Академии наук СССР. 1958. № 6. С. 49–55.

118. Ильюшин А.А. Некоторые вопросы теории пластических деформаций // ПММ. 1943. Т. 7. № 4. С. 245–272.

119. Ильюшин А.А. Об одной модели, поясняющей аппроксимационный метод СН-ЭВМ в теории пластичности // Упругость и неупругость: сборник статей. Вып. 1. М.: МГУ, 1971. С. 52–58.

120. Ильюшин, А.А. Об основах общей математической теории пластичности // Вопросы теории пластичности: сборник статей / отв. ред. А.А. Ильюшин. М.: Академия наук СССР, 1961. С. 3–29.

121. Ильюшин А.А. О постулате пластичности // ПММ. 1961. Т. 25. Вып 3. С. 503–507.

122. Ильюшин А.А. О приращении пластической деформации и поверхности текучести // ПММ. 1960. Т. 24. Вып. 4. С. 663–666.

123. Ильюшин А.А. О связи между напряжениями и деформациями в механике сплошной среды // ПММ. 1954. Т. 18. Вып. 6. С. 641–666.

124. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Академия наук СССР, 1963. 271 с.

125. Ильюшин А.А. Пластичность. Часть первая. Упругопластические деформации. М. – Л.: Гостехиздат, 1948. 376 с.

126. Ильюшин А.А. Связь между теорией Сен-Венана – Леви – Мизеса и теорией малых упругопластических деформаций // ПММ. 1945. Т. 9. Вып. 3. С. 207–218.

127. Ильюшин А.А. Теория упругопластических деформаций и ее приложение // Известия Академии наук СССР. ОТН. 1948. № 6. С. 769–788.
128. Ильюшин А.А. Теория пластичности при простом нагружении тел, материал которых обладает упрочнением // ПММ. 1947. Т. 11. Вып. 2. С. 293–296.
129. Ильюшин А.А. Труды: в 2 т. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. Т. 1. 1935–1945. 350 с.
130. Ильюшин А.А. Труды: в 2 т. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. Т. 2. 1946–1966. 479 с.
131. Ильюшин А.А., Ленский В.С. О соотношениях и методах современной теории пластичности // Успехи механики деформируемых сред: сборник статей. М.: Наука, 1975. С. 240–255.
132. Ишлинский А.Ю. Общая теория пластичности с линейным упрочнением // Украинский математический журнал. 1954. Т. 6. № 3. С. 304–325.
133. Ишлинский А.Ю. Прикладные задачи механики: в 2 кн. М.: Наука, 1986. Кн. 1. Механика вязкопластических и не вполне упругих тел. 359 с.
134. Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 701 с.
135. Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В. Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения // ПММ. 1958. Т. 22. № 1. С. 78–89.
136. Ключников В.Д. Математическая теория пластичности. М.: МГУ, 1979. 207 с.
137. Койтер В. Общие теоремы теории упругопластических сред. М.: Издательство иностранной литературы, 1961. 78 с.
138. Коровин И.М. Некоторые вопросы пластичности металлов при нагружении по траекториям с точкой излома // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1969. № 3. С. 152–158.
139. Коровин И.М. Экспериментальное исследование зависимости напряжение-деформация при сложном нагружении по траектории с одной точкой излома // Инженерный журнал. 1964. Т. 4. Вып. 3. С. 592–600.
140. Кравчук А.С. О методе последовательных приближений в теории пластичности при сложном нагружении // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1970. № 4. С. 188–191.
141. Кравчук А.С. О теории пластичности для траекторий деформирования средней кривизны. М.: МГУ, 1971. Вып. 2. С. 91–100.
142. Климов Д.М., Петров А.Г., Георгиевский Д.В. Вязкопластические течения. М.: Наука. 2005. 395 с.

143. Ленский В.С. Гипотеза локальной определенности в теории пластичности // Известия Академии наук СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1962. № 5. С. 154–158.

144. Ленский В.С. Некоторые новые данные о пластичности металлов при сложном нагружении // Известия Академии наук СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1960. № 5. С. 93–100.

145. Ленский В.С. Современные вопросы и задачи пластичности в теоретическом и прикладном аспектах // Упругость и неупругость: сборник статей. Вып. 5. М.: МГУ, 1978. С. 65–93.

146. Ленский В.С. Упрощенные варианты теории пластичности // Прикладная механика. 1969. Т. 5. Вып. 3. С. 18–22.

147. Ленский В.С. Экспериментальная проверка законов изотропии и запаздывания при сложном нагружении // Известия Академии наук СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1958. № 11. С. 15–24.

148. Ленский В.С. Экспериментальная проверка основных постулатов общей теории упругопластических деформаций // Вопросы теории пластичности: сборник статей / отв. ред. А.А. Ильюшин. М.: Академия наук СССР, 1961. С. 58–82.

149. Ленский В.С., Ленский Э.В. Трехчленные соотношения общей теории пластичности // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1985. № 4. С. 111–115.

150. Ленский В.С., Машков И.Д. Проверка законов пластичности в трехмерном пространстве девиатора деформаций // Упругость и неупругость: сборник статей. Вып. 2. М.: МГУ, 1971. С. 158–167.

151. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Структурно-аналитическая теория прочности. СПб.: Наука, 1993. 471 с.

152. Малый В.И. О подобии векторных свойств материалов в упругопластических процессах // Прикладная механика. 1978. Т. 14. № 3. С. 19–27.

153. Малый В.И. О разложении функционала напряжений по малому параметру // Вестник Московского университета. Математика и механика. 1967. № 2. С. 73–80.

154. Маркин А.А. Об изменении упругопластических свойств при конечном деформировании // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1990. № 2. С. 120–126.

155. Матченко Н.М., Толоконников Л.А. Общая задача теории идеальной пластичности анизотропных материалов // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1973. № 3. С. 72–78.

156. Москвитин В.В. Циклические нагружения элементов конструкций. М.: Наука, 1981. 344 с.

157. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. М.: Издательство иностранной литературы, 1954. 647 с.

158. Новожилов В.В. И еще о постулате изотропии // Известия Академии наук СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1962. № 1. С. 205–208.

159. Новожилов В.В. Об одном направлении в теории пластичности. (Замечания по поводу полемики Д.Д. Ивлева с В.С. Ленским) // Известия Академии наук СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1961. № 2. С. 176–181.

160. Новожилов В.В. О формах связи между напряжениями и деформациями в первоначально изотропных средах (геометрическая сторона вопроса) // Прикладная математика и механика. 1963. Т. 27. Вып. 5. С. 794–812.

161. Некоторые экспериментальные данные об общем законе пластичности Ильюшина / И. Охаши, М. Токуда, И. Курита, Т. Сузуки. // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1981. № 6. С. 53–64.

162. Теория пластичности: сборник статей / пер. с англ., фр. и нем. Л.А. Телешевой и Ю.А. Цвибак; под ред. Ю.Н. Работнова. М.: Гос. изд.-во иностр. лит., 1948. 452 с.

163. Победря Б.Е. К теории упругопластических процессов первоначально анизотропных сред // Проблемы механики деформируемого твердого тела. Калинин: КГУ, 1986. С. 16–24.

164. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации. Теория, алгоритмы, приложения. М.: Наука, 1986. 232 с.

165. Прагер В., Ходж Ф. Теория идеально-пластических тел / пер. с англ. Н.А. Талицких. М.: Издательство иностранной литературы, 1956. 398 с.

166. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1960. 243 с.

167. Соколовский В.В. Теория пластичности. М.– Л.: Гостехиздат, 1950. 396 с.

168. Тетерс Г.А. О сложном нагружении материала при выпучивании оболочек в пластической области // Известия Академии наук Латвийской ССР. 1963. № 5. С. 44–50.

169. Толоконников Л.А. Механика деформируемого твердого тела. М.: Высшая школа, 1990. 318 с.

170. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: Гостехиздат, 1956. 407 с.

171. Христианович С.А. Деформация упрочняющегося пластического материала // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1974. № 2. С. 148–174.

172. Христианович С.А., Шемякин Е.И. К теории идеальной пластичности // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1967. № 4. С. 86–97.

173. Христианович С.А., Шемякин Е.И. О плоской деформации пластического материала при сложном нагружении // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1969. № 5. С. 138–149.

174. Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Терехов Р.Г. Термовязкопластические процессы сложного деформирования элементов конструкций. Киев: Наукова думка, 1992. 326 с.

175. Шевченко Ю.Н., Терехов Р.Г. Физические уравнения термовязкопластичности. Киев: Наукова думка, 1982. 240 с.

176. Шемякин Е.И. Вопросы прочности твердых тел и горных пород // Проблема механики деформируемых твердых тел и горных пород: сборник статей / редкол.: Д.Д. Ивлев [и др.]. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. С. 26–45.

177. Шемякин Е.И. Синтетическая теории прочности // Физическая мезомеханика. 1999. Т. 2. № 6. С. 63–69.

178. De Saint-Venant B. Sur l'établissement des equations des mouvements interieurs operes dans les corps solides ductiles au dela des limites ou l'elasticite pourrait les ramener a leur premier etat // Comptes Rendus de l'Ac des Sciences. 1870. V. 70. P. 473–480.

179. Bondar V.S., Danshin V.V., Gulyaev V.I. Mathematical simulation of ratcheting under asymmetric cyclic loading // Assessment of Reliability of Materials and Structures: Problems and Solutions. International Conference RELMAS'2008. St. Petersburg, Russia, June 17-20, 2008. V. 1.

180. Gulyaev V.I., Zubchaninov D.V. Experimental research of steel complex loading process // Advanced Methods in Validation and Identification of Nonlinear Constitutive Equations in Solid Mechanics: Euromech Colloquium 458. European Mechanics Society. M.: Lomonosov Moscow State University Press, 2004.

181. Prager W. Recent developments in the mathematical theory of plasticity // J. Appl. Phys. 1949. V. 20. P. 235.

182. Программа для ЭВМ СПЕКТР МЕТ: а. с. № 2005610650 Рос. Федерация / Филинов М.В., Быков В.В., Краев А.В., Фурсов А.С. URL: <https://istina.fnkcr.ru/certificates/1722123/> (дата обращения: 22.05.2023).

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ И ЕЕ СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ	5
1.1. Теория пластичности в первой половине XX в.	5
1.2. Теория процессов упругопластического деформирования материалов	10
2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ЗАКОНЫ ТЕОРИИ ПРОЦЕССОВ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ.	14
3. АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ИСПЫТАТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС СН-ЭВМ, СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЯ, ОБРАЗЦЫ, МАТЕРИАЛЫ	20
3.1. Общая часть	20
3.2. Описание экспериментального испытательного комплекса СН-ЭВМ	22
3.3. Механическая установка комплекса СН-ЭВМ	23
3.4. Захватные приспособления и датчики измерения деформаций и усилий	26
3.5. Образцы для испытания	28
3.6. Функционирование комплекса под управлением ЭВМ	33
3.7. Химический анализ образцов	35
3.8. Структурные изменения стали в процессе деформирования и деформационной анизотропии	36
4. АППРОКСИМАЦИЯ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ДЕФОРМИРОВАНИЯ В БАЗОВЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ	39
4.1. Виды программ базовых испытаний	39
4.2. Аппроксимация базовых диаграмм деформирования и прослеживания процессов для траекторий простого нагружения и средней кривизны	40
4.3. Методика определения параметров аппроксимаций	43
4.4. Типы траекторий деформирования	44

4.5. Определение углов сближения, соприкасания и депланации в естественном репере Френе	46
5. БАЗОВЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ТЕОРИИ ПРОЦЕССОВ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ	48
5.1. Диаграммы деформирования материалов по типу центрального веера с простыми разгрузками и догрузками	48
5.2. Знакопеременное нагружение-разгружение и эффект Баушингера	51
5.3. Испытания типа смещенного веера двухзвенных траекторий	52
5.4. Испытания по многозвенным плоским траекториям для исследования процессов сложного разгружения.	67
5.5. Испытания по исследованию влияния кривизны траекторий	74
5.6. Испытания материалов по траектории типа «плоский винт»	80
5.7. Испытания типа смещенного веера концентрических окружностей	90
5.8. Экспериментальное исследование процессов сложного полного разгружения материалов на многозвенных плоских ломаных замкнутых траекториях	97
5.9. Проверка постулата изотропии Ильюшина в теории процессов на плоских многозвенных ломаных траекториях деформирования	109
6. ИСПЫТАНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ВИНТОВЫМ ТРАЕКТОРИЯМ	116
6.1. Винтовые траектории постоянной кривизны и кручения	116
6.2. Смещенные винтовые траектории	126
6.3. Скручивающаяся винтовая траектория Архимеда	147
6.4. Раскручивающаяся винтовая траектория Архимеда	152
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	162

**Вадим Иванович Гультяев
Андрей Алексеевич Алексеев**

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ
ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ ЗА ПРЕДЕЛОМ УПРУГОСТИ**

Монография

Редактор Ю.А. Якушева
Корректор С.В. Зорикова

Подписано в печать 20.10.2023

Формат 60x84 1/16

Физ. п. л. 10,25

Тираж 100 экз.

Усл. п. л. 9,53

Заказ № 60

Бумага писчая

Уч.-изд. л. 8,92

С – 60

Редакционно-издательский центр
Тверского государственного технического университета
170026, г. Тверь, наб. А. Никитина, 22