МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тверской государственный технический университет»
(ТвГТУ)

А.В. Ганичева, А.В. Ганичев

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СИТУАЦИЙ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Монография

Тверь 2023

УДК 004.94:378
ББК 22.1:74.48

Рецензенты: профессор кафедры физико-математических дисциплин и информационных технологий ФГБОУ ВО «Тверская государственная сельскохозяйственная академия», доктор технических наук, профессор, академик РАЕН Попов П.Г.; заведующая кафедрой информатики и прикладной математики ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», кандидат технических наук, доцент Фомина Е.Е.

Ганичева А.В., Ганичев А.В. Математическое моделирование психолого-педагогических ситуаций в учебном процессе: монография. Тверь: Тверской государственный технический университет, 2022. 164 с.

Разработаны новые методы и модели описания и исследования интересов и целей участников учебного процесса, типологии личности учащихся и преподавателей. Исследовано математическое моделирование портретов учащихся и преподавателей и их согласование. Созданы инновационные модели коммуникационных процессов в образовательных системах. Рассмотрены вопросы моделирования учебно-воспитательного процесса в высшем учебном заведении.

Предназначена для научных сотрудников, преподавателей, аспирантов, магистров и студентов вузов.

ISBN 978-5-7995-1275-0

ВВЕДЕНИЕ

Одним из возможных инновационных подходов к повышению качества обучения можно назвать анализ и учет психолого-педагогических ситуаций в учебном процессе. Типовым примером такой ситуации являются барьеры в образовательных коммуникациях. На формирование психолого-педагогических ситуаций оказывает влияние множество объективных и субъективных факторов: первые определяются прежде всего системой организации педагогического процесса и психологической обстановкой в учебном учреждении, а основой вторых являются интересы участников образовательного процесса.

Субъективные факторы должны быть согласованы с общей глобальной целью организации. Для управления интересами осуществляется их координация вышестоящими уровнями системы. Иерархия интересов формирует мотивацию поведения и цели участников образовательного процесса.

Выстраивание психолого-педагогических ситуаций зависит от свойств личности учащихся и преподавателей (типологии личности). В связи с этим для управления психолого-педагогическими ситуациями необходимо распознавать типы личностей субъектов (индивидуумов), а также их групп. Типы личностей во многом связаны с отношением индивидуумов к риску и ожидаемой полезности ситуации. Обобщенной характеристикой свойств личности является психолого-педагогический портрет, особенности которого должны учитываться в образовательном процессе, имеющем сложный волнообразный вид. Следует осуществлять управление рисками образовательного процесса.

Исследование психолого-педагогических ситуаций нужно в первую очередь для формирования и применения индивидуальных образовательных траекторий обучаемых (траекторий получения и усвоения знаний), а также при дифференцированно-групповой форме обучения. В этом случае важным является применение в учебном процессе прикладных задач, формирующих интерес к изучаемому материалу. Особую актуальность эта проблема приобретает в связи с внедрением в образовательный процесс цифровых технологий.

Изучение психолого-педагогических ситуаций позволяет оценить качественные показатели специалиста в любой сфере деятельности и по результатам наблюдений провести анализ их стабильности.

Психолого-педагогические ситуации связаны не только с учебным, но и с воспитательным процессом, в котором также учитываются типологии личности. В каждый учебный предмет можно включить «воспитательный вектор», рассматриваемый, например, в течение семестра. Вектор формируется на основе информации об отечественных ученых, изобретателях и т. д.; упоминания о возможном использовании данного материала на благо общества и т. п.; исторической справки как основы формирования данного направления и т. п.

Для анализа и управления психолого-педагогическими ситуациями перспективным является применение математического моделирования. В этом случае возможна организация междисциплинарного подхода, доступность, понятность, наглядность и количественная определенность полученных результатов. Математическое моделирование повышает степень объективности оценки психолого-педагогических ситуаций, дает возможность внедрять в данный процесс информационные технологии, в том числе для решения оптимизационных задач. Кроме того, математизация данной проблемы дает основу для алгоритмизации и автоматизации решаемых задач.

Следует отметить, что ни один из разработанных математических методов решения проблемы психолого-педагогических ситуаций в отдельности не позволяет охватить все задачи и стороны процесса ввиду его сложности и многогранности. Только совокупность математических методов и моделей, объединенных на основе системного подхода, позволит получить практические результаты, синергетический эффект. В связи с этим в монографии были использованы методы математического анализа, высшей алгебры, теории вероятностей и математической статистики, распознавания образов, теории игр и принятия решений, моделирования рисковых ситуаций, теории формальных грамматик и языков и т. д.

Внедрение новых, в частности цифровых, технологий в учебный процесс вызывает необходимость разработки и введения новых методик оценивания успеваемости студентов. Чтобы характеристика успеваемости была разносторонней, оценки должны быть векторными, многокритериальными, с использованием методов теории нечетких множеств для учета неопределенности понятий, формулировок и ситуаций.

Авторы выражают большую признательность рецензентам: Павлу Георгиевичу Попову и Елене Евгеньевне Фоминой.

ГЛАВА 1
МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНТЕРЕСОВ УЧАСТНИКОВ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

§ 1.1. Согласование интересов участников учебного процесса

Проблема согласования интересов отдельных групп общества является одной из самых фундаментальных. В различных публикациях внимание уделяется в первую очередь экономическим интересам. Так, в статье [15] раскрыта сущность категории «экономические интересы», обоснована необходимость учета специфики экономических интересов, характерных для социальных групп общества. Автор формулирует особенности экономических интересов различных слоев в системе многоуровневого общественного воспроизводства; характеризует закономерности формирования мотивации труда и механизмы вознаграждения за труд как основу согласования интересов.

Учебный процесс является сложной и специфической областью согласования интересов. Концепция *управления образовательными системами* была разработана в России Д.А. Новиковым [116, 117], А.И. Орловым [119] и ориентирована на общую теорию управления и модели образовательной системы. В настоящее время в рамках общей теории управления создано множество моделей, затрагивающих разные аспекты учебного процесса. Например, в статьях [23, 27, 38, 40, 52, 66–68] рассмотрены вопросы оценивания результатов обучения, а в статьях [33, 43, 53, 152] представлены модели компетенций.

Модели согласования интересов в учебном процессе преимущественно ограничены методами теории игр [82], поэтому предлагаемый в параграфе метод на основе многоуровневых иерархических систем является актуальным, новым и важным.

Цель параграфа заключается в разработке метода и модели согласования интересов участников учебного процесса на основе теории многоуровневых иерархических систем. Дано доказательство постулата совместимости и координируемости интересов в учебном процессе на основе свойства монотонности целевых функций. Полученные результаты могут быть использованы не только в учебном процессе, но и при исследовании других социально-экономических явлений.

1.1.1. Интересы в учебном процессе и задача их согласования

В учебном процессе как у отдельных участников, так и у групп есть собственные интересы (цели), в определенной степени связанные с интересами государства как представителя интересов общества в целом. Другими словами, существует некоторая многоуровневая иерархия интересов. В этой связи особое значение приобретает нахождение и развитие наиболее оптимального сочетания интересов на всех уровнях.

Интересы представляют собой очень объемное понятие: «под интересом в образовательных системах понимается коренная, глубинная причина действий субъектов, побуждающая их к участию в образовательном процессе для удовлетворения своих потребностей» [18, с. 23]. Они объективно существуют и порождаются социально-экономическими условиями жизни общества, но проявляются только через сознание человека, которое выступает моделирующим и преобразующим звеном объективно возникающих интересов. Кроме того, самосознание создает некоторые формы интересов: моральные, нравственно-эстетические, идеологические, интеллектуальные и др. Очень важно выделить объективную и субъективную стороны и рассматривать интерес как их единство.

Под объективными условиями (факторами общественного развития) понимаются те, что существуют независимо от людей: природные условия, производство, собственность, общественно-производственные отношения, потребности, обусловленные производством и жизнедеятельностью людей. К субъективным относится деятельность личностей с их способностью к труду, сознанием, волей, эмоциями и т. д. Между объективными и субъективными факторами развития общества существуют прямая и обратная связи. Интересы выступают одним из связующих звеньев между этими факторами.

Формы интересов так же многообразны, как и вся деятельность человека. Любой вид деятельности личности в той или иной степени связан с определенным интересом. Большое значение имеет классификация интересов по их общественно-социальному характеру на государственные, корпоративные и личные. В свою очередь, каждый из этих видов представляет совокупность материальных, моральных, идеологических, политических и других интересов.

В ходе учебного процесса возникает система, включающая в себя интересы руководства вуза, преподавательского коллектива кафедр и учащихся, от оптимального сочетания которых зависит результат всего образовательного процесса.

Рассмотрим подход к решению задачи *оптимизации сочетания интересов* для многоуровневой иерархической системы (рис. 1.1).

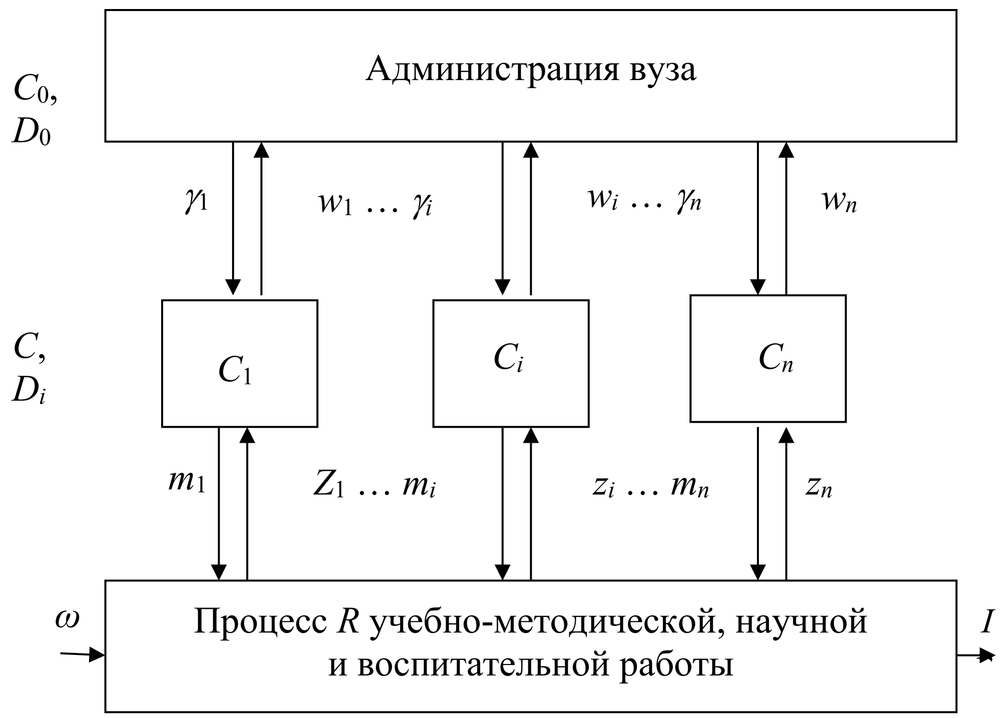


Рис. 1.1

На рис. 1.1 приняты следующие обозначения:

C_0 – система верхнего уровня, т. е. администрация (руководство) вуза;

C – система управления низшего уровня (состоит из n кафедр);

C_i – коллектив отдельной кафедры;

D_0 – глобальная задача C_0, заключается в определении наиболее правильных, приближенных к оптимальным соотношений между кафедрами и решаемыми ими задачами;

D_i – задача C_i, заключается в достижении наилучших показателей в учебно-методической, научной и воспитательной работе;

R – процесс обучения, включающий в себя учащихся с их индивидуальными интересами.

Системы C_0, C, C_i и процесс R связаны между собой различного рода сигналами: γ_i, w_i, z_i и r_i ($i = \overline{1, n}$), ω, y, сущность которых определяется конкретным содержанием задачи. Например:

G – множество координирующих сигналов; γ_i – координирующий сигнал, $\gamma_i \quad G, \gamma_i$ – некоторое подмножество множества указаний (директив), которое непосредственно связано с интересами преподавательских коллективов кафедр; $\overline{\gamma} = \{\gamma_1, ..., \gamma_n\}$;

W_i – множество информационных сигналов обратной связи i-го элемента нижестоящей управляющей системы; w_i – информационный сигнал, $w_i \quad W_i, w_i$ – информация со стороны кафедр о выполнении того или иного указания, о потребности кафедры в каких-то материальных средствах и т. д.;

Z – множество информационных сигналов, идущих от учебного процесса на i-й элемент нижестоящего управляющего уровня; z_i – информационный сигнал, $z_i \quad Z$. В нашем случае z_i может представлять, например, информацию о фактических результатах выполнения управляющих воздействий;

M_i – множество сигналов управления со стороны i-го элемента нижестоящего уровня, влияющих непосредственно на сам учебный процесс R; m_i – сигнал управления, $m_i \quad M_i$; m_i, как и другие сигналы, может иметь самое различное содержание. По сути, m_i – это некоторые показатели, связанные с интересами данного вуза и влияющие на процесс R и, следовательно, на интересы отдельных обучаемых (например, m_i могут представлять оценочные средства, стимулирующие интересы учащихся);

ω – внешнее воздействие, в рассматриваемой системе определяется следующим образом: ω = студенты + программа обучения + научно-методический потенциал преподавательского коллектива;

Y – множество выходов учебного процесса R; y – выход процесса R и $y \quad Y$. Для нашей задачи, например, y – количество подготовленных специалистов.

Процесс R можно представить в виде отображения

$$R : M \quad \Omega \to Y .$$

Глобальная задача D, решаемая всей системой в целом, имеет общественный интерес и заключается в выпуске подготовленных специалистов.

Таким образом, построена двухуровневая иерархическая система, глобальная задача которой представляет собой общественный интерес, задачи, решаемые элементами нижнего уровня, – интересы коллективов кафедр, наконец, сам процесс включает в себя интересы отдельных обучаемых.

Мы рассмотрели общие положения построения схемы математической модели и ввели основные ее элементы. Далее перейдем к изучению метода построения модели интересов, в основе которого лежит применение некоторых положений теории иерархических многоуровневых систем.

1.1.2. Модель интересов в учебном процессе

Пусть D_0 – задача, решаемая системой C_0. Узел (элемент) C_i решает задачу $D_i(\gamma_i)$, которую конкретизирует координирующий сигнал $\gamma_i \quad G$.

Обозначим совокупность таких задач как $\overline{D}\left(\overline{\gamma}\right)$ = $\{D_1(\gamma_1)$, …, $D_i(\gamma_i)$, …, $D_n(\gamma_n)\}$.

В теории многоуровневых иерархических систем утверждается, что «задачи, решаемые нижестоящими элементами, *координируемы* по отношению к вышестоящей задаче, т. е. задаче, решаемой вышестоящим решающим элементом, тогда и только тогда, когда справедливо следующее предложение» [111, с. 120]:

$$\left(\exists\bar{\gamma}\right)\left(\exists\bar{x}\right)\ P\left(\bar{x},\bar{D}(\bar{\gamma})\right)\quad P\left(\bar{\gamma},D_0\right)\ , \tag{1.1}$$

где $P\left(\bar{x},\bar{D}(\bar{\gamma})\right)$ – предикат, означающий, что $\bar{x}=\left\{x_1,...,x_n\right\}$ есть решение задачи $\bar{D}$, x_i ($i=\overline{1,n}$) – соответствующее решение задачи D_i; $\exists$ – квантор существования.

Другими словами, координируемость относительно задачи, решаемой вышестоящим элементом, означает, что эта задача должна иметь решение. Множество $\bar{D}\left(\bar{\gamma}\right)$ задач, решаемых нижестоящими элементами, также должно иметь решение для определенного управляющего сигнала $\bar{\gamma}$ (см. рис. 1.1).

Взаимосвязь решения задачи D_0 и решений задач $D_i(\gamma_i)$ на нижестоящем уровне выражается формально отношением эквивалентности

$$P\left(\bar{\gamma},D_0\right)\leftrightarrow\left(\exists\bar{x}\right)\ Q_0\left(\bar{\gamma},\bar{x}\right)\ . \tag{1.2}$$

В правой части выражения (1.2) заданный предикат $Q_0\left(\bar{\gamma},\bar{x}\right)$ определен для всех пар (γ_i, x_i) из $G \times X$, а $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_i \times \ldots \times X_n$, где X_i – множество решений системы C_i.

Отношение (1.2) означает, что координирующий сигнал $\bar{\gamma}$ решает задачу D_0 тогда и только тогда, когда на выходе элементов нижнего уровня существует соответствующее решение $\bar{x}$, при этом условие, выраженное предикатом $Q_0\left(\bar{\gamma},\bar{x}\right)$, удовлетворяется. Следовательно, задача D_0 заключается в нахождении такого сигнала $\bar{\gamma}\quad G$, что предикат $Q_0\left(\bar{\gamma},\bar{x}\right)$ выполняется для указанных решений x_i($i=\overline{1,n}$).

После несложных преобразований выражений (1.1) и (1.2) получим предложение

$$\left(\exists\bar{\gamma}\right)\left(\exists\bar{x}\right)\ P\left(\bar{x},\bar{D}\left(\bar{\gamma}\right)\right)\quad Q_0\left(\bar{\gamma},\bar{x}\right)\ , \tag{1.3}$$

которое выражает принцип координируемости по отношению к задаче D_0, решаемой на вышестоящем уровне. Условие (1.3) есть не что иное, как такое управляющее воздействие со стороны элементов вышестоящего уровня на элементы нижестоящего уровня, которое заставляет последних действовать согласованно. Координацию необходимо осуществлять для того, чтобы вся система достигала поставленной глобальной цели (задачи). «Координация – это сфера деятельности или задача вышестоящей системы, в ходе которой она пытается добиться, чтобы нижестоящие системы управления функционировали согласованно. Успех вышестоящей управляющей системы в осуществлении координации оценивается по отношению к общей глобальной цели, поставленной перед всей (в нашем случае двухуровневой) системой» [111, с. 118].

Необходимость координации обусловлена тем, что нижестоящие элементы поступают определенным образом, исходя из собственных целей, поэтому между ними могут возникать противоречия, приводящие к недостижению глобальной цели. Координатор C_0 предназначен для устранения подобных конфликтов, чтобы добиться согласованности действий всех элементов системы. В нашей задаче указанная координированность означает, что координатор C_0 (вышестоящая система) должен найти такой координирующий сигнал $\bar{\gamma}$, который в то же время являлся бы решением вышестоящей задачи, чтобы задачи $D_i(\bar{\gamma})$, решаемые элементами нижестоящего уровня и зависящие от $\bar{\gamma}$, имели бы решение $\bar{x}$.

Чтобы полностью формализовать понятие координации, необходимо ввести определение координируемости по отношению к глобальной задаче.

Глобально решаемая задача задается, как правило, для всего процесса. Множество ее решений можно считать множеством возможных управлений M ($M = M_1 \times \ldots \times M_n$). Управляющие сигналы m_i имеют цель, соответствующую изменению всего процесса R. Они исходят только от нижестоящих элементов, поэтому могут быть представлены отображением

$$\pi_M : X \to M. \tag{1.4}$$

По определению координации задачи, стоящие перед нижестоящими элементами, координируемы относительно заданной глобальной задачи D при справедливости предиката

$$(\exists\bar{\gamma})(\exists\bar{x}\quad P(\bar{x},\bar{D}(\bar{\gamma}))\quad P(\pi_M(\bar{x}),D)\ . \tag{1.5}$$

Координируемость относительно заданной глобальной задачи означает, что вышестоящая управляющая система C_0 действительно может влиять на нижестоящие элементы C_i так, чтобы их результирующее воздействие на процесс R в целом обеспечивало решение глобальной задачи.

Для нормального функционирования рассматриваемой двухуровневой системы необходимо, чтобы цели (задачи) всех ее уровней были согласованы между собой. Это относится в первую очередь к глобальной цели и целям элементов различных уровней. Указанная согласованность достигается при выполнении предложения

$$(\forall\bar{\gamma})(\forall\bar{x})\Big\{\; P(\bar{x},\bar{D}(\bar{\gamma})) \quad Q_0(\bar{\gamma},\bar{x}) \;\rightarrow [P(\bar{x},\bar{D}(\bar{\gamma})) \quad P(\pi_M(\bar{x}),D)]\Big\}, \qquad (1.6)$$

которое называется *постулатом совместимости* для двухуровневой системы. Этот постулат утверждает: «Если решаемые данной двухуровневой системой задачи совместимы, то глобальная цель достигается тогда, когда вышестоящий решающий элемент координирует нижестоящие элементы по отношению к его собственной цели» [111, с. 123].

Введем условие, которое учитывает одновременно координируемость и совместимость: «Двухуровневая система координируема при определенным образом выбранной задаче вышестоящего уровня, если решаемые двухуровневой системой задачи совместимы и задачи нижестоящих решающих элементов координируемы по отношению к задаче вышестоящего элемента» [111, с. 123]. Это выражается предложением

$$(\forall\bar{\gamma})(\forall\bar{x})\Big\{\; P(\bar{x},\bar{D}(\bar{\gamma})) \quad Q_0(\bar{\gamma},\bar{x}) \;\rightarrow P(\pi_M(\bar{x}),D)]\Big\}, \qquad (1.7)$$

которое будем называть *обобщенным постулатам совместимости с учетом координируемости*.

Отметим, что в случае конечности участвующих в записи предикатов (1.1)–(1.6) множеств данные предикаты можно записать при помощи высказываний [118, с. 56–59], которые исследуются на истинность (например, при помощи таблиц истинности).

Заметим, что постулат совместимости может выполняться при различных соотношениях между решениями глобальной задачи, задачи, решаемой вышестоящей управляющей системой, и задач, решаемых элементами нижнего уровня. При наличии совместимости очень важно найти оптимальные решения указанных задач. Перейдем к формулировке задачи оптимизации.

Пусть функция $g : X \rightarrow V$ отображает произвольное множество X в множество V. При этом множество V частично или полностью упорядочено отношением «меньше или равно». Задачу оптимизации можно сформулировать следующим образом: дано подмножество $X^f \quad X$, требуется найти $\hat{x} \quad X^f$ такое, что для $\forall x \quad X^f$ выполняется неравенство

$$g(\hat{x}) \quad g(x)\,. \qquad (1.8)$$

В данной задаче X обозначает множество всех решений, X^f – множество допустимых решений, f – целевую функцию, V – множество платежей.

Пара (g, X^f) определяет задачу оптимизации. Решением задачи (g, X^f) называется элемент $\hat{x} \quad X^f$, удовлетворяющий соотношению (1.8).

Вернемся к проблеме согласования интересов. Имеется три задачи:

1) глобальная задача D, которую можно задать некоторой целевой функцией g_1;

2) вышестоящая задача D_0, которая задается соответственно целевой функцией g_2;

3) векторная нижестоящая задача $\overline{D}$, которая задается целевой функцией $\overline{g}_3$.

Рассмотрим подробнее приведенные функции относительно области их определения и множества значений, а затем перейдем к формулировке принципа оптимизации для каждой из них. Имеем:

$g_1 : S \to M$, здесь S – множество тех параметров, от которых зависит решение задачи g_1, $M\{m_1, \ldots, m_n\}$, $m = g_1(s)$, где $s \quad S$;

$g_2 : W \to G$, здесь $W = W_1 \times W_2 \times \ldots \times W_n$, т. е. $\overline{\gamma} = g_2(\overline{w})$, где $w = \{w_1, \ldots, w_n\}$ и $w_i \quad W_i \ \left(i = 1, \ldots, n\right)$, таким образом, решение вышестоящей задачи зависит от информационных сигналов, поступающих от элементов нижнего уровня;

$\overline{g}_3 = \{g_{31}, g_{32}, \ldots, g_{3n}\}$, $\overline{g}_3 : G \quad X_i \to M_i$, т. е. $m_i = g_{31}(\overline{\gamma}, x_i)$, где X_i – множество решений элемента C_i.

Тогда условие оптимизации для каждой из указанных задач можно записать в виде:

1) найти $\hat{s} : g_1(\hat{s}) \geq g_1(s)$ для всякого $s \quad S$;

2) найти $\hat{w} : g_2(\hat{w}) \geq g_2(\overline{w})$ для всякого $\overline{w} \quad W$;

3) найти $\hat{\gamma}, \hat{x} : \overline{g}_3(\hat{\gamma}, \hat{x}) \geq \overline{g}_3(\overline{\gamma}, \overline{x})$ для всякого $\overline{\gamma} \quad G$ и всякого $\overline{x} \quad X$.

Выполнение постулата совместимости и положительное решение задачи оптимизации зависит от конкретного вида введенных нами целевых функций g_1, g_2, $\overline{g}_3$, в частности от их монотонности. На основе статистических данных можно утверждать, что эти функции монотонны:

g_1 (количество квалифицированных специалистов) монотонно возрастает;

g_2 (эффективность работы кафедр) монотонно возрастает;

$\overline{g}_3$ (квалификация специалистов) монотонно возрастает.

Из теоремы 5.1 [111, с. 150] следует, что в случае монотонности указанных целевых функций при наличии определенных математических ограничений, наложенных на множества определений этих функций и зависящих от конкретной структуры указанных множеств, выполняется обобщенный постулат совместимости с учетом координируемости (1.7).

Таким образом, можно получить математическое обоснование согласованности интересов.

Нахождение оптимальных соотношений между рассмотренными интересами (математическая трактовка чему была дана выше) целиком зависит от конкретного вида указанных функций, что, в свою очередь, является самостоятельной и достаточно сложной задачей исследования. Данная работа ограничивается изложением возможного подхода к методу математического моделирования интересов на разных уровнях (администрация – кафедры – учащиеся) и моделирования соотношения интересов в условиях процесса обучения.

На основании проведенного анализа сущности и взаимосвязи социально-экономических интересов на различных уровнях и методического подхода к их математическому моделированию можно сделать следующие *выводы*:

1. Интересы в значительной степени оказывают влияние на учебный процесс, развиваются во взаимосвязи, являясь решающим условием эффективности образовательной системы.

2. Возникающие противоречия выступают результатом субъективной деятельности отдельных людей, их недостаточного познания сущности, характера и перспектив развития образовательной системы. Разрешаются такие противоречия в результате работы коллективов кафедр и вышестоящих звеньев управления.

3. Предлагаемый подход к достижению оптимальности в сочетании интересов на различных уровнях при помощи математического моделирования дает возможность найти количественные соотношения отдельных элементов, играющих при этом определенную роль. Это позволяет подтверждать теоретические положения методами математического моделирования, основанного на применении некоторых положений теории многоуровневых иерархических систем.

4. Сущность метода заключается в представлении совокупности материальных интересов в виде простейшей двухуровневой системы, в которой верхний уровень отражает интересы администрации, нижний – интересы коллективов кафедр, а интересы обучаемых учитываются в блоке математической модели самого процесса R. Указанные интересы задаются соответствующими целевыми функциями. Применительно к рассмотренной модели доказывается постулат совместимости и координируемости указанных интересов на основе свойства монотонности соответствующих целевых функций.

Приведенная модель позволяет оптимизировать строго или в пределах удовлетворительных решений управляющие воздействия для различных уровней интересов с точки зрения достижения глобальной цели всей системы, которая заключается в подготовке квалифицированных специалистов.

§ 1.2. Согласование интересов при проектном управлении образовательными системами

В современной науке существуют различные подходы к использованию методов проектирования в образовательном процессе. Крайними позициями в этом вопросе являются:

1) полное игнорирование современных теорий проектирования (позиция основана на мнении, что все проблемы образовательного процесса можно и нужно решать исключительно методами традиционной педагогики);

2) осуществление механического переноса форм и методов технического или экономического проектирования в сферу образования.

Наиболее перспективными методами, на наш взгляд, являются системный и комплексный подходы [33, 38, 40, 43, 44, 53].

Проектирование в образовании имеет свою специфику. Образовательная организация является сложной системой, описать цели которой с позиции одного субъекта невозможно. Цели и интересы участников образовательной системы могут не совпадать и даже быть противоположны по некоторым вопросам. В таких организациях доминируют социальные цели. Кроме того, любая организация состоит из множества агентов (в смысле теории интеллектуальных систем): руководителей разного уровня, преподавателей, обучаемых, сотрудников, обслуживающего персонала и т. д. Их представления об образовательном процессе в силу несовпадения интересов, разницы в опыте и квалификации могут отличаться. Деятельность образовательной организации существенно зависит от воздействия и влияния внешней среды: взглядов общества на образование, культуры, традиций, экономической, демографической ситуаций в стране и в мире и т. д. Образовательные организации обычно долго существуют. В большинстве своем они динамично развиваются, способны к адаптации и имеют специфическую организацию управления (например, оперативность реакции, распределение ответственности по уровням иерархического управления, координированное выполнение взаимосвязанных функций с детализацией их на задачи на каждом уровне, наличие обратных связей, демократическое принятие наиболее важных решений). Организация управления в образовательных системах имеет сложную структуру, включающую элементы иерархической, распределенной и сетевой структур.

К деятельности образовательной организации относятся комплексы операций (постоянные и повторяемые) и пакеты (портфели) проектов (временные и уникальные). Проекты направлены на достижение конечных целей, определенных уникальных результатов. Под *проектом* понимается ограниченное во времени целенаправленное изменение отдельной системы с установленными требованиями к качеству результатов, возможными рамками расхода средств и ресурсов и специфической организацией.

Совокупность технологически разнородных проектов образует *портфель проектов*.

Проектирование педагогических образовательных систем состоит из основных задач:

1) формирования портфеля проектов;
2) планирования процесса реализации проектов;
3) распределения ресурсов между проектами (выделения необходимого объема ресурсов для реализации каждого из проектов);
4) определения эффективности проектов;
5) управления портфелем проектов.

Одним из методов управления образовательными системами является *мотивационное управление* (управление предпочтениями и интересами). В его основе лежит компромисс между объективными возможностями и внутренними потребностями субъекта. Под интересом в образовательных системах понимается коренная, глубинная причина действий субъектов, побуждающая их к участию в образовательном процессе для удовлетворения своих потребностей. Интересы представляют собой форму, в которой протекает деятельность по реализации потребностей, и зависят от поставленных субъектами целей и действий, направленных на удовлетворение потребностей.

Один из возможных подходов к согласованию интересов рассмотрен в параграфе 1.1. Под согласованием интересов понимается процесс координирования, сочетания действий субъектов, направленный на формирование такого взаимодействия между участниками образовательной системы, при котором достигается компромисс интересов, выражающий *синергетический эффект системы* [44].

Баланс интересов создается путем их согласования. При этом под компромиссом понимается достижение договоренности с помощью взаимных уступок, которые позволяют оптимизировать результаты взаимодействия участников в рамках всей системы. Компромисс обеспечивает возможности функционирования каждого участника системы при определенных взаимоприемлемых условиях в соответствии с его интересами и целями.

Из теории и практики известно несколько основных способов согласования интересов в процессе управления. Способ согласования зависит от степени реализации интересов, которая, в свою очередь, прямо пропорциональна мере их согласования. Реализация множественных интересов всех субъектов образовательных отношений неотделима от их согласования, так как они, с одной стороны, взаимосвязаны и взаимозависимы, а с другой – разнонаправлены и взаимно противоречивы. Если интересы согласованы, то они могут быть реализованы. Таким образом, реализация и согласование интересов находятся в крепкой взаимной связи.

При реализации мотивационного управления может использоваться система штрафов и поощрений, подавление, принуждение, сотрудничество, уклонение. Если цель одна, но интересы сторон противоположны, то выигрыш одной стороны автоматически означает проигрыш другой. В случае когда целей несколько, исходя из того, что все участники имеют собственные, отличающиеся друг от друга приоритеты (разные степени важности каждой из целей), в результате уступок по одним направлениям и выигрыша по другим каждый взаимодействующий субъект будет чувствовать себя выигравшим.

В статье [18] предложены методы проектного управления образовательными системами. Одной из важнейших задач при формировании портфеля проектов является согласование цели (интереса) всей организации с целями (интересами) отдельных структурных подразделений и сотрудников. При этом руководство не всегда четко может выразить свою глобальную цель, целей может быть несколько и их необходимо объединить в одну, а формирование подцелей связано с интересами групп людей, обладающих разной квалификацией, различным опытом. Согласование интересов является сложной многокритериальной задачей принятия решений. Не всегда преподаватель способен четко сформулировать свои предпочтения. Может существовать несколько несовпадающих мнений относительно того, какой портфель проектов следует считать более эффективным.

§ 1.3. Подход к описанию и анализу целей учебного процесса на основе аппарата формальных грамматик

Проблема целей обучения является одной из наиболее сложных и важных в образовательном процессе. На важность этой проблемы в системах организационного управления указывал академик В.М. Глушков, который считал, что цели очень часто формулируются «слишком неопределенно и недостаточно точно» [77].

Особую актуальность проблема определения и описания целей педагогической системы приобретает при компетентностном подходе к образованию, который предполагает конкретность, достижимость и согласованность целей. Для обеспечения возможности согласования целей необходимо координировать интересы участников учебного процесса [45].

Проблема целей в обучении недостаточно разработана как в теоретическом, так и в практическом плане [113, с. 272]. В настоящее время нет универсального способа их формализации. Часто используется такой метод построения иерархической структуры, как «дерево целей» [75]. Для определения целей применяются методы SMART (Specific, Measurable, Achievable, Relevant, Time Bound), BSC (Balanced Scorecard), TPS (Total Performance Scorecard), WBS (Work Breakdown Structure) [124], среда

Business Studio [122]. Перспективным направлением является интеллектуальная технология автоматизированного формирования целей систем производственной сферы [103, 104], в которой используются семиотические методы, фреймовые и графовые структуры, формальные грамматики.

В данном параграфе предложен метод описания целей учебного процесса с помощью формальных грамматик. В отличие от известных исследований [104], предлагается использовать классические контекстно-свободные грамматики (КС-грамматики), а не вводить специальные [76]. Это позволяет построить более универсальную грамматику, согласующуюся с использованием грамматик для описания других элементов интеллектуальной системы обучения (например, для анализа учебных динамических сцен [71], оценки эффективности обучения [69], описания онтологий в педагогике [20, 47]).

1.3.1. Метод описания и анализа целей учебного процесса

Сущность метода заключается в следующем:

1. Описывается система целей подразделений учебной организации, в которой указываются зависимости одних целей от других с учетом выполняемых задач (графически указывается стрелкой от старшей цели к зависимой).
2. Сформулированная система целей описывается контекстно-свободной грамматикой (КС-грамматикой).
3. Цели подразделений представляют собой вершины «куста» («куст зависимостей» – множество всех узлов дерева, в которые идет путь из данного узла (вершины)).
4. Описание дает возможность формализовать «куст зависимостей» задач подразделений для определения важности и активности каждой решаемой задачи согласно числу ее вхождений в «куст зависимостей».
5. Сегменты «куста» соответствуют совместному выполнению задач.
6. При движении слева направо по конечной цепочке «куста» выполняется анализ связи и зависимости между задачами.
7. «Куст зависимостей» продуцирует систему составляющих (каждая из которых характеризует тесно связанные задачи) и дерево синтаксического подчинения.

1.3.2. Согласование целей структурных подразделений вуза

В образовательной системе можно выделить иерархию целей образования, реализумых в обществе, в учебном заведении или через учебный предмет.

Согласование целей рассмотрим на примере преподавания предмета кафедрами вуза. Глобальной целью будем считать изучение предмета, целью кафедры – формирование компетенций по данному предмету.

В структуре целей преподавания учебного предмета на кафедре можно выделить несколько задач:

1) усвоение знаний;
2) выработка умений;
3) выработка навыков;
4) формирование логического мышления;
5) развитие творческих способностей;
6) формирование способности решать проблемы.

Не нарушая общности, рассмотрим случай трех кафедр, каждая из которых имеет свою цель и шесть реализующих ее задач (рис. 1.2). Будем считать, что цели кафедр независимы.

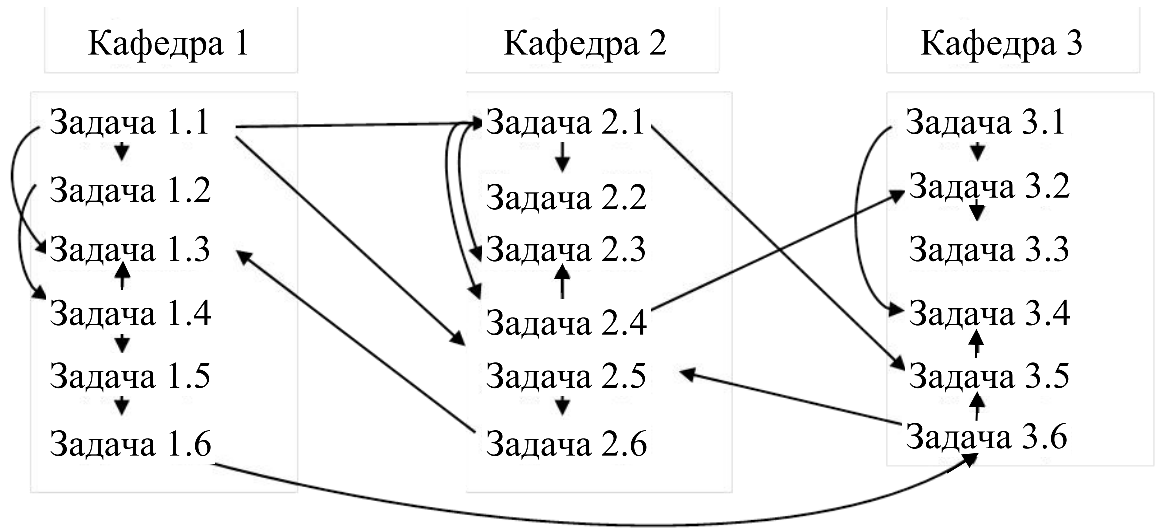


Рис. 1.2

Стрелками указана зависимость одной задачи от другой (стрелка идет к зависимой задаче). Из анализа рис. 1.2 видно, что для кафедры 1 задача 1.1 является независимой, т. е. основной. От этой задачи напрямую зависят задачи 1.2 и 1.3, а опосредованно – задачи 1.4, 1.5 и 1.6. Кроме того, задача 1.1 влияет на решение задач 2.1 и 2.5 кафедры 2. Задача 1.4 зависит от задачи 1.2. Задачи 1.3 и 1.5 зависят от задачи 1.4. Задача 1.6 зависит от задачи 1.5 и оказывает влияние на 3.6. Задача 1.3 зависит не только от задач 1.1 и 1.4 кафедры 1, но и от задачи 2.6 кафедры 2. В то же время задачи 2.2, 2.3 и 2.4 кафедры 2 зависят от задачи 2.1 кафедры 2, задача 3.5 кафедры 3 также зависит от задачи 2.1 кафедры 2. От задачи 2.4 зависит не только 2.3, но и 3.2 кафедры 3. Задача 2.6 зависит от 2.5. Задачи 3.2 и 3.4 зависят от 3.1, 3.3 – от 3.2, а 3.3 – от 3.5. Задача 3.6 оказывает влияние на 3.5 и задачу 2.5 кафедры 2.

Таким образом, имеем «куст зависимостей» задач кафедры 1. Аналогично рассматриваются «кусты зависимостей» кафедр 2 и 3. Для краткости будем говорить «куст зависимостей 1, 2, 3».

Изображенную на рис. 1.2 систему задач можно описать грамматикой

$$\Gamma = \langle I, N, T, R \rangle,$$

где I – начальный символ; N – нетерминальный алфавит, $N = \{\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2, \mathrm{A}_3, \mathrm{A}_{11}, \mathrm{A}_{12}, \mathrm{A}_{14}, \mathrm{A}_{15}, \mathrm{A}_{16}, \mathrm{A}_{21}, \mathrm{A}_{23}, \mathrm{A}_{24}, \mathrm{A}_{25}, \mathrm{A}_{31}, \mathrm{A}_{32}, \mathrm{A}_{33}, \mathrm{A}_{34}, \mathrm{A}_{35}, \mathrm{A}_{36}, 0\}$ (символ «0» служит для указания, что от данной задачи не зависит никакая другая задача); T – терминальный алфавит, $T = \{\langle$Задача 1.1$\rangle$, …, $\langle$Задача 3.6$\rangle\}$, в дальнейшем будем использовать обозначение З_{ij} вместо $\langle$Задача $i.j\rangle$; R – схема правил вида:

1) $I \rightarrow \langle$Глобальная цель$\rangle$;
2) $\langle$Глобальная цель$\rangle \rightarrow \mathrm{A}_1\mathrm{A}_2\mathrm{A}_3$;
3) $\mathrm{A}_1 \rightarrow \text{З}_{11}\mathrm{A}_{11}$;
4) $\mathrm{A}_{11} \rightarrow \text{З}_{12}\mathrm{A}_{12}\text{З}_{13}0\text{З}_{21}\mathrm{A}_{21}\text{З}_{25}\mathrm{A}_{25}$;
5) $\mathrm{A}_{12} \rightarrow \text{З}_{14}\mathrm{A}_{14}$;
6) $\mathrm{A}_{14} \rightarrow \text{З}_{13}0\text{З}_{15}\mathrm{A}_{15}$;
7) $\mathrm{A}_{15} \rightarrow \text{З}_{16}\mathrm{A}_{16}$;
8) $\mathrm{A}_{16} \rightarrow \text{З}_{36}\mathrm{A}_{36}$;
9) $\mathrm{A}_{21} \rightarrow \text{З}_{22}0\text{З}_{23}0\text{З}_{24}\mathrm{A}_{24}\text{З}_{35}\mathrm{A}_{35}$;
10) $\mathrm{A}_{24} \rightarrow \text{З}_{23}\text{З}_{32}\mathrm{A}_{32}$;
11) $\mathrm{A}_{25} \rightarrow \text{З}_{26}\mathrm{A}_{26}$;
12) $\mathrm{A}_{26} \rightarrow \text{З}_{13}0$;
13) $\mathrm{A}_{36} \rightarrow \text{З}_{25}\mathrm{A}_{25}\text{З}_{35}\mathrm{A}_{35}$;
14) $\mathrm{A}_{35} \rightarrow \text{З}_{34}0$;
15) $\mathrm{A}_2 \rightarrow \text{З}_{21}\mathrm{A}_{21}$;
16) $\mathrm{A}_3 \rightarrow \text{З}_{31}\mathrm{A}_{31}$;
17) $\mathrm{A}_{31} \rightarrow \text{З}_{32}\mathrm{A}_{32}\text{З}_{34}$;
18) $\mathrm{A}_{32} \rightarrow \text{З}_{33}0$;
19) $\mathrm{A}_{34} \rightarrow \text{З}_{34}0$.

Данная грамматика является контекстно-свободной.

1.3.3. Вывод цепочки для «куста зависимостей»

Для примера рассмотрим вывод цепочки α → $\langle$«куст зависимостей 1»$\rangle$, $\langle$«куст зависимостей 2»$\rangle$,$\langle$«куст зависимостей 3»$\rangle$.

Имеем:

$$I \rightarrow \langle\text{Глобальная цель}\rangle \rightarrow \mathrm{A}_1\mathrm{A}_2\mathrm{A}_3.$$

Построим вывод для $\langle$«куст зависимостей 1»$\rangle$.

Имеем последовательность

$$A \overset{3}{\Rightarrow} \text{З}_{11}A_{11} \overset{4}{\Rightarrow} \text{З}_{11}\text{З}_{12}A_{12}\text{З}_{13}0\text{З}_{21}A_{21}\text{З}_{25}A_{25} \overset{5,9}{\Rightarrow}$$

$$\overset{5,9}{\Rightarrow} \text{З}_{11}\text{З}_{12}\text{З}_{14}A_{14}\text{З}_{13}0\text{З}_{21}\text{З}_{22}0\text{З}_{23}0\text{З}_{24}A_{24}\text{З}_{35}A_{35}\text{З}_{25}A_{25} \overset{6}{\Rightarrow}$$

$$\overset{6}{\Rightarrow} \text{З}_{11}\text{З}_{12}\text{З}_{14}\text{З}_{13}0\text{З}_{15}A_{15}\text{З}_{13}0\text{З}_{21}\text{З}_{22}0\text{З}_{23}0\text{З}_{24}A_{24}\text{З}_{35}A_{35}\text{З}_{25}A_{25} \xRightarrow{7,10,14,11}$$

$$\xRightarrow{7,10,14,11} \text{З}_{11}\text{З}_{12}\text{З}_{14}\text{З}_{13}0\text{З}_{15}\text{З}_{16}A_{16}\text{З}_{13}0\text{З}_{21}\text{З}_{22}0\text{З}_{23}0\text{З}_{24}\text{З}_{23}\text{З}_{32}A_{32}\text{З}_{35}\text{З}_{34}0\text{З}_{25}\text{З}_{26}A_{26} \xRightarrow{8,12}$$

$$\xRightarrow{8,12} \text{З}_{11}\text{З}_{12}\text{З}_{14}\text{З}_{13}0\text{З}_{15}\text{З}_{16}\text{З}_{36}A_{36}\text{З}_{13}0\text{З}_{21}\text{З}_{22}0\text{З}_{23}\text{З}_{24}\text{З}_{32}A_{32}\text{З}_{35}\text{З}_{34}0\text{З}_{25}\text{З}_{26}A_{26}\text{З}_{13}0 \xRightarrow{13,18}$$

$$\xRightarrow{13,18} З_{11}З_{12}З_{14}З_{13}0З_{15}З_{16}З_{36}З_{25}A_{25}З_{35}A_{35}З_{13}0З_{21}З_{22}0З_{23}З_{24}З_{32}З_{33}З_{35}З_{34}0З_{25}З_{26}З_{13}0 \xRightarrow{11,12,14}$$
$$\xRightarrow{11,12,14} З_{11}З_{12}З_{14}З_{13}0З_{15}З_{16}З_{36}З_{25}З_{26}З_{13}0З_{35}З_{34}0З_{21}З_{22}0З_{23}0З_{24}З_{32}З_{33}З_{35}З_{34}0З_{25}З_{26}З_{13}0 =$$
$$= \alpha.$$

«Куст зависимостей» задач кафедры 1 содержит по три вхождения $З_{13}$, по два вхождения $З_{26}$, $З_{35}$, $З_{25}$, $З_{34}$, по одному вхождению $З_{11}$, $З_{12}$, $З_{15}$, $З_{21}$, $З_{22}$, $З_{23}$, $З_{24}$, $З_{36}$, $З_{32}$, $З_{33}$.

1.3.4. Построение «куста зависимостей»

Цели кафедр представляют собой вершины соответствующего «куста». Определим понятие активности задачи через число вхождений в «куст» α_1 меток вершины, соответствующей данной задаче. Так, активность задачи $З_{13}$ равна 3. Активность задачи означает активность ее участия в достижении цели кафедры и глобальной цели. В рассматриваемом примере $З_{13}$ участвует в решении трех задач: $З_{11}$, $З_{14}$ и $З_{26}$.

Отметим, что цепочка α состоит из 11 сегментов: $\alpha_1 = З_{11}З_{12}З_{13}З_{14}0$; $\alpha_2 = З_{36}$; $\alpha_3 = З_{15}З_{16}$; $\alpha_4 = З_{36}$; $\alpha_5 = З_{25}З_{26}$; $\alpha_6 = З_{35}З_{34}0$; $\alpha_7 = З_{13}0$; $\alpha_8 = З_{21}З_{22}0З_{24}0З_{23}$; $\alpha_9 = З_{32}З_{33}0З_{35}З_{34}$; $\alpha_{10} = З_{25}З_{26}$; $\alpha_{11} = З_{13}0$. Эти сегменты соответствуют целям трех кафедр, т. е. цепочка α характеризует совместное выполнение задач кафедры 1 и некоторых задач кафедр 2 и 3 (сегменты α_1–α_{10}).

Если двигаться слева направо по цепочке α, то можно проследить связь между задачами, зависимость одних задач от других. Так, задачи $З_{11}$, $З_{12}$, $З_{13}$, $З_{14}$, $З_{15}$, $З_{16}$ тесно связаны друг с другом, так как в цепочке α следуют одна за другой. Задача $З_{36}$ зависит от $З_{16}$ и является задачей другой кафедры. Задача $З_{36}$ связана с $З_{25}$, $З_{35}$ и через них с $З_{26}$ и $З_{34}$. После $З_{34}$ стоит знак «0», что говорит об отсутствии зависимости других задач от $З_{34}$. Затем идет цепочка $З_{13}0З_{21}З_{22}0З_{23}0З_{24}З_{33}0$, зависящая от $З_{11}$. Задачи $З_{32}$ и $З_{33}$ зависят от $З_{24}$, $З_{35}$, а $З_{34}$ зависит от $З_{21}$; $З_{25}$ и $З_{26}$ зависят от $З_{36}$; последнее вхождение $З_{13}0$ зависит от $А_{26}$ и (опосредованно) от $З_{36}$.

Построим «куст зависимостей» (рис. 1.3).

Для «куста» можно ввести понятия k-связности, глубины и ширины. «Куст» называется *k-связным*, если каждая его вершина связана с k другими вершинами. Заметим, что представленный на рис. 1.3 «куст» не является k-связным.

Выделяют три варианта определения *глубины* «куста»:

1) абсолютная глубина находится как сумма длин всех путей «куста»;

2) максимальная глубина – это максимальная длина пути в «кусте»;

3) средняя глубина равна абсолютной глубине, деленной на число путей в «кусте».

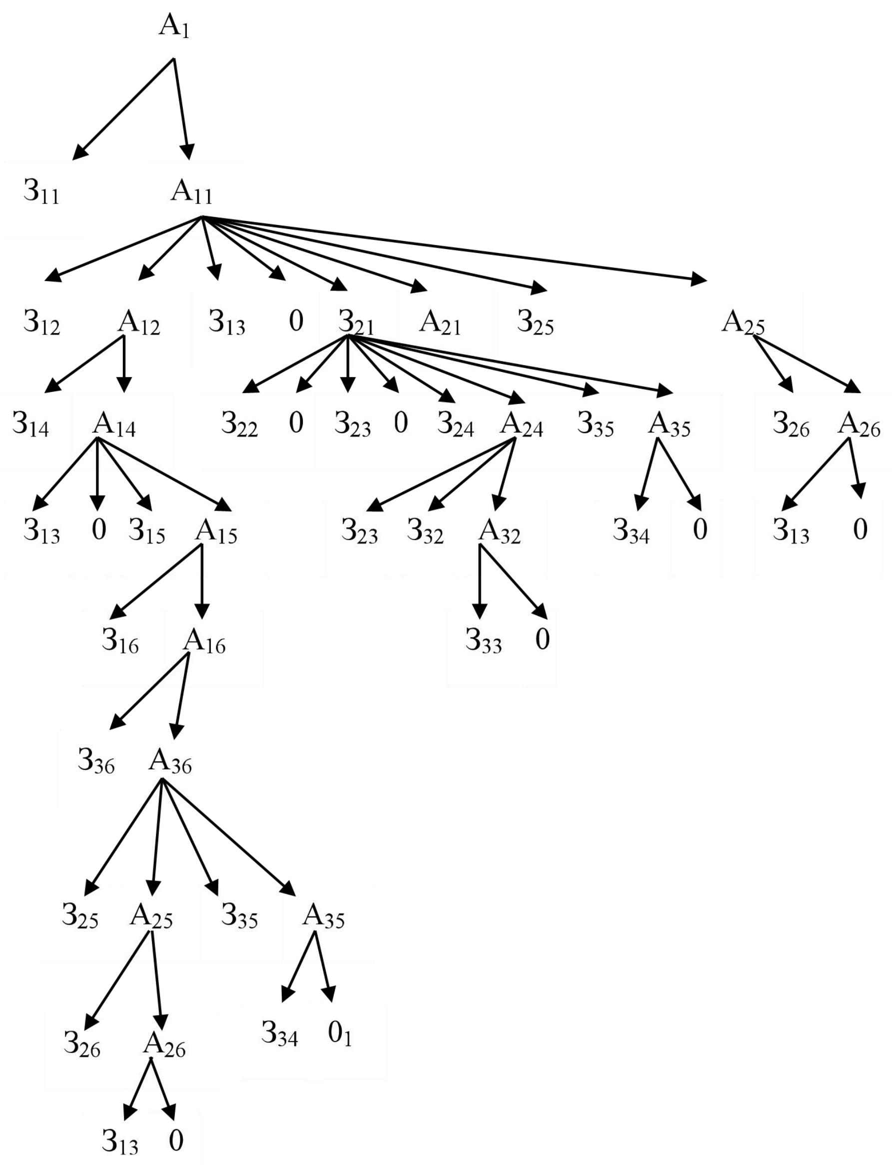


Рис. 1.3

Для рассматриваемого «куста» абсолютная глубина равна 139, максимальная – 9, средняя – 139 / 45 ≈ 3. Если длины различных путей в «кусте» сильно различаются, это вредит сбалансированности «куста».

Абсолютная ширина «куста» – это общее число вершин по всем уровням иерархии. Максимальная ширина – максимальное количество вершин на каждом уровне, средняя – абсолютная ширина, деленная на количество уровней.

Для «куста» (см. рис. 1.3) абсолютная ширина равна 49, максимальная – 12, средняя – 49 /10 = 4,9.

Следующей характеристикой «куста» является *метрика запутанности*. Чем чаще в «кусте» используется множественное наследование, тем хуже. Степень запутанности можно определить как среднее количество родительских вершин у данной вершины «куста» (отношение числа родительских вершин данной вершины к количеству вершин «куста»). У рассматриваемого «куста» максимальное значение метрики запутанности составляет 1 / 50 = 0,02. Это низкое значение показателя.

Сформулированные принципы в основе своей дают оценку качества «куста». Как нетрудно заметить, «куст» на рис. 1.3 удовлетворяет перечисленным принципам, поэтому является качественным.

С «кустом» зависимостей тесно связана *система составляющих* [76], которая для рассматриваемого «куста» будет представлена в виде

А$_{1}$, З$_{11}$А$_{11}$, З$_{11}$З$_{12}$А$_{12}$З$_{13}$0З$_{21}$А$_{21}$З$_{25}$, З$_{14}$А$_{14}$, З$_{22}$0З$_{23}$0З$_{24}$А$_{24}$З$_{35}$А$_{35}$, З$_{26}$А$_{26}$, З$_{13}$0З$_{15}$А$_{15}$, З$_{23}$З$_{32}$А$_{32}$, З$_{34}$, З$_{13}$0, З$_{16}$А$_{16}$, З$_{33}$0, З$_{36}$А$_{36}$, З$_{25}$А$_{25}$З$_{35}$А$_{35}$, З$_{26}$А$_{26}$, З$_{34}$, З$_{13}$.

Составляющую образуют тесно связанные друг с другом задачи.

Данную систему можно представить в виде дерева синтаксического подчинения (рис. 1.4).

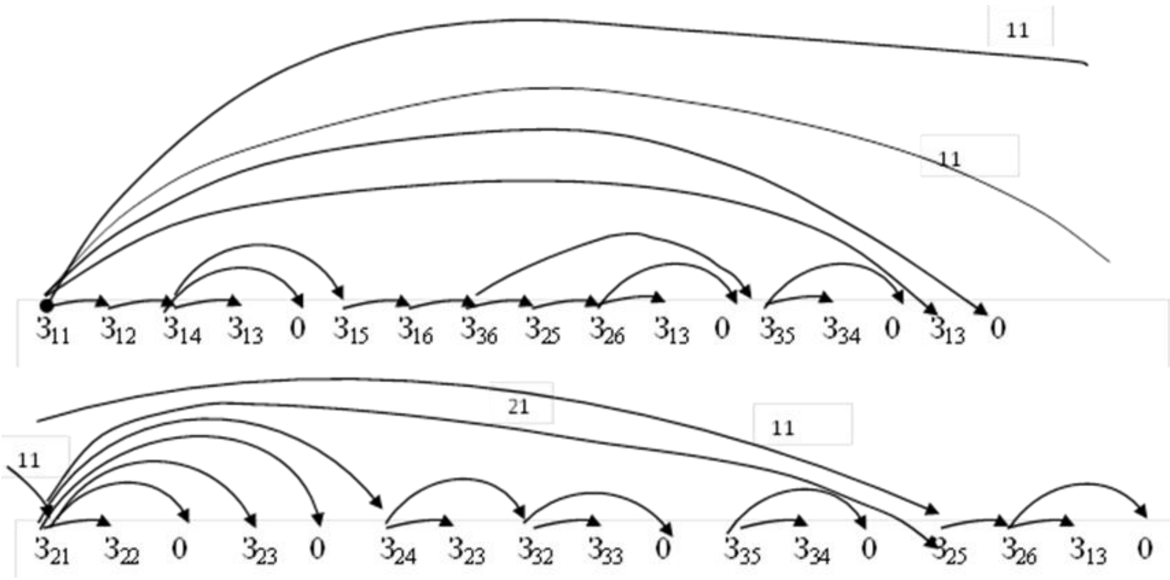


Рис. 1.4

Под *деревом синтаксического подчинения* при анализе целей будем понимать упорядоченный граф (т. е. дерево с корнем), где узлами являются подцели системы, а их иерархия и система подчинения определяют, какие цели являются главными в предложении и какие от каких зависят. Линейный порядок слов в дереве не отражается, одно и то же дерево может соответствовать нескольким порядкам. Важным свойством, которым обладают деревья подчинения, является их проективность. Дерево *проективно*, если выполняются следующие условия:

а) ни одна из стрелок не пересекает другую;

б) никакая стрелка не накрывает вершину (корень).

Отметим, что числа, стоящие над наиболее длинными дугами, указывают номер вершины, из которой направлена дуга. Построенное дерево является проективным [76].

Аналогично рассматриваются два других «куста зависимостей».

Данные три «куста» являются моделью согласованности целей рассмотренных кафедр. Подобным способом описывается согласованность целей любых других структурных подразделений.

Если задачи (цели) рассматриваются в условиях неопределенности или нечеткости, то построенная грамматика преобразуется в стохастическую или нечеткую, подобно тому как это показано, например, в источниках [20, 72].

В данном параграфе представлены разработанные авторами методы построения грамматики для описания целей и задач учебного процесса. Для грамматики целей приведен пример вывода цепочки «куста зависимостей». Построено дерево синтаксического подчинения.

Достоинства предложенного метода:

1) позволяет описывать множество целей и задач при относительно небольшом числе непроизводных элементов и грамматических правил, поэтому можно компактно представить основные структурные характеристики целого ряда подразделений;

2) одно и то же грамматическое правило может быть применено многократно, так как формальные грамматики обладают рекурсивными свойствами;

3) построение синтаксического описания позволяет отбросить несущественные детали объекта, которые могли бы привести к усложнению описания и анализа объектов.

Данные материалы могут быть использованы при реализации интеллектуальных систем организации учебного процесса и других сфер социальной (культура, здравоохранение, социальное обеспечение, общественное питание, пассажирский транспорт, коммунальное обслуживание) и производственно-экономической областей. Примеры решения таких задач приведены в источниках [20, 48].

ГЛАВА 2
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТИПОЛОГИИ И ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ПОРТРЕТОВ УЧАЩИХСЯ И ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

§ 2.1. Математическое описание типологии учащихся

В настоящее время известны различные типологии учащихся [1, 12, 31, 102], которые в достаточной степени полно отражают представление о студенте как гармонично развивающемся субъекте с учетом специфики его специализации и будущей профессиональной деятельности. В случае использования рейтинговой системы для определения уровня знаний большое внимание уделяется балльному оцениванию различных компонент и характеристик процесса обучения: текущей успеваемости, заданий контрольных, расчетно-графических и самостоятельных работ, экзаменационных заданий, отдельных фрагментов заданий с учетом сложности и важности соответствующих типов заданий, методик, методов, алгоритмов и способов их решения. При балльном оценивании целесообразно использовать:

а) средние взвешенные арифметические и векторные характеристики (при четко структурированной информации);

б) функции принадлежности и соответствующие декартовы произведения (при нечетко структурированной информации) [20].

Различные компоненты и характеристики учебного процесса связаны между собой определенными зависимостями как для группы, так и для отдельных обучаемых. Рассмотрим возможные способы описания наиболее важных из этих зависимостей.

Одной из важнейших характеристик обучаемого является реализованная способность к обучению, зависящая от его подготовленности по данному учебному материалу и времени, отводимому на изучение. Подготовленность учащегося определяется его компетентностью, выраженной через приобретенные в данный период компетенции, интеллектом, мотивацией, трудолюбием, самочувствием в данный период, а также педагогическим мастерством и авторитетом преподавателя.

Подготовленность по учебному материалу оценивается на основе выполнения учащимся предложенных заданий и зависит от их сложности, что выражается в баллах.

Предположим, что за рассматриваемый промежуток времени учащимся было предложено для выполнения во время практических, самостоятельных и контрольных занятий n разных типов заданий, при этом $m_i (i = \overline{1, n})$ – число заданий i-го типа. Это могут быть, например, задания по тестированию.

Для каждого i-го типа была вычислена средняя оценка:

$$x_i = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} x_{ij}\ , \tag{2.1}$$

где x_{ij} – оценка j-го задания i-го типа.

В результате была определена балльная ранжированная последовательность средних оценок предложенных типов заданий в соответствии со сложностью изучаемого материала (чем сложнее материал, тем выше оценка):

$$x_1 < x_2 < \ldots < x_i < \ldots < x_n. \tag{2.2}$$

Каждый учащийся имеет свою подготовленность к изучению данного учебного материала $P_i = P(x_i)(i = \overline{1,n})$, зависящую от сложности задания и выраженную через соответствующие баллы x_i. Величину P_i можно определить как отношение $\frac{x_i}{x_i}$ (x_i – средний балл, полученный данным обучаемым за выполнение заданий i-го типа, при этом $x_i \quad x_i$) и трактовать, например, как подготовленность к выполнению данного задания и, следовательно, уверенность в его выполнении. Функцию P_i назовем способностью к обучению по критерию сложности (предлагаемых заданий).

Баллы обучаемых определяются не только уровнем подготовки к обучению, но и временем, отводимым на выполнение заданий. Согласно нормативам, чем сложнее задание, тем больше отводится времени на его выполнение.

Пусть $t_i = T(x_i) = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} t_{ij}$, где t_{ij} – нормативное время выполнения j-го задания i-го типа $(i = \overline{1,n})$, т. е. t_i – нормативное среднее время. Способность к обучению также зависит от времени. Обозначим ее через функцию $P_i^b = P^b(t_i)$, назовем способностью к обучению по критерию времени и определим как отношение $\frac{t_i}{t_i}$ (t_i – среднее время, которое было потрачено обучаемым на выполнение заданий i-го типа), здесь соотношение между t_i и t_i может быть различным.

При правильно подобранных заданиях и нормально протекающем (без различного рода «сбоев») образовательном процессе изучение данного материала для каждого обучаемого происходит таким образом, что

$$P_1 \geq P_2 \geq \ldots \geq P_i \geq \ldots \geq P_n, \tag{2.3}$$

поскольку с увеличением сложности предлагаемого задания уверенность в его выполнении становится все меньше.

Если для некоторых i и j имеет место $P_i > P$, т. е. более сложное задание решается обучаемым более уверенно и он получает больший балл ($x_i > x_j$), это говорит о том, что в системе обучения, связанной с данным обучаемым по данной дисциплине, имеются точки бифуркации, подлежащие детальному рассмотрению преподавателем, а последовательности (2.3) требуется соответствующая корректировка.

Рассмотрим возможные случаи обучаемости, которые отражает вид последовательности (2.3).

Случай 1. Для любого i $(i=\overline{1,n})$ $x_i^{'}=x_i$, тогда функция P_i = 1 для любого $i=\overline{1,n}$ и данный учащийся является круглым отличником по предложенному множеству заданий (по критерию сложности).

Случай 2. Для любого $i\,(i=\overline{1,n})$ $P_i = k_i$, где k_i = const и соответствует уровням: k_1 – твердый хорошист; k_2 – твердый троечник; k_3 – безнадежный двоечник (по критерию сложности). Так, в известном вузе при округлении до сотых k_1 = 0,89, k_2 = 0,74, k_3 = 0,50.

Нам понадобится следующее определение: функция $f(x)$, определенная на данном множестве $M=\{x_1,x_2,\ldots,x_n \mid x_1<x_2<\ldots<x_n\}$, называется *вогнутой (выпуклой)* на M, если точки $(x_i, f(x_i))$ при $2 \quad i \quad n-1$ на графике будут выше (ниже) отрезка, проведенного через крайние точки $(x_1, f(x_1))$ и $(x_n, f(x_n))$.

Случай 3. Последовательность (2.3) является строгой, т. е.

$$P_1 > P_2 > \ldots > P_n. \tag{2.4}$$

В этом случае зависимость $P_i = P(x_i)$ будет иметь один из видов:

1) вогнутый (рис. 2.1);

2) выпуклый (рис. 2.2);

3) линейный (рис. 2.3);

4) комбинация видов 1–3 (например, сначала P_i изменяется так, как на рис. 2.1, затем так, как на рис. 2.2 (либо сначала она выглядит так, как на рис. 2.1, затем так, как на рис. 2.2, потом так, как на рис. 2.3, и т. п.). При этом всюду при различной комбинации видов $0 < P_i \le 1$.

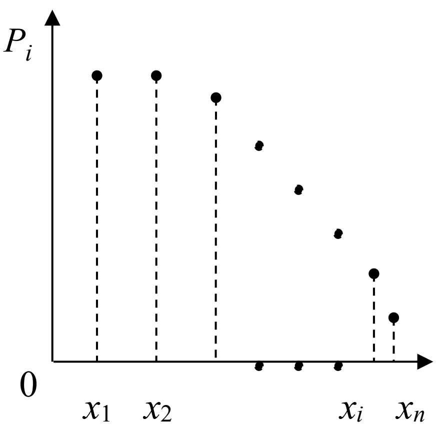


Рис. 2.1

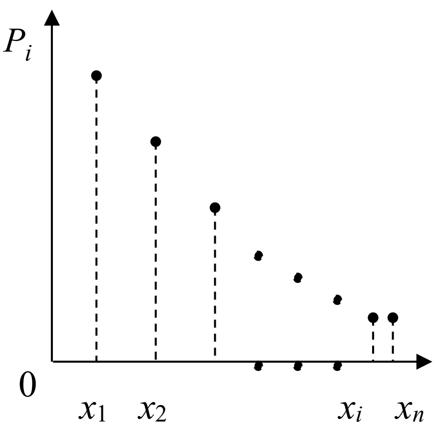


Рис. 2.2

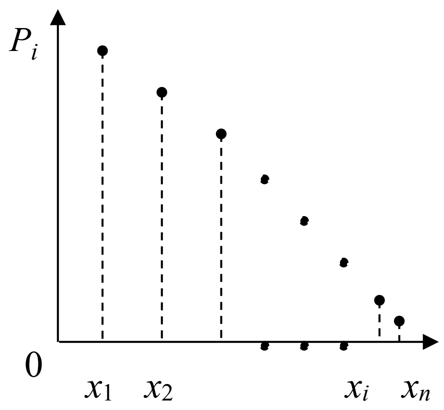


Рис. 2.3

Соединив ординаты соседних точек отрезками, получаем график непрерывной функции, для которой в каждой точке x_i можно ввести понятие левой и правой производной. Производные имеют смысл левой и правой скорости изменения подготовленности данного обучаемого и измеряются тангенсом угла наклона касательной.

Для вогнутой функции (см. рис. 2.1) скорость ее изменения является отрицательной функцией, а ускорение положительно, поэтому изменение подготовленности обучаемого – ускоренный процесс падения уровня подготовленности. Для выпуклой функции (см. рис. 2.2) скорость также отрицательна, отрицательным является и ускорение. Здесь имеет место замедленный процесс падения уровня подготовленности. На рис. 2.3 представлена линейная функция с постоянной отрицательной скоростью изменения и нулевым ускорением, т. е. это равномерное падение уровня подготовленности учащегося. Остальные подслучаи случая 3 – это чередование рассмотренных на рис. 2.1–2.3.

Случай 4 является чередованием либо случаев 1 и 3, либо случаев 2 и 3.

С использованием рассмотренных случаев 1–4 можно проводить классификацию обучаемых соответственно их подготовленности к выполнению предложенных заданий.

Проведенные рассуждения позволяют сделать вывод о том, что учащийся с вогнутой функцией подготовленности, получив рейтинговую оценку, вряд ли будет пытаться улучшить ее на экзамене. В то же время учащийся с выпуклой функцией подготовленности, ободренный тем, что некоторые (даже очень сложные) задания, по его мнению, не сильно отличаются от простых, может иметь желание рискнуть улучшить рейтинговую оценку на экзамене. В случае равномерного падения подготовленности от учащегося можно ожидать безразличия к получению оценки по рейтингу текущей успеваемости и оценки на экзамене. В данных примерах наблюдается аналогия несклонного, склонного и безразличного к риску индивидуума в теории полезности.

В случае ранжировки обучаемых согласно их баллам можно считать, что при $0{,}9 \leq P_i \leq 1$ учащийся имеет отличный уровень подготовки, при $0{,}75 \leq P_i < 0{,}9$ – хороший уровень подготовки, при $0{,}6 < P_i < 0{,}75$ – средний уровень.

Аналогично рассмотренной классификации обучаемых по критерию сложности предлагаемого учебного материала и, следовательно, согласно уровню их подготовленности можно провести типологизацию по критерию времени на основе либо функции $P^b(t_i)$, либо функции $t_i = T(x_i)$, которая заданию с рейтинговым баллом x_i для данного обучаемого ставит в соответствие время t_i, потраченное на выполнение этого задания. Рассуждения будут такими же, как для рассмотренной выше функции $P(x_i)$ в случае 3. Однако функции времени будут либо возрастающими, либо неубывающими, при этом на одном участке функция $P^b(t_i)$ может быть больше или равна единице и т. д. Если для данного учащегося (при правильном решении) функция $0{,}9 \leq P^b(t_i) < 1{,}1$, будем считать, что он успешно укладывается во временные нормативы; если $1{,}1 \leq P^b(t_i) \leq 1{,}2$ – удовлетворительно вписывается во временные нормативы. Если $P^b(t_i) > 1{,}2$, это дает повод оценивать учащегося как не умеющего быстро думать и соображать либо непроизводительно тратящего учебное время. При $P^b(t_i) < 0{,}9$ его можно квалифицировать как очень способного.

Для каждого обучаемого при изучении материала, характеризуемого определенным множеством заданий с оценочными средними балльными критериями $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$, можно определить две функции способности его к обучению данному материалу с использованием либо введенных выше характеристик $P_i (i = \overline{1, n})$ подготовленности учащегося к выполнению предложенных заданий, либо временных характеристик $P_i^b (i = \overline{1, n})$.

Обозначим первую функцию способности через $C(x_i, t_i)$ и положим ее равной $P_i (i = \overline{1, n})$, т. е. эта функция среднему баллу i-го типа заданий и среднему времени выполнения ставит в соответствие подготовленность обучаемого к выполнению данных заданий. Вторую функцию обозначим соответственно через $C^b(x_i, t_i)$ и положим равной $P_i^b (i = \overline{1, n})$, т. е. эта функция тем же аргументам ставит в соответствие относительный временной показатель выполнения данных заданий. Очевидно, введенные функции можно использовать не только для учебной работы.

Ранжировку учащихся по способности к обучению целесообразно проводить по двойному критерию «подготовленность – относительное время». Дело в том, что высокий балл, полученный при большой затрате времени, нельзя считать рационально хорошей оценкой, поскольку это происходит в ущерб другим (не менее важным) мероприятиям. Можно привести следующую градацию: $0{,}9 \leq C(x_i, t_i) \leq 1$ и $0{,}9 \leq C^b(x_i, t_i) < 1{,}1$ –

отличные способности к обучению данному учебному материалу; $0{,}75 \le$ $\le C(x_i, t_i) < 0{,}9$ и $1 \le C^b(x_i, t_i) < 1{,}1$ – хорошие способности; $0{,}6 < C(x_i, t_i) < 0{,}75$ и $1{,}1 \le C^b(x_i, t_i) \le 1{,}2$ – средний уровень.

Заметим, что аналогично функциям $P_i = P(x_i)$ и $P_i^b = P^b(t_i)$ можно задать функции $R_i = R(x_i)$ и $R_i^b = R^b(t_i)$, характеризующие способность к научно-исследовательской работе, если определить x_i как средний балл за i-е мероприятие (участие в научном кружке, викторине, олимпиаде, конференции; публикация статьи; получение патента и т. п.), а t_i – как среднее время, отводимое на данное мероприятие. Таким же образом можно определить функции $S_i = S(x_i)$ и $S_i^b = S^b(t_i)$ – достижения в спорте; $K_i = K(x_i)$ и $K_i^b = K^b(t_i)$ – участие в общественной работе; $L_i = L(x_i)$ и $L_i^b = L^b(t_i)$ – увлечение литературой и искусством.

Помимо названного, при характеристике типа студента [1] используются такие его характеристики, как честность, порядочность, авторитет в коллективе, общительность, культура и т. п. Для оценки этих качеств можно использовать экспертные оценки других студентов, преподавателей, результаты тестирования из практической диагностики [112, 123]. В случае экспертного оценивания возможно использование нечетких оценок и функций принадлежности для каждого эксперта с последующим определением функции принадлежности пересечения этих множеств.

Рассмотрим применение введенных функций для математического описания типологии студентов, исследованной в источнике [1].

Тип «гармоничный». Характеристики:

1) выбрал свою специальность осознанно;
2) развит;
3) культурен;
4) общителен;
5) глубоко и серьезно интересуется общественной жизнью;
6) непримирим к недостаткам;
7) честен;
8) порядочен;
9) пользуется авторитетом в коллективе как надежный и хороший товарищ;
10) учится очень хорошо;
11) активно участвует в научной и общественной работе;
12) глубоко и серьезно интересуется литературой и искусством;
13) занимается спортом.

Для математического описания данного типа студента используются функции:

$P(x_i)$, $P^b(t_i)$ – для десятой характеристики;

$S(x_i)$, $S^b(t_i)$ – для тринадцатой характеристики;

$R(x_i)$, $R^b(t_i)$ – для одиннадцатой характеристики;

$L(x_i)$, $L^b(t_i)$ – для двенадцатой характеристики.

Для остальных характеристик используются результаты экспертного оценивания или психодиагностического тестирования.

При этом, например, $0{,}9 \leq P_i \leq 1$; $0{,}9 \leq P^b(t_i) < 1{,}1$; $0{,}8 \leq S(x_i) \leq 1$; $0{,}9 \leq$ $\leq S^b(t_i) \leq 1{,}1$; $0{,}8 \leq R(x_i) \leq 1$; $0{,}9 \leq R^b(t_i) \leq 1{,}1$; $0{,}9 \leq L(x_i) \leq 1$; $0{,}9 \leq L^b(t_i) \leq 1{,}1$.

Отсюда с привлечением функций $C(x_i,\ t_i)$ и $C^b(x_i,\ t_i)$ можно сделать вывод об отличных способностях данного типа студентов. Соответствующие характеристики 1–9 тоже будут иметь достаточно высокие оценки.

Тип «академик». Характеристики:

1) выбрал свою специальность осознанно;

2) учится только на «отлично»;

3) ориентирован на учебу в аспирантуре;

4) много времени уделяет научно-исследовательской работе (порой в ущерб другим занятиям).

Этот тип математически можно описать, к примеру, так: $P_i = 1$; $0{,}9 \leq$ $\leq P^b(t_i) \leq 1{,}1$; $R(x_i) = 1$; $1 \leq R^b(x_i) \leq 2$; $0 \leq S(x_i) \leq 0{,}3$; $0 \leq S^b(t_i) \leq 0{,}3$; $0 \leq L(x_i) \leq$ $\leq 0{,}3$; $0 \leq L^b(t_i) \leq 0{,}3$.

С учетом функций $C(x_i,\ t_i)$ и $C^b(x_i,\ t_i)$ можно утверждать, что тип «академик» имеет плохую реализацию способности к обучению, поскольку мотивация «все время – науке» приводит к низкому уровню выполнения других видов работ.

Таким образом, предложенное математическое описание типологии учащихся может быть использовано для повышения качества учебного процесса за счет индивидуального подхода к обучаемым.

§ 2.2. Математическая модель оценки качеств преподавателей

Для решения проблемы формирования индивидуальных траекторий обучения нужно учитывать особенности характеристик личностей участников образовательного процесса (преподавателей и обучаемых). Для автоматизированного учета особенностей необходимо решить следующие задачи: составить психолого-педагогические портреты преподавателей и психологические портреты обучаемых; разработать методы согласования портретов участников образовательного процесса.

Разработке математических моделей психологических портретов обучаемых и моделям согласования портретов уделено большое внимание в научной литературе [10, 39, 46, 63, 68, 73]. Математическое моделирование портретов преподавателей, на наш взгляд, изучено недостаточно.

Обобщенной характеристикой преподавателя может служить его психологический портрет, для составления которого необходимо оценить характерные черты личности. Оценивание может производиться специальной психологической службой, учебно-методическим управлением, коллегами, учащимися, также возможно использование метода самооценки.

Портрет преподавателя включает в себя следующие компоненты:

1) компетентность в преподаваемом предмете;
2) отзывчивость;
3) уровень самоконтроля;
4) профессионализм;
5) способность к коммуникации;
6) эрудированность;
7) интеллектуальность;
8) эмоциональность;
9) чувство справедливости;
10) уровень самоконтроля;
11) способность к коллективному решению проблем.

Для формирования оценки можно использовать следующие методы:

1) при определенной и четко заданной информации целесообразно применять средние взвешенные арифметические и векторные оценки, проверку статистических гипотез и классификацию образов, объектов, сцен, сценариев, ситуаций;

2) при нечеткой и неопределенной информации следует использовать функции принадлежности, декартовы произведения множеств, нечеткую логику и нечеткий логический вывод.

Рассмотрим процесс оценивания качеств преподавателя учащимися по четкой (структурированной) информации.

Пусть учащиеся оценивают качества преподавателя по n характеристикам. Для этого были сформулированы вопросы n разных типов. Число вопросов каждого типа $m_i (i = \overline{1,n})$. По результатам оценки каждого учащегося вычисляется средняя арифметическая для каждого типа вопросов по формуле (2.1). По результатам таких оценок составляется балльная ранжированная последовательность вида (2.2). Для удобства дальнейшей обработки используем шкалу дробных чисел, меньших единицы. Если изначально использовалась другая шкала оценки, то произведем ее преобразование путем деления всех оценок на максимальную из них.

Для каждого учащегося определена мера его подготовленности к оценке качеств психологического портрета преподавателя $P_i = P(x_i)$ $(i = \overline{1,n})$. Величину P_i можно определить на основе тестирования, проводимого психологической службой, и трактовать как вероятность правильной оценки i-го качества. Тогда последовательность (2.4) превращается в последовательность

$$P_1x_1,\ P_2x_2,\ \ldots,\ P_nx_n. \qquad (2.5)$$

При вопросах, сформулированных соответствующим образом, и стабильном образовательном процессе результаты оценок для каждого учащегося подчиняются неравенствам

$$x_1P_1 \geq x_2P_2 \geq \ldots \geq x_iP_i \geq \ldots \geq x_nP_n, \qquad (2.6)$$

которые имеют место, так как при увеличении сложности задаваемых вопросов уверенность в правильности ответа на него уменьшается.

При оценивании качеств преподавателей можно выделить следующие случаи.

Случай 1 (крайний), при котором P_i = 1 и x_i = 1 (для любого типа вопросов i). В этом случае преподаватель имеет максимальные оценки по всем сформулированным вопросам.

Случай 2, при котором x_iP_i = k_i (k_i = const $(i=\overline{1,n})$). При соответствующем задании константы k этот случай соответствует многим уровням оценки преподавателей (k_1 – хороший уровень; k_2 – удовлетворительный; k_3 – слабый).

Далее необходимо провести анализ функции на вогнутость (выпуклость). По определению, функция $xf(x)$, заданная на данном множестве $M=\{x_1, x_2, \ldots, x_n | x_1 < x_2 < \ldots < x_n\}$, называется вогнутой (выпуклой) на этом множестве, если точки $(x_i, xf(x_i))$ при $2 \quad i \quad n-1$ на графике функции будут выше (ниже) отрезка, проведенного через крайние точки $(x_1, x_1f(x_1))$ и $(x_n, x_nf(x_n))$.

Случай 3. Если для рассмотренной ранее последовательности (2.6) выполняются строгие неравенства

$$x_1P_1 > x_2P_2 > \ldots > x_nP_n, \qquad (2.7)$$

то зависимость $x_iP_i = x_iP(x_i)$ $(i=\overline{1,n})$ будет иметь вид одной из перечисленных ниже трех зависимостей.

Эти зависимости определяются выпуклостью/вогнутостью функции индивидуальных характеристик и аналогичны представленным в параграфе 2.1 (см. рис. 2.1–2.3). Также возможна комбинация этих видов функций. При этом следует иметь в виду, что на всех рассматриваемых графиках выполняются неравенства $0 < x_iP_i \leq 1$ $(i=\overline{1,n})$.

Рассмотренная методика позволяет классифицировать преподавателей согласно оценке компонент их психологических портретов, составленных на основе мнений, высказанных каждым учащимся. Полученные результаты можно усреднить для получения итоговой оценки по обучаемым.

На основании проведенного анализа появляется возможность предположить, что преподаватель, имеющий вогнутую функцию рейтинговой оценки, вряд ли будет пытаться ее улучшить. Преподаватель, для которого характерна выпуклая функция, может стремиться организовать процедуру своей оценки теми же учащимися. При равномерном спаде характеристики преподаватель, скорее всего, будет безразличен к полученным от обучаемых оценкам и к возможности их улучшения путем смены коллектива учащихся.

В конце учебного года составляется рейтинг преподавателей, основанный на балльном оценивании их качеств учащимися и администрацией. Для построения соответствующей траектории желательно проводить оценку по данной дисциплине регулярно, например на каждом занятии.

§ 2.3. Учет психологических характеристик индивида в учебном процессе и страхование знаний для повышения качества обучения

Повышение качества обучения является очень важной социальной задачей. Этому вопросу посвящены статьи многих отечественных и зарубежных авторов. Один из основных этапов образовательного процесса – устранение неудовлетворительных оценок. В статье [28] предложена модель динамической системы и метод ее решения, позволяющий определить вид и количество проводимых мероприятий по ликвидации неудовлетворительных оценок. Другой важный вопрос, связанный с данной проблемой, – математическое описание и оценка усвоения понятий данной темы – рассмотрен в статье [32]. Описание скорости забывания знаний студентами различного уровня подготовки представлено в статье [93]. Повышение качества обучения каждого студента способствует оптимизации портфеля оценочных баллов вектора учебных дисциплин [19]. В своей работе мы рассмотрим вопрос учета индивидуальной функции полезности обучаемых.

Известно, что во время проведения контрольных мероприятий обучаемые часто показывают свои знания неадекватно. Это может быть связано, например, с их физическим или психическим состоянием. При проведении таких мероприятий должна быть создана обстановка спокойной работы, желательно, чтобы, помимо необходимого объема выполненных заданий, обучаемые имели резерв отработанных задач. Это можно аргументировать следующим образом.

Основная цель процесса обучения – формирование квалифицированного специалиста, т. е. работника, уверенного в своих знаниях и способного реализовать их на практике. При контроле знаний обучаемых необходимый объем заданий по той или иной теме определяется исходя из информации о среднестатистическом студенте с учетом количества часов, отводимых на изучение конкретного материала. Количество заданий должно являться функцией способностей, трудолюбия, базовой подготовки, заинтересованности данного обучаемого. Для одних учащихся это количество может быть больше среднего числа, для других – меньше.

Чтобы обучаемые, для которых число сделанных заданий должно быть больше среднего, чувствовали себя уверенно во время контрольных мероприятий, а в дальнейшем и в период производственной деятельности, необходимо увеличение количества выполняемых во время обучения по данному курсу (теме и т. п.) заданий на некоторый резервный объем. Величина этого объема зависит от интеллекта, трудолюбия, интереса учащегося, а также от педагогического мастерства преподавателя и времени, отводимого на изучение данного материала. Эту зависимость можно описать эконометрической моделью, подобной приведенной в статье [55], и провести типологизацию по методике, предложенной в источнике [31]. Однако это будет неполное описание ситуации. Дело в том, что значительное влияние на резервный объем решенных заданий оказывают психологические характеристики индивида, определяемые его отношением к риску [25]. Для этого используется функция полезности $U(x)$, где x – ожидаемая оценка исхода. В рассматриваемой модели x выражается количеством выполненных заданий.

Пусть D – количество отработанных заданий за данный период по данному разделу и к данному моменту времени. Под воздействием указанных выше обстоятельств в период контрольного мероприятия, включая будущую производственную деятельность, которую тоже можно рассматривать как общее контрольное мероприятие, величина D может измениться на некоторую величину L. Пусть V – резервное количество выполненных заданий, v – доля этих заданий. Таким образом, происходит страхование знаний, где $V = v \cdot W$ – плата за страхование, т. е. резервный объем знаний, W – страховая сумма. В общем случае $W = W^{(1)} + W^{(2)}$, где $W^{(1)}$ – восстановленная часть потерянных знаний, т. е. количества заданий, не выполненных в период контроля; $W^{(2)}$ – дополнительное количество заданий, которые может выполнить учащийся в период отведенного времени проверки знаний за счет лучшей подготовки вследствие резервного объема $v \cdot W$, при этом $W \quad [W_1, W_2]$.

Рассмотрим контрольное мероприятие относительно одного обучаемого. Возможны два исхода изменения D. В результате первого, который оценивается как x_1, с вероятностью p величина D уменьшается на величину L и увеличивается на величину $v \cdot W + W$. При втором исходе, оцененном как x_2, величина D с вероятностью $1 - p$ увеличивается на $v \cdot W$. Пусть $U(x)$ – полезность данного мероприятия. Заметим, что функция $U(x)$ является неубывающей.

Средняя полезность воздействия данных обстоятельств в общем виде запишется как

$$\overline{U} = p \; U(x_1) + (1 - p) \; U(x_2), \tag{2.8}$$

где $x_1 = D - L + v \cdot W + W$; $x_2 = D + v \cdot W$.

Рассмотрим ситуацию, когда $p = v$. В работах [86, 125] доказано, что при наибольшей полезности от страхования соответствующая величина страховой суммы зависит от психологических характеристик индивида. В данной работе выделены четыре основных класса.

Первый класс индивидов составляют типы 1 и 6. В случае выполнения условия $L \leq W_2$ средняя полезность для данного класса $\overline{U}$ имеет наибольшее значение при $W = L$. При $L > W_2$ наибольшее значение средней полезности будет достигаться при $W = W_2$, если $\overline{U}(W_1) \quad 0$, или при $W = W_1$, если $\overline{U}(W_1) \quad 0$.

Второй класс образуют типы 3 и 5. Средняя полезность $\overline{U}$ имеет наибольшее значение при $W = W_2$, если $\overline{U}(W_1) \quad 0$, или при $W = W_1$, если $\overline{U}(W_1) \quad 0$.

Третий класс составляют типы 7–9. В области строгой выпуклости функции полезности условие наибольшего значения средней полезности аналогично типу 3, в области строгой вогнутости – типу 1.

Четвертый класс образуют типы 2, 4, 10 и 11. Для этого случая при равенстве $v = p$ средняя полезность $\overline{U}$ не зависит от величины W, а оптимальное значение средней полезности $w_{опт} = \min\{W_1, L\}$.

В связи с вышеуказанным в учебных организациях необходима служба психологического консультирования, которая для каждого обратившегося в нее учащегося смогла бы определить класс личности. Для этого по специальной методике определения отношения учащегося к риску диагностируется тип его личности. Далее на основе проведенных исследований находится обоснованная оптимальная сумма страхования знаний.

Для примера, пусть $L = 25$ заданий, $p = v$ и учащийся дополнительно усваивает 16 заданий, детально изучив 12 заданий резервного объема. Предположим, что $\overline{U}(16) \quad 0$. В случае определения его несклонности к риску значение страховой суммы в 16 заданий не будет объективно оптимальным. Это значение будет только субъективно оптимальным. В случае его склонности или безразличия к риску данное значение будет оптимальным.

Если учащийся оценивает свои возможности по приобретению дополнительных знаний в диапазоне от 12 до 16 заданий и для него средняя полезность $\overline{U}(12) \quad 0$, то значение в 12 заданий будет субъективно оптимальным для несклонного к риску индивида. Это значение будет оптимальным для индивида, склонного и безразличного к риску.

Предложенный метод учета психологических особенностей индивида отличается простотой, наглядностью и универсальностью, имеет большое научное и практическое значение, поскольку определяет объективную оптимальную величину дополнительных знаний в каждом отдельном случае.

§ 2.4. Моделирование психолого-педагогических портретов преподавателей и обучаемых

Проблема составления психологических портретов является очень важной во многих сферах жизни общества и актуальной для учебных заведений. Для разработки психологических портретов обучаемых и психолого-педагогических портретов преподавателей в настоящее время используют преимущественно два метода: тестирование и анкетирование. Следует отметить, что заполнять и обрабатывать анкеты и тесты вручную крайне трудоемко и неэффективно. При обработке результатов применяются программные продукты и статистические методы. Использование для решения данной проблемы преимущественно мнений экспертов-психологов вносит в формируемые портреты элемент субъективизма, что может повлечь за собой предвзятость суждений. Поэтому разработка новых методов автоматизации процессов создания психологических портретов является необходимой задачей.

Для повышения эффективности учебного процесса следует при его планировании, организации и управлении учитывать как особенности и характерные качества преподавателей, так и типологию личности обучаемых.

Важнейшие черты современных студентов (ответственность, мотивация к процессу, результату обучения, успеху), полученные методом тестирования, рассмотрены в статье [12]. В источнике [81] приведены социально-психологические портреты современного студенчества, полученные методом анкетирования. Психолого-педагогический и социально-типический портреты современного преподавателя вуза представлены в статьях [90], [101]. Инструментарий составления портретов – анкетирование и опрос. Интересной темой являются представления студентов о современном преподавателе вуза [5], в том числе об идеальном преподавателе [87]. Исследователями рассматриваются личностные качества и социально-профессиональные компетенции. Важной проблемой оказывается организация взаимодействия участников образовательного процесса для повышения эффективности подготовки студентов [7]. Для этого следует построить математические модели согласования основных качеств субъектов учебного процесса. В работе [39] предложен метод количественной оценки качеств преподавателей и обучаемых с помощью теории нечетких множеств. В статье [60] разработана модель согласования портретов преподавателей и обучаемых. В исследовании [63] для определения степени согласования интересов индивидуумов используется аппарат теории формальных грамматик, а в источнике [45] – методы теории многоуровневых иерархических систем.

Данные о численной оценке качеств преподавателей и студентов, наиболее значимых для их эффективного взаимодействия, приведены в статье [105]. Эти данные получены на основе анкетирования 408 студентов и 144 преподавателей и аспирантов региональных вузов.

Большое внимание взаимодействию преподавателей и обучаемых уделяется за рубежом. Эта область исследований считается новой, важной и недостаточно исследованной [153]. Обзор основных проблем и достижений зарубежных ученых по данной проблеме изложен в статье [154]. Особенности и роль личности преподавателя в образовательном процессе рассмотрены в статье [159].

Количественные оценки взаимодействия преподавателей и обучаемых в разнообразных условиях динамичного учебного процесса могут быть получены методом математического моделирования, но в настоящее время эта проблема еще мало изучена.

Целью данного параграфа является разработка методов и моделей согласования портретов преподавателей и обучаемых. Для решения этой задачи применяется аппарат векторного описания характеристик портрета и его матричное представление.

2.4.1. Векторные характеристики портрета

Основные качества преподавателей – компетентность, умение объяснять материал, честность, объективность, трудолюбие, культура общения и т. д. К характеристикам обучаемых относятся интеллектуальность, эрудированность, креативность, трудолюбие, дисциплинированность, способность к самооценке и др. [106].

Качества преподавателей и обучаемых оцениваются путем тестирования, анкетирования и мнений экспертов, в роли которых могут выступать сами преподаватели и обучающиеся, психологическая служба и руководство учебной организации.

С помощью метода экспертных оценок формируются коллективные оценки качеств преподавателей (П) и учащихся (У).

В соответствии с определенными шкалами, согласно вопросам анкетирования данного П с учетом мнения данного У и анкетирования данного У с учетом мнения данного П, составляются векторы α(П) и α(У). Координаты α(П) представляют собой численное выражение (оценку) качеств данного П данным У. Аналогично вектор α(У) дает численную оценку качеств данного У в восприятии данного П.

Векторные портреты П и У можно сравнивать с эталонными портретами (векторами нормы). Координаты этих векторов рассматриваются, например, как средние арифметические мнения всех учащихся и сотрудников данного учебного заведения относительно того, как они оценивают качества П и У. За эталонные координаты также можно принять максимальные значения шкалы оценивания. В случае совпадения длин векторов важную роль играет отклонение вектора от эталона. В этом случае сравниваются скалярные произведения одного и другого вектора с эталоном.

Пусть $\alpha_н$(П) и $\alpha_н$(У) – соответствующие векторы нормы. Сравнивая скалярные произведения α(П$_i$) · $\alpha_н$(П) для разных i, можно судить о качестве портрета α(П$_i$): чем больше скалярное произведение, тем выше качество портрета.

Если характеристики, включаемые в портрет, неравноправны между собой, то их численные оценки могут браться с соответствующими весовыми коэффициентами.

Возможен следующий подход. Если данное качество П плохо действует на данного У, то соответствующая координата в векторе α(У) обнуляется. Аналогично для вектора α(П). Если j-я координата соответствует качествам П и У, которые одновременно плохо действуют друг на друга, то произведение координат при формировании скалярного произведения берется со знаком «–». Тогда целесообразно считать более качественным портрет с большим скалярным произведением.

Векторные портреты α(П) и α(У) связаны с процессом получения и усвоения учебных фрагментов e данной дисциплины, поэтому рассматриваются векторы α(П, e) и α(У, e).

В общем случае координаты векторов α(П, e) и α(У, e) меняются со временем, в частности при переходе от одного изучаемого фрагмента к другому, т. е. α(П, e) = α(П, e)(t) и α(У, e) = α(У, e)(t). Фиксируя моменты перехода к изучению следующего учебного фрагмента дисциплины, для П и У получаем сетевые графики, узлы которых представляют собой точки α(П, e)(t_k) и α(У, e)(t_k) в моменты времени t_k $(k=\overline{1,n})$, дуги соответствуют изучаемому учебному фрагменту. Нагрузке по дуге соответствует, например, время изучения данного фрагмента данным учащимся либо балл, полученный при изучении этого фрагмента.

Такое представление динамического портрета качеств П и У дает возможность изменять оценки этих качеств в соответствии с правилами расчета сетевого графика, а также определения пропускной способности транспортной сети.

Одной из важных задач организации учебного процесса является создание благоприятного микроклимата в учебной группе с точки зрения согласования портретов преподавателя и учащихся. В качестве меры согласованности портретов могут использоваться разные критерии, например линейное отклонение координат портрета, косинус угла между векторами, Евклидово расстояние между портретами и другие меры расстояния.

2.4.2. Матричная модель портрета

По аналогии с линейной моделью обмена [96, с. 90] предлагается матричная модель согласования портрета преподавателя и учащихся. В портрет включим *n* характеристик, имеющих веса (x_1, x_2, …, x_n). Структурная матрица согласования портретов имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

Обозначим доли выигрышей от согласования a_{ij} $(i, j = \overline{1, n})$, при этом $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} = 1$ $(j = \overline{1, n})$. При согласовании выигрыш по каждой характеристике

$$p_i = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n. \quad (2.9)$$

Выигрыш от согласования должен быть больше веса характеристики:

$$p_i \geq x_i \ (i = \overline{1, n}),$$

из которого, как показано в работе [96], следует матричное уравнение

$$A\ \overline{x} = \lambda\ \overline{x}, \quad (2.10)$$

где *A* – структурная матрица; $\overline{x}$ – искомый вектор $\overline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$; λ – собственное число матрицы, $\lambda = 1$.

От матричного уравнения переходим к системе линейных уравнений, которую можно решить, например, методом Гаусса. Получаем пропорции характеристик.

Заметим, что матрица *A* должна быть квадратной. Если это не так, вводим дополнительные качества (могут быть фиктивными, т. е. нулевыми элементами структурной матрицы) или дополнительных учащихся (могут быть фиктивными, с нулевыми координатами в структурной матрице).

Полученные отношения по согласованию портретов следует учитывать при организации и проведении учебного процесса.

Рассмотрим ***примеры***. К качествам преподавателей и студентов, значимым для эффективного взаимодействия, в статье [105] отнесены тридцать две характеристики. Выберем среди них пять: объективность, доброжелательность, эрудицию, добросовестность и требовательность. Для этих характеристик на основе данных, приведенных в статье [105], векторы средних значений (по десятибалльной шкале) α(П) = (7,86; 8,6; 9,0; 8,19; 6,9); α(У) = (7,38; 7,0; 6,63; 8,0; 8,38). Следовательно, имеем векторные портреты П и У. При этом чем большие значения принимают координаты вектора, тем качественнее портрет. Портреты можно сравнивать по значению модуля вектора. Так, для рассматриваемого примера $|\alpha(П)| = 18{,}21$, $|\alpha(У)| = 16{,}78$.

Проанализируем следующий пример. По оценкам студентов получены портреты двух преподавателей: $\alpha(П_1) = (8; 9; 8; 9; 7)$, $\alpha(П_2) = (9; 8; 7; 8; 9)$. Если $\alpha_н(П) = (7{,}86; 8{,}6; 9{,}0; 8{,}19; 6{,}9)$, то $\alpha(П_1) \cdot \alpha_н(П) = 334{,}29$, $\alpha(П_2) \cdot \alpha_н(П) = 323{,}26$, т. е. портрет первого преподавателя лучше. При $\alpha_н(П) = (10; 10; 10; 10; 10)$ скалярные произведения будут следующими: $\alpha(П_1) \cdot \alpha_н(П) = 410$, $\alpha(П_2) \cdot \alpha_н(П) = 400$. Таким образом, при изменении вектора нормы ранжирование портретов не меняется.

Аналогичные рассуждения и выводы справедливы также для $\alpha(У_i)$.

Обобщенный портрет для данных П и У можно охарактеризовать скалярным произведением $\alpha(П) \cdot \alpha(У)$ при использовании портретов для координат $\alpha(П)$ и $\alpha(У)$.

Для примера: $\alpha(П)\alpha(У) = 7{,}86 \cdot 7{,}38 + 8{,}6 \cdot 7{,}0 + 9{,}0 \cdot 6{,}63 + 8{,}19 \cdot 8{,}0 + 6{,}9 \cdot 8{,}38 = 317{,}52$.

Метод решения задачи согласования портрета преподавателя и учащихся рассмотрим на следующем примере. Пусть имеется четыре учащихся. В портрет включим четыре характеристики: объективность (B_1), добросовестность (B_2), внимательность (B_3) и самокритику (B_4). По данным статьи [12], черты преподавателя $\alpha(П) = (7{,}86; 8{,}19; 7{,}76; 6{,}43)$. Допустим, портреты четырех учащихся имеют вид: $\alpha(У_1) = (7{,}61; 7{,}94; 7{,}51; 6{,}18)$; $\alpha(У_2) = (7{,}74; 7{,}94; 7{,}64; 5{,}93)$; $\alpha(У_3) = (7{,}53; 7{,}86; 7{,}76; 6{,}1)$; $\alpha(У_4) = (7{,}61; 7{,}94; 7{,}51; 6{,}18)$.

Построим структурную матрицу согласования портретов преподавателя и учащихся. Для этого используем абсолютную величину разности между вектором преподавателя и векторами учащихся: первый столбец – $|\alpha(П) - \alpha(У_1)|$; второй – $|\alpha(П) - \alpha(У_2)|$; третий – $|\alpha(П) - \alpha(У_3)|$; четвертый – $|\alpha(П) - \alpha(У_4)|$, т. е.

$$A = \begin{matrix} 1/4 & 1/8 & 1/3 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/3 & 1/4 \\ 1/4 & 1/8 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \end{matrix}.$$

Первый столбец показывает степень согласования характеристик учащегося $У_1$ с характеристиками преподавателя: в первой строке – с характеристикой B_1; во второй – с B_2; в третьей – с B_3; в четвертой – с B_4. Второй столбец отражает степень согласования характеристик учащегося $У_2$ с соответствующими характеристиками B_1, B_2, B_3, B_4 преподавателя и т. д.

В результате согласования характеристика преподавателя B_i получает некоторый выигрыш x_i $(i=\overline{1,4})$, который равен $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j$, где a_{ij} – элемент структурной матрицы. Переменные x_i могут иметь разное смысловое содержание (в вузе – выигрыш по баллам, рейтингу или времени усвоения материала учащимися). Также может рассчитываться комплексный показатель выигрыша, который учитывается при планировании учебной, методической, научной и воспитательной работы.

Требуется определить пропорции (x_1, x_2, x_3, x_4), при которых собственное число матрицы A будет равно 1. В этом случае будут сбалансированы характеристики в учебной группе.

Алгоритм решения задачи:

1. Записываем основное матричное уравнение (2.10), в котором

$$\lambda = 1,\ \overline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}.$$

От матричного уравнения переходим к системе:

$$\begin{gathered}
(1/4-1)\,x_1 + 1/8\,x_2 + 1/3\,x_3 + 1/4\,x_4 = 0, \\
1/4\,x_1 + (1/4-1)\,x_2 + 3x_3 + 1/4\,x_4 = 0, \\
1/4\,x_1 + 1/8\,x_2 - x_3 + 1/4\,x_4 = 0, \\
1/4\,x_1 + 1/2\,x_2 + 1/3\,x_3 + (1/4-1)\,x_4 = 0.
\end{gathered}$$

2. Решая систему линейных уравнений, например методом Гаусса, получим равенства:

$$x_1 = 0{,}7c,\ x_2 = 0{,}8c,\ x_3 = 0{,}525c,\ x_4 = c,$$

где c – положительное действительное число.

Если искомый вектор $\overline{x}$ будет содержать нулевые или отрицательные координаты, это означает, что при исходных данных не удается сбалансировать проявление рассматриваемых характеристик у данных учащихся.

Таким образом, в учебной группе возможно согласование портретов. Оно получается для вектора $\overline{x}$ = (0,7c; 0,8c; 0,525c; c). Полученный результат означает, что проявление четырех характеристик должно соответствовать отношениям $\overline{x} = \frac{7}{10} : \frac{4}{5} : \frac{105}{200} : 1$. Переходя к целым числам, получаем $x_1 : x_2 : x_3 : x_4$ как 140 : 160 : 105 : 200, т. е. при работе с данными четырьмя учащимися наибольший результат связан с характеристикой преподавателя B_4, наименьший – с B_1.

Расчет оптимального соотношения качеств участников учебного процесса позволяет определить степень согласования их интересов в группе и определить пути ее увеличения. Это поможет улучшить качество обучения за счет ликвидации или сглаживания конфликтных ситуаций, оптимального распределения часов лекций и практических занятий, определения сроков проведения контрольных мероприятий, формирования индивидуальных траекторий обучения студентов.

Разработанные методы и модели могут быть использованы не только в образовательном процессе, но и при формировании различных коллективов – исполнителей совместной работы в любых сферах деятельности (организационно-управленческих, производственных, научных или творческих).

§ 2.5. Метод оценки качеств учащихся и преподавателей с помощью теории нечетких множеств

При оценивании качеств учащихся и преподавателей всегда возникает вопрос «как наиболее достоверно описать такие нечеткие понятия, как требовательность, уверенность, показатель самооценки и т. п.?», поскольку люди оценивают эти характеристики по-разному. Один из подходов заключается в применении нечетких множеств [16, 39, 135]. Например, рассмотрим категорию «требовательность». Сначала задается шкала с указанием в выбранном масштабе наибольшего и наименьшего значений данного показателя. Затем на этой шкале произвольно выбираются отдельные значения и оценщикам по отдельности предлагается для каждого из этих значений определить функцию принадлежности. Например, оценщик под номером $i\,(i=\overline{1,m})$ по шкале [0, 1] для выбранных значений $x_j\ (j=\overline{1,n_i})$ определил функцию принадлежности $\mu_i(x_j)$, равную некоторому значению a_{ij}. Согласно определению $0 \le \mu_i(x_j) \le 1$. Тогда в соответствии с теорией нечетких множеств обобщенная оценка этих m экспертов для каждого значения x_j рассматриваемого качества определится как

$$a_{i_s j} = \min_i a_{ij}, \tag{2.11}$$

где $1 \le s \le m$.

После этого ищется средняя арифметическая взвешенных значений $a_{i_s j}$ по всем $j=\overline{1,n_s}$. Веса определяются согласно мнению экспертов. Такое оценивание осуществляется относительно каждого из перечисленных выше качеств. Тогда каждую из функций П в правой части равенства (2.11) можно рассматривать как среднюю арифметическую взвешенную полученных оценок двадцати трех показателей для преподавателей. Аналогично определяются функции для учащихся.

Поскольку оценщики отличаются друг от друга разным опытом, для учета этого обстоятельства вводятся функции принадлежности типа:

$$\gamma(x,a,b)=\begin{cases}0 \text{ для } x \le a,\\ \dfrac{x-a}{b-a} \text{ для } a<x \le b,\\ 1 \text{ для } x>b;\end{cases} \qquad t(x,a,b,c)=\begin{cases}0 \text{ для } x \le a,\\ \dfrac{x-a}{b-a} \text{ для } a<x \le b,\\ \dfrac{c-x}{c-b} \text{ для } b<x \le c,\\ 0 \text{ для } x>c,\end{cases} \tag{2.12}$$

где a – минимальный элемент множества, характеризующего данное свойство; b – максимальный элемент этого множества для функции γ; для функции t элемент b промежуточный, c – максимальный.

Например, если оценщик неопытный, можно считать, что оценок у него подобных показателей не более двух, а если опытный – более девяти. Тогда функция принадлежности множеству A = {опытный оценщик} будет иметь вид функции γ при a = 2, b = 9. Если оценщик производит данное оценивание, например, в седьмой раз, то степень принадлежности его классу A составляет $(7-2)/(9-2)=5/7$.

Степень принадлежности классу $\overline{A}=\{\text{неопытный оценщик}\}$ будет равна $\frac{2}{7}$. Весовые коэффициенты показателей, полученных в результате экспертного оценивания, везде умножаются на соответствующие функции принадлежности множеству A = {опытный оценщик}

Кроме средней оценки каждого качества можно определить его максимальное и минимальное значения (согласно мнению m оценщиков) соответственно по формулам:

$$\max_j \min_i a_{ij};\ \min_j \min_i a_{ij}, \tag{2.13}$$

где $i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n_i}$.

Такие оценки определяются для всех рассмотренных качеств. Тогда каждый коэффициент П в правой части выражения (2.11) будет удовлетворять неравенству, левая часть которого равна взвешенной сумме нижних границ соответствующих показателей, а правая часть – взвешенной сумме верхних границ, определяемых из выражений (2.13).

Обобщенный показатель П будет задаваться неравенством, полученным в результате взвешенного суммирования четырех неравенств для коэффициентов правой части равенства (2.11). Аналогичную оценку можно получить для обобщенного показателя учащегося (см. формулу (2.12)).

Ткаим образом, мы исследовали метод описания психолого-педагогических портретов преподавателя и обучаемого, в том числе для нечетко сконструированных категорий личностных характеристик. Данный метод может быть использован для создания благоприятной психологической обстановки в учебном процессе.

ГЛАВА 3
МЕТОДЫ И МОДЕЛИ КОММУНИКАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

§ 3.1. Моделирование барьеров в образовательных коммуникациях

В жизни каждого человека и общества постоянно возникают различные барьеры: природные, техногенные, социальные (делового общения, правовые, этнокультурные, атрибутивные), экономические (торговые, отраслевые, административные), защиты физических объектов и т. д. Некоторые из них имеют вид катастроф и «обвалов» (войны, экономические кризисы, революции, крушение личности и т. п.).

С превращением общества в информационное все чаще возникают различные *барьеры коммуникации*, например технические, связные, языковые, культурные, межличностные, а также барьеры восприятия, неосведомленности, непонимания и т. д. Частным случаем барьеров коммуникации являются барьеры в учебном процессе, которым посвящен данный параграф.

Под *барьером*, не углубляясь в социально-психологические аспекты данного определения, будем понимать препятствие, которое необходимо преодолеть с помощью разных способов и приемов.

Актуальность решения проблемы преодоления барьеров в учебном процессе обусловлена охватом участников (школьников [2, 100], студентов [8], магистров [120] и аспирантов), а также важностью решения психолого-познавательных проблем обучения.

Для преодоления барьеров предлагаются прежде всего психолого-педагогические методы: продуктивное взаимодействие субъектов образовательного процесса [2]; групповой подход [85, 120]; индивидуализация траекторий обучения на базе новейших информационных технологий [88]; использование показателей ценностей по фазам жизненного цикла проекта [129].

Перспективным средством выявления и преодоления познавательных барьеров в обучении считаются информационные технологии [126], для использования которых необходимо решить вопросы, связанные с построением соответствующих моделей. Однако, несмотря на многообразие барьеров, практически нет разработанных моделей их преодоления. Среди используемых методов следует отметить графовые [136] и оптимизационные модели [64].

3.1.1. Барьеры в учебном процессе

Рассмотрим барьеры восприятия обучаемыми учебного материала, преодоление которых повышает эффективность учебного процесса. Барьеры восприятия информации проявляются не только в недостаточном усвоении обучаемыми учебного материала, но иногда и в полном невосприятии ими некоторых дисциплин, что может сформировать неблагоприятную психологическую обстановку в учебном заведении.

Примерами барьеров в образовательном процессе выступают школьные (предмет не преподавался или преподавался плохо), психологические («не могу знать математику», «я гуманитарий»), личностные («нет времени на учебу»), барьеры здоровья (проблемы обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья), трудностей взросления, социализации, формирования личности и т. д. О барьере противопоставления математического и гуманитарного мышления хорошо написал выдающийся математик В.А. Успенский [133].

Важным средством преодоления учебных барьеров является выполнение общих правил организации эффективных коммуникаций:

1) полное понимание содержания сообщения его автором;
2) способность и готовность к повторению и разъяснению сообщения;
3) открытость, готовность выслушать;
4) допущение возможности искажения сообщения;
5) конкретность и понятность сообщения;
6) отсутствие излишней эмоциональности в процессе коммуникации;
7) учет особенностей стороны, принимающей сообщение;
8) допущение непонимания и категорического невосприятия передаваемой информации;
9) своевременность сообщения и его адекватность по отношению к ситуации;
10) способность понимать, принимать и учитывать точку зрения собеседника и адаптироваться к ней;
11) культура общения, стремление к взаимопониманию и конструктивному сотрудничеству;
12) надежность, доходчивость и простота передаваемой информации;
13) стремление понять сильные и слабые стороны друг друга.

С точки зрения организации и управления учебным процессом можно сформулировать общие принципы эффективной коммуникации в этой области:

1) учебный материал должен обладать ясностью, т. е. быть изложен такими средствами и доведен до обучаемых таким образом, чтобы они его поняли и освоили;
2) управленческое сообщение должно способствовать установлению взаимопонимания между участниками учебного процесса (преподавателями и учащимися);
3) необходимо использовать неформальное общение: наиболее эффективной коммуникация будет тогда, когда преподаватель применяет психолого-педагогические приемы в неучебное время в дополнение к основным каналам коммуникации.

Соблюдение указанных принципов и правил способствует преодолению барьеров в учебном процессе.

3.1.2. Математическая модель барьера

Одной из групп методов преодоления барьеров является исследование и описание их структуры. По итогам разрабатываются управленческие воздействия. Такие методы могут быть созданы на основе специальных математических моделей барьеров.

Рассмотрим на примере один из барьеров учебного процесса – сложность усвоения программы учебного курса. На оси $0x$ будем последовательно откладывать часы изучения данного курса согласно тематическому плану. Пусть $Q(t)$ – затраты на получение знаний, определяемые через время изучения конкретного материала в зависимости от сложности тематики.

По оси $0y$ будем откладывать высоту $h(t) = Q(t) / t$. Предположим, что на промежутке $(0, t_1)$ среднее значение $Q(t)$ постоянно и равно $t_1 \cdot h_0$. Пусть t_{max} – время окончания изучения данного курса и в промежутке (t_2, t_{max}) среднее значение $Q(t)$ представляет собой постоянную величину, равную $(t_{max} - t_2) \cdot h_0$.

В промежутке $[t_1, t_2]$ изучается материал, который требует от обучаемого (группы обучаемых) значительно больших временных затрат. Не нарушая общности, будем считать, что $h_0 = 0$, если это не так, опустим график $h(t)$ на h_0 единиц вниз. Примем, что порог имеет вид ступенчатой функции

$$\Pi(t) = \begin{cases} \varphi(t), & t_1 \le t \le t_1, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \tag{3.1}$$

В промежутке $[t_1, t_2]$ порог представляет собой криволинейную трапецию $ABCD$ (рис. 3.1).

В качестве характеристик барьера можно рассматривать:

1) положение на временной оси;
2) величину $\varphi(t)$;
3) продолжительность $(t_2 - t_1)$;
4) форму;
5) площадь (как площадь криволинейной трапеции $ABCD$);
6) периметр (как периметр криволинейной трапеции $ABCD$);
7) диаметр d;
8) толщину Δ.

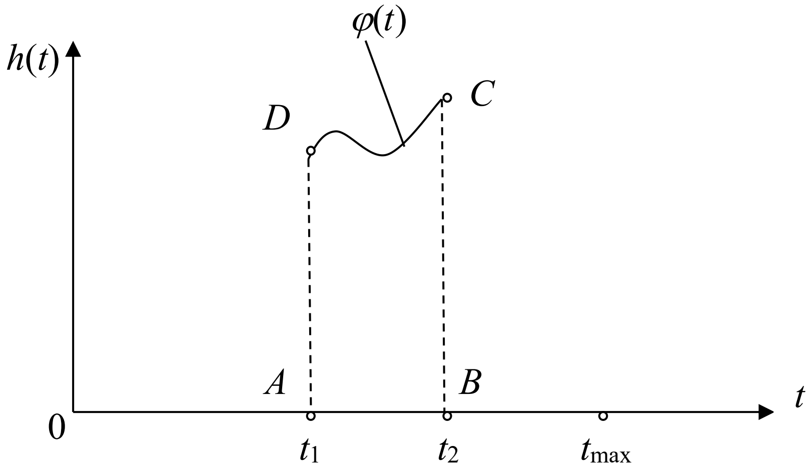


Рис. 3.1

Рассмотрим возможный подход к вычислению характеристик.

Диаметр и толщина определяются следующим образом [4]. Пусть $F \quad R^2$ и F – ограниченное, замкнутое, выпуклое множество, $\overline{n}$ – единичный вектор направления в R^2.

Опорной плоскостью для множества F в направлении вектора $\overline{n}$ называется плоскость $\alpha(\overline{n}) = \quad \overline{x} = (x_1, x_2) : \overline{x} \quad \overline{n} = H(\overline{n}) = \max\limits_{\overline{y} \ F} \{\overline{x} \quad \overline{y}\} = H$. Вектор $\overline{n} = (\cos\alpha, \sin\alpha)$ задается координатами. Функция $h(\alpha)$ = $H(\cos\alpha$, $\sin\alpha)$ называется опорной функцией множества F в направлении α. Ширина выпуклого множества F в направлении $\overline{n}$ определяется как

$$\mathrm{B}(\overline{n}) = H(\overline{n}) + H(-\overline{n}) = h(\alpha) + h(\pi + \alpha)\,. \qquad (3.2)$$

Диаметром выпуклого множества F называется $d = \max\limits_{|\overline{n}|=1} B(\overline{n})$. Толщиной Δ выпуклого множества F называется $d = \min\limits_{|\overline{n}|=1} B(\overline{n})$.

Рассмотрим подход к формированию управляющего воздействия для уменьшения и сглаживания барьера на основе *прямой и обратной изопериметрических задач Дидоны*.

Для успешного преодоления барьера следует использовать управляющие воздействия, к которым относятся консультации, в том числе индивидуальные, дополнительные задания, внеплановые контрольные работы, личные беседы и т. д. За счет управляющего воздействия либо со стороны самого обучаемого, либо со стороны педагога барьер можно снизить.

Уменьшение площади или периметра будем называть *снижением барьера*. Важная роль при преодолении барьера отводится его форме. Если барьер имеет форму прямоугольника или близкую к ней, это ведет сначала к резкому (обвальному) возрастанию усилий по его преодолению, и многие могут с этим не справиться. В конце интервала (t_1, t_2) происходит резкое падение усилий, что также сопряжено со стремительной адаптацией к новому (ослабленному) режиму работы. В связи с этим естественной является мобилизация усилий (в том числе воспитательного и психологического воздействия) в начальной и конечной стадии прохождения участка (t_1, t_2), чтобы не было скачков (при той же площади барьера). В качестве искомой формы можно было бы рассматривать равносторонний треугольник. Однако в этом случае функция $\varphi(t)$ является недифференцируемой в средней точке интервала (t_1, t_2). Периметр барьера в данном случае на основании решения изопериметрической задачи Дидоны не будет минимальным [3].

Если не рассматривать возможную неравномерность скорости преодоления барьера, то имеются задачи:

1) определения фигуры максимальной площади при заданном периметре;

2) нахождения фигуры минимального периметра при заданной площади.

Первая задача заключается в определении максимума функционала $I\left[\varphi(t)\right]=\int_{t_1}^{t_2}\varphi(t)dt$ с граничными условиями $\varphi(t_1) = 0$, $\varphi(t_2) = 0$ при фиксированном периметре $l=\int_{t_1}^{t_2}\sqrt{1+(\varphi'(t))^2}\,dt$ и является прямой задачей Дидоны, решением которой, как известно, выступает дуга окружности (рис. 3.2).

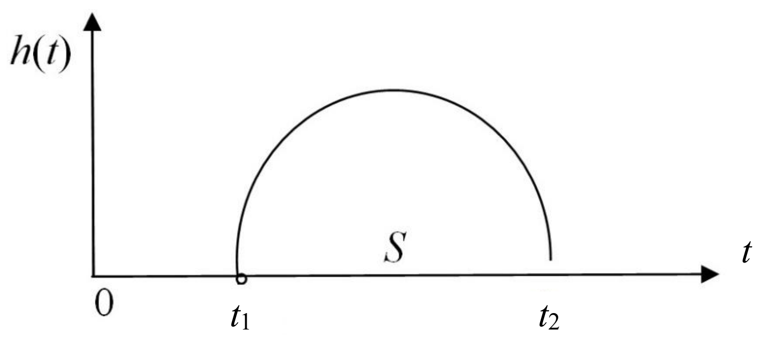


Рис. 3.2

Вторая задача является обратной задачей Дидоны, решением которой при заданной площади S выступает длина дуги l.

3.1.3. Практическое применение модели барьера в учебном процессе

Исследуем практическое применение данного метода, не нарушая общности, на конкретном примере. Сначала рассмотрим реализацию прямой задачи Дидоны. В Тверской государственной сельскохозяйственной академии студент технологического факультета Иванов с достаточно большим трудом освоил все темы до и после темы «Неопределенный и определенный интеграл», которая изучалась в промежутке времени (t_1, t_2). На каждую тему промежутков $(0, t_1)$ и $(t_2, t_{\max})$ было потрачено в среднем q_0 часов. Предварительно побеседовав с данным студентом, преподаватель выяснил, что тема «Интеграл» в гимназии не рассматривалась и представляет для учащегося очень трудный материал. В результате для данного студента работа была построена следующим образом.

Разобьем временной участок $[t_1, t_2]$ на пять частей: $t_1 = t_1^{(0)} < t_1^{(1)} < t_1^{(2)} < < t_1^{(3)} < t_1^{(4)} < t_1^{(5)} = t_2$, согласно времени, отводимому на изучение учебного материала:

1) лекция (Л1) «Неопределенный интеграл»;

2) практическое занятие (ПЗ1) «Вычисление неопределенного интеграла»;

3) лекция (Л2) «Определение определенного интеграла, свойства, вычисление»;

4) практическое занятие (ПЗ2) «Вычисление определенного интеграла»;

5) практическое занятие (ПЗ3) «Приложение определенного интеграла».

Получим формулу затрат Q_i на приобретение знаний, связанных с i-м параграфом ($i=\overline{1,5}$), используя прямую задачу Дидоны, которую можно рассматривать в двух вариантах. При первом все точки $t_1^{(i)}$ ($i=\overline{1,5}$) фиксированы, задача заключается в отыскании площадей сегментов в промежутках (t_1^{i-1}, t_1^{i}) ($i=\overline{1,5}$) проделанной работы, в том числе полного объема в промежутке $[t_1, t_2]$. При втором варианте точки $t_1^{(i)}$ ($i=\overline{1,5}$) не фиксированы и подлежат определению на основе коэффициентов сложности соответствующего учебного материала. Решение обеих задач сводится к определению формулы дуги окружности (см. рис. 3.2), если известны ее длина, равная l, и промежуток $[t_1, t_2]$. Перейдем к рис. 3.3, на котором изображен сектор, центральный угол которого равен α, расстояние между точками t_1 и t_2 (длина хорды) – a, стрела сегмента – c. Радиус окружности обозначим через r.

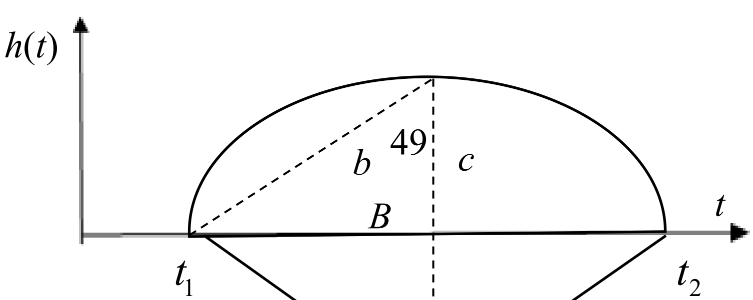


Рис. 3.3

Заданы t_1, t_2, l. Найдем выражение для радиуса r окружности с центром в точке A. В работе [11] приведена формула выражения l через a и c:

$$l = \sqrt{a^2 + \frac{16}{3}c^2}. \tag{3.3}$$

Так как $a = t_2 - t_1$, то $c = \frac{t_2 - t_1}{2} \operatorname{tg}\frac{\alpha}{4}$. С применением тригонометрических формул получим

$$r = \frac{1}{8\sqrt{3}} \frac{(t_2 - t_1)^2 + 3l^2}{\sqrt{l^2 - (t_2 - t_1)^2}}. \tag{3.4}$$

Центром окружности является точка $A\left(\frac{t_2 - t_1}{2}, -AB\right)$, где $AB = \sqrt{r^2 - \frac{(t_2 - t_1)^2}{4}}$.

Напишем уравнение окружности:

$$h(t) = \sqrt{r^2 - \left(t - \frac{t_2 - t_1}{2}\right)^2} - AB. \tag{3.5}$$

Рассмотрим первый вариант. На основе выражения (3.5) получим

$$\begin{aligned} Q_i &= \int_{t_1^{(i-1)}}^{t_1^{(i)}} \left(\sqrt{r^2 - \left(t - \frac{t_1 + t_2}{2}\right)^2} - AB \right) dt + h_0 \left(t_1^{(i)} - t_1^{(i-1)}\right) = \\ &= \int_{t_1^{(i-1)}}^{t_1^{(i)}} \sqrt{r^2 - \left(t - \frac{t_1 + t_2}{2}\right)^2}\, dt + (h_0 - AB) \left(t_1^{(i)} - t_1^{(i-1)}\right). \end{aligned} \tag{3.6}$$

При вычислении интеграла сначала делается замена $S = t - \frac{t_1 + t_2}{2}$, затем осуществляется интегрирование по частям. В результате получим

$$Q_i = \frac{1}{2}\left[\left(t_1^{(i)} - \frac{t_1+t_2}{2}\right)\sqrt{r^2 - \left(t_1^{(i)} - \frac{t_1+t_2}{2}\right)^2} - \right.$$

$$- \left(t_1^{(i-1)} - \frac{t_1+t_2}{2}\right)\sqrt{r^2 - \left(t_1^{(i-1)} - \frac{t_1+t_2}{2}\right)^2} + \tag{3.7}$$

$$\left. + r^2 \arcsin\left(\frac{2t_1^{(i)} - t_1 + t_2}{2r}\right) - r^2 \arcsin\left(\frac{2t_1^{(i-1)} - t_1 + t_2}{2r}\right)\right] +$$

$$+(h_0 - AB)\,(t_1^{(i)} - t_1^{(i-1)}).$$

Обратим внимание, что наибольший объем мероприятий, согласно рис. 3.3 и делению временного промежутка $[t_1, t_2]$ на части, должен приходиться на средний промежуток этого участка, когда навыки вычисления неопределенного интеграла приобретаются с использованием методов подстановки и интегрирования по частям (т. е. вторая половина практических часов по неопределенному интегралу). Кроме того, наибольший объем отводится также лекции по определенному интегралу, поскольку данный материал трудно усваивается и предполагает высокий уровень абстракции.

Рассмотрим числовой ***пример.*** Пусть $t_1 = 0$ часов, $t_2 = 12$ часов, длина дуги $l = 14$. Найдем общий объем Q проделанной работы в промежутке $[t_1, t_2]$. Согласно предложенному методу производим следующие расчеты:

1) $\mathrm{tg}\frac{\alpha}{4} = 0{,}52$;

2) $r = 7{,}48$;

3) $c = 3{,}12$;

4) $AB = 4{,}36$;

5) Q вычисляем по формуле (3.6) для границ $t_1 = 0$, $t_2 = 12$ и при $h_0 = 2$, т. е. $Q = 46{,}91$.

Аналогично при $t_0 = 0$, $t_1 = 2$, $t_2 = 6$, $t_3 = 8$, $t_4 = 10$, $t_5 = 12$ (т. е. на ПЗ1 отводится 4 часа, а на Л1, Л2, ПЗ3 и ПЗ4 – по 2 часа) находим $Q_1 = 5{,}58$; $Q_2 = 17{,}87$; $Q_3 = 9{,}53$; $Q_4 = 8{,}35$; $Q_5 = 5{,}58$.

Таким образом, внеаудиторная работа данного обучаемого должна составить порядка 47 часов (по программе этот объем равен 16 часам). Следовательно, для слабоподготовленных обучаемых должна быть другая расчасовка по темам и дисциплинам.

Составляющие данной работы (индивидуальные консультации, задания и т. д.) оцениваются согласно их важности, и с помощью метода из статьи [28] находятся оптимальные количества этих мероприятий.

С каждым обучаемым по каждой теме можно связать характеристический коэффициент c (стрелу сегмента), который характеризует максимальную высоту барьера, рассматриваемого в виде сегмента. По данному значению c с использованием формул (3.3)–(3.7) находятся соответствующие значения Q, Q_i $(i=\overline{1,5})$ и оптимальные количества необходимых мероприятий.

Итак, по формуле (3.7) определяем время, потраченное на изучение указанных выше параграфов, которое эквивалентно объему соответствующих управляющих воздействий. По данной формуле решаем задачу первого варианта. Для второго варианта вычисляем общую площадь под дугой по формуле (3.7) при $t_1^{(5)} = t_2$ и $t_1^{(0)} = t_1$. Из статистических данных, например по результатам опроса экспертов, определяем коэффициенты k_i $(i=\overline{1,5})$ изучения каждого из перечисленных выше параграфов. Отсюда находим величину $Q_i(t)$ по формуле

$$Q_i(t) = Q\frac{k_i}{\sum_{i=1}^{5} k_i} \quad (i=\overline{1,5}). \tag{3.8}$$

Затем с применением формул (3.7) и (3.8) сначала для $i = 0$ высчитываем значение $t_1^{(1)}$, подставляем его в формулу (3.7) вместо $t_1^{(i-1)}$ и находим $t_1^{(2)}$. Далее весь процесс повторяется.

При использовании обратной задачи Дидоны по заданной площади S, которая интерпретируется как потраченное время Q на участке $[t_1, t_2]$, надо найти соответствующую длину дуги l для определения радиуса r окружности. Для этого воспользуемся формулами из работы [11]:

$$S = \frac{1}{2}\left[lr - a(r-c)\right]; \tag{3.9}$$

$$l = \frac{8b-a}{3}; \tag{3.10}$$

$$l = \sqrt{a^2 + \frac{16}{3}c^2}, \tag{3.11}$$

где S – площадь сегмента; $a = t_2 - t_1$; $c = \frac{a}{2}\ \mathrm{tg}\frac{\alpha}{4}$; $b = \sqrt{\frac{a^2}{4} + c^2}$.

Из выражений (3.10) и (3.11) находим c и l, выраженные через t_1 и t_2, т. е. это будут некоторые константы d и e, которые из-за громоздкости в явном виде записывать не будем. Найденные значения подставляем в формулу (3.9), откуда определяем r как функцию S, t_1 и t_2:

$$r = \frac{S - (t_2 - t_1)b}{\frac{1}{2}a - t_2 + t_1}. \tag{3.12}$$

Далее выводим формулу окружности и повторяем алгоритм прямой задачи Дидоны.

Таким образом, были сформулированы общие правила организации эффективных коммуникаций, в том числе при организации и управлении учебным процессом. Рассмотрен такой барьер в учебном процессе, как сложность усвоения учебного курса. На конкретном примере изучен подход к формированию управляющего воздействия для уменьшения и сглаживания барьера. Оптимальным вариантом является дуга окружности, площадь под которой равна общему времени, потраченному на изучение трудного для усвоения учебного материала. Введен коэффициент, характеризующий максимальную высоту барьера.

Применение предлагаемого метода снижения барьеров возможно не только в учебном процессе, но и в других областях человеческой деятельности.

§ 3.2. Оценка полезности коммуникаций в зависимости от психологических характеристик индивида

В данном параграфе введем определение полезности коммуникаций, которая рассматривается в зависимости от психологических характеристик индивида. Дадим понятия резервной и страховой информации, являющиеся важными характеристиками коммуникационного отношения, предложим метод нахождения оптимальной величины страховой информации.

Оптимальные задачи, связанные с обменом информацией, являются одними из самых важных в области коммуникаций.

Вопросы, связанные с классификацией индивидуумов согласно их функции полезности, рассмотрены, например, в работе [86].

Основная цель данного параграфа заключается в описании полезности коммуникаций на основе отношения индивидуумов к риску. Для этого необходимо решить задачи:

1) определения полезности коммуникации, резервной и страховой информации;

2) разработки метода отыскания оптимальной величины страховой информации.

Процесс обмена информацией представляет собой развивающееся во времени отношение двух сторон: одна сторона в данный интервал времени передает информацию, другая принимает. Носителями информации могут быть слова, кадры фильма и другие источники, образующие поток информации и являющиеся его единицами.

Величину потока можно характеризовать по размеру, например количеством единиц потока за данный промежуток времени. Под воздействием различных факторов зачастую передаваемый поток доходит до стороны, принимающей данную информацию, частично, т. е. величина дошедшего потока уменьшается на некоторую величину. К примеру, в системе «преподаватель – учащийся» в процессе передачи информации с объемом D_1 от преподавателя к учащемуся с некоторой вероятностью p_1 возможна потеря информации в объеме L. В период передачи информации объема D_2 от учащегося к преподавателю также с вероятностью p_2 возможна потеря информации L_2 (неполное восприятие информации) вследствие нечетко сформулированных утверждений, нарушения логической последовательности, порядка связующих фрагментов и т. п.

В связи с вышесказанным необходимо использовать методы противодействия потере информации:

1) преподавателю рекомендуется 2–3 раза повторить основные фрагменты (не обязательно подряд, можно последовательными вставками);

2) преподавателю целесообразно в ходе изложения материала с определенной частотой задавать обучаемым вопросы с целью активизации в восприятии предлагаемого материала, а также выяснения процента усваивания;

3) преподаватель во время опроса учащегося должен путем наталкивающих вопросов помогать ему восстанавливать логическую последовательность и пробелы изложения, добиваться четкого понимания существа вопроса;

4) учащемуся рекомендуется в случае непонимания какого-либо фрагмента задавать вопросы, просить повторить непонятое;

5) учащиеся должны восполнять непонятое из соответствующих библиографических источников и т. д.

Таким образом, преподаватель и обучаемый должны обладать резервной информацией в объемах соответственно V^n и V^y для противодействия потере (восполнения) L_1 и L_2 соответственно. У преподавателя V^n состоит, например, из повторений ключевых моментов и сложных для понимания фрагментов, задавания вопросов для выяснения степени усваивания в период чтения лекции, а также во время опроса обучаемых. У учащихся V^y может включать в себя вопросы к преподавателю во время лекций, практических и лабораторных занятий, консультаций, вопросы к сокурсникам, понимающим данный материал, обращение к библиографическим источникам.

Итак, в результате перечисленных выше мероприятий 1–3 объем информации $D_1 - L_1$ может увеличиться на некоторую величину W^n. Эта информация называется страховой и является следствием резервной информации V^n. Отношение $\frac{V^n}{W^n} = \nu^n$ характеризует долю объема резервной информации в объеме W^n. В результате мероприятий 4, 5 объем $D_2 - L_2$ может увеличиться на некоторую величину W^y, соответствующая информация является следствием страховой информации V^y. Отношение $\frac{W^y}{V^y} = \nu^y$ характеризует долю объема страховой информации в объеме W^n.

Под воздействием различного рода факторов возможны два исхода изменения D_1. В результате первого (обозначим его x_1) происходит потеря информации в объеме L_1 и компенсация ее за счет страховой, увеличившей объем на величину $v^n W^n + W^n$, с вероятностью p_1 величина D_1 изменяется на величину $-L_1 + v^n W^n + W^n$. При втором исходе x_2 с вероятностью $1 - p_1$ не происходит ни потери информации, ни приобретения новой, просто D_1 увеличивается на соответствующий объем страховой информации.

Аналогичные исходы возможны также и при изменении D_2. При исходе y_1 с вероятностью p_2 объем D_2 изменяется на величину $-L_2 + v^n W^y +$ $+ W^y$, при исходе y_2 объем D_2 с вероятностью $1 - p_2$ изменяется на $v^y W^y$.

Среднюю полезность такого рода коммуникации для преподавателя запишем в виде

$$\overline{U}_1 = p_1 U_1(x_1) + (1 - p_1)\ U_1(x_2), \tag{3.13}$$

где $U_1(x)$ – функция полезности данного преподавателя с точки зрения передачи им информации данному обучаемому; x – определяемая оценка исхода, $x_1 = D_1 - L_1 + v^n W^n + W_1{}^n$, $x_2 = D_1 + v^n W^n$.

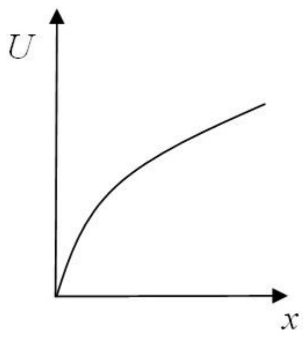
Среднюю полезность коммуникации для студента запишем как

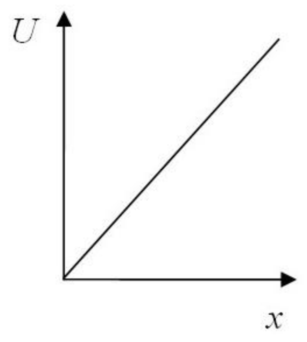
$$\overline{U}_2 = p_2 U_2(y_2) + (1 - p_2)\ U_2(y_2), \tag{3.14}$$

где $U_2(y)$ – функция полезности данного обучаемого по передаче им информации (своих знаний) преподавателю; y – ожидаемая оценка исхода, $y_1 = D_2 - L_2 + v^y W^y$, $y_2 = D_2 + v^y W^y$.

Функции полезности коммуникаций можно определять аналогично процедуре Неймана – Моргенштерна, описанной в работе [86], с привлечением психологических тестов. В связи с этим, как показано в исследовании [108], можно выделить основные типы личности: 1) не склонен к риску; 2) безразличен к риску; 3) склонен к риску; 4) объективное отношение к риску; 5) азартное отношение к риску; 6) осторожное отношение к риску; 7) отношение к риску бедняка; 8) отношение к риску богача; 9) заурядное отношение к риску; 10) выгодное отношение к риску; 11) отчаянное отношение к риску.

Функции полезности перечисленных психологических типов показаны на рис. 3.4–3.14 соответственно.





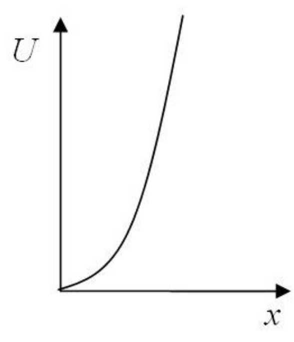
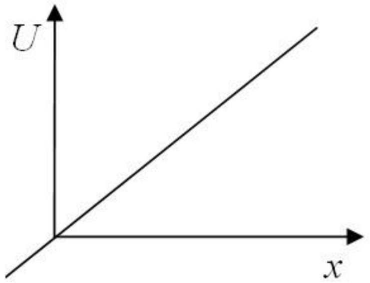
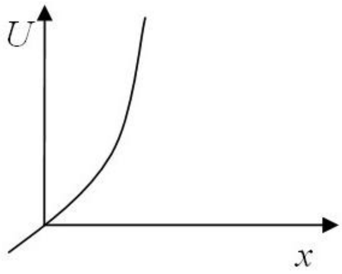


Рис. 3.4 Рис. 3.5 Рис. 3.6





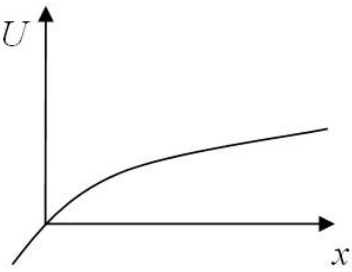
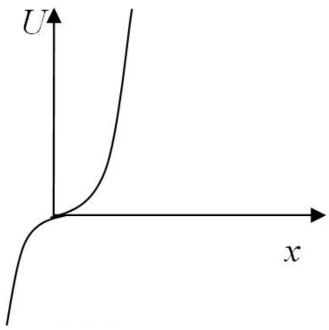
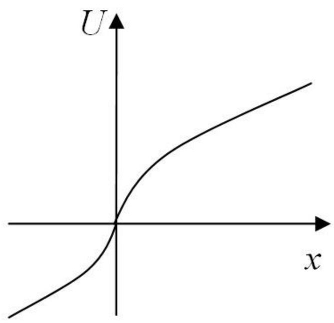


Рис. 3.7 Рис. 3.8 Рис. 3.9





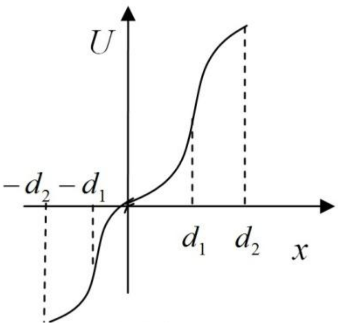
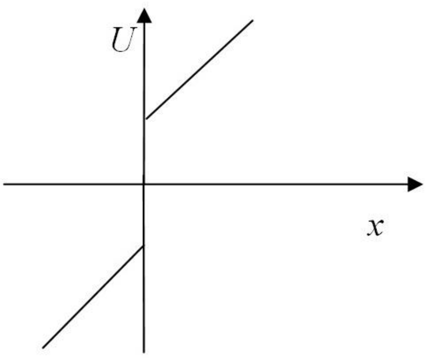


Рис. 3.10 Рис. 3.11 Рис. 3.12



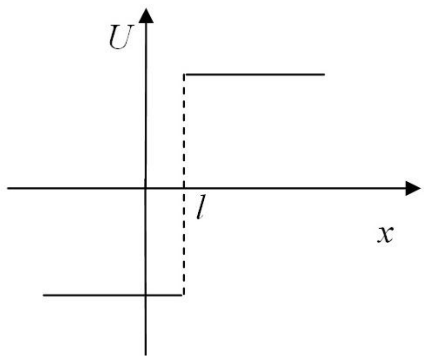


Рис. 3.13 Рис. 3.14

Согласно общепринятой терминологии несклонный к риску индивид имеет вогнутую функцию полезности, безразличный к риску – функцию в виде прямой линии, склонный к риску – выпуклую функцию, функция отношения к риску бедняка при $x \geq 0$ – выпуклая, при $x < 0$ – вогнутая, функция отношения к риску богача при $x < 0$ – выпуклая, при $x \geq 0$ – вогнутая, функция заурядного отношения к риску выглядит следующим образом: выпуклая – вогнутая – выпуклая – вогнутая.

В общем случае страховая информация W^n заключена в границах от W_1^n до W_2^n, при этом W_1^n и W_2^n могут совпадать. Аналогично W^y заключена в границах от W_1^y до W_2^y.

Одна из основных задач коммуникационных отношений заключается в определении оптимальной $w^n_{опт}$ ($w^y_{опт}$) величины W^n (W^y), которая максимизирует функцию полезности. Эту задачу можно решить с использованием алгоритма поиска наибольшего значения функции.

Особый интерес представляет случай, когда $p_1 = v^n$ и $p_2 = v^y$. Результаты получаются следующие.

1. Пусть рассматриваются зоны вогнутости функций полезностей U_1 преподавателя и U_2 учащегося, w_n^0 – стационарная точка значения W^n, w_y^0 – то же самое для W^y (стационарной является точка, в которой первая производная функции полезности равна нулю). Тогда если $w_n^0 = L \leq W_2^n$, то в промежутке вогнутости функции полезности ее наибольшее значение будет $\overline{U}_{1наиб} = \overline{U}_1\left(D + v^n \quad L\right)$, $w_{опт}^n = L$, аналогично $\overline{U}_{2наиб} = \overline{U}_2\left(D + v^y \quad L\right)$.

2. Если $L > W_2^n$ и $\overline{U}_1\left(W_1^n\right) \quad 0$, то $\overline{U}_{1наиб} = \overline{U}_1\left(W_2^n\right)$; если $L > W_2^n$ и $\overline{U}_1\left(W_1^n\right) < 0$, то $\overline{U}_{1наиб} = \overline{U}_1\left(W_1^n\right)$. Аналогично определяется $\overline{U}_{2наиб}$.

3. В зонах выпуклости функций полезностей U_1 и U_2 оптимальная величина объема страховой информации $w_{опт}^n = W_2^n$, $\overline{U}_{1наиб} = \overline{U}_1\left(W_2^n\right)$ при $\overline{U}_1\left(W_1\right) \quad 0$ и $w_{опт}^n = W_1^n$, $\overline{U}_{1наиб} = \overline{U}_1\left(W_1^n\right)$ при $\overline{U}_1\left(W_1\right) < 0$. Аналогично для учащегося.

4. В зонах линейной зависимости функций полезностей при $p_1 = v^n$ ($p_2 = v^y$) функция $\overline{U}_1\left(\overline{U}_2\right)$ не зависит от W, $w_{опт}^n = \min\left\{W_1^n, L\right\}$, ($w_{опт}^y = = \min\left\{W_2^y, L\right\}$).

Особый интерес функционирования рассмотренной системы представляет случай, когда $w_{опт}^n = w_{опт}^y$. Для упрощения выкладок допустим, что $\left[W_1^n, W_2^n\right] = \left[W_1^y, W_2^y\right]$, $\overline{U}_1\left(W_1^n\right) \quad 0$, $\overline{U}_2\left(W_1^y\right) \quad 0$, $W = L$ принадлежат отрезку $\left[W_1^n, W_2^n\right]$, l- параметр зависимости типа 11 (отчаянное отношение к риску) одинаков для S_1 и S_2. Для упрощения выкладок будем также считать, что параметры зависимости типа 9 (заурядное отношение к риску) одинаковые для S_1 и S_2. Тогда на основе алгоритма определения оптимального значения страховки для преподавателя S_1 и учащегося S_2 получим *матрицу оптимального страхования*, в которой через «вог» обозначены столбец и строка, для которых $U_c(y)$ вогнута на $[\alpha, \beta]$, через «вып» – то же самое для выпуклой на $[\alpha, \beta]$ функции $U_c(y)$:

	1	2	3	4	5	6	7 выл	7 вог	8 выл	8 вог	9 выл	9 вог	10	11
1	0	0	0	0	0	0	0	–	–	0	0	0	0	0
2		1	0	1	0	0	0	–	–	0	0	0	1	1
3			1	0	1	1	1	–	–	1	1	1	0	0
4				1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
5					1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
6						0	0	0	0	0	0	0	0	0
7 выл							1	–	–	1	1	1	0	0
7 вог								0	0	–	0	0	0	0
8 выл									1	–	1	1	0	0
8 вог										0	0	0	0	0
9 выл											1	1	0	0
9 вог												0	0	0
10													1	1
11														1

Аналогично строится матрица оптимального страхования для случаев:

1) S_1 и S_2 имеют разные параметры зависимости:

а) типа 9;

б) типа 11;

2) $[W_1, W_2] \quad [W_1^c, W_2^c]$;

3) $\overline{U}(W_1) \quad 0$.

Таким образом, в работе рассмотрено определение полезности коммуникации, введены понятия резервной и страховой информации, разработан метод поиска оптимальной страховой информации, что дает основания говорить о научной значимости и новизне исследования.

Полученные результаты могут с успехом использоваться также в области страхования, психологии, экологии, экономики и т. п.

§ 3.3. Моделирование волновой природы показателей учебного процесса

Задача структурного анализа показателей учебного процесса является актуальной для учебного процесса. В настоящее время идет активная разработка систем распознавания эмоционального состояния человека на основе нечетких систем и мягких вычислений [70], большое внимание уделяется системе функций контроля [145], оценке персонала [80]. В статье [55] рассмотрены эконометрические модели показателей качества учебного процесса, в статье [44] определена синергетическая основа формирования оценки показателей качества учебного процесса. В статье [36] предложен метод измерения (оценки) показателей, основанный на понятиях важности, объема и веса показателя.

При оценке и анализе показателей различной природы в настоящее время широкое распространение получили методы оценки нечеткой информации. Например, в статье [6] предложен метод оценки уровня компетентности обучающихся на основе логики антонимов.

В данном параграфе рассмотрен метод структурного описания изменения показателей, предполагающий использование функциональных нетерминальных символов управления и соответствующие метки терминальных цепочек, характеризующие изменение значения показателя. Сущность метода продемонстрирована на конкретном примере. Основные понятия теории формальных грамматик и языков взяты из работы [76]. Рассмотрена волновая природа показателей учебного процесса и динамики показателей с использованием интегралов Фурье, теории волн Эллиота [150]. Результаты получены для четкой и нечеткой информации.

Актуальность работы заключается в том, что всестороннее исследование показателей качества учебного процесса является одной из основных задач учебного процесса, а следовательно, и социального развития общества. Метод структурно-гармонического анализа применен впервые. Практическая значимость данного метода заключается в том, что он дает возможность, во-первых, представлять учебные показатели в различных формах, во-вторых, исследовать показатели в динамике, в-третьих, рассматривать совместное изменение показателей, в-четвертых, проводить анализ в условиях четкой и нечеткой информации.

3.3.1. Волновая природа показателей учебного процесса

Пусть X – некоторый показатель учебного процесса (например, балл успеваемости обучаемого или средний балл успеваемости группы учащихся, процент посещаемости занятий учащимся или средний процент посещаемости группы учащихся, показатель интеллекта (обучаемого или преподавателя), показатель интереса, величина ощущения и т. д.). Предположим, что в момент времени t_k значение показателя равно a_k, причем $k \leq n$ (рис. 3.15). Данные взяты из статьи [145], показатель X – средний балл успеваемости, по оси абсцисс откладывается время с дискретностью, составляющей две недели обучения.

Из анализа графика (рис. 3.15) видно, что в начале семестра заметна относительно невысокая успеваемость, которая возрастает к концу первого месяца обучения. Начальная невысокая успеваемость закономерна, она объясняется привыканием обучаемых к дисциплине, преподавателю, требованиям и т. п. Далее низкие оценки становятся мотивирующим фактором, который является причиной роста успеваемости на следующем этапе [145], в рассмотренном примере – к концу первого месяца и далее до максимального всплеска к середине третьего месяца (в первом семестре это первая половина ноября, во втором семестре – первая половина апреля, т. е. это период промежуточной аттестации).

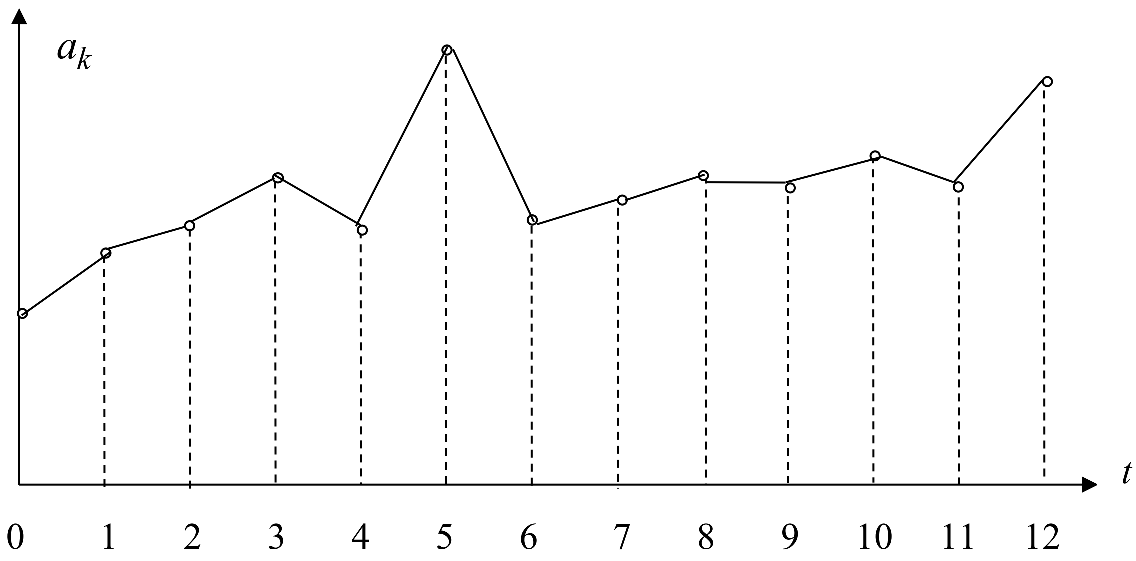


Рис. 3.15

После соответствующего напряженного периода высокие оценки демотивируют, а полученные в результате невысокие оценки опять мотивируют учащегося улучшить успеваемость. Таким образом, мы можем наблюдать волнообразный процесс.

Анализируя рис. 3.15, заметим, что на графике можно условно выделить восемь волн, подобных известным «волнам Эллиота» [150]: на участках (0, 3), (4, 5), (6, 8), (8, 10) имеем восходящие волны для первого (второго) семестра; на участках (3, 4), (5, 6), (8, 9), (10, 11) – нисходящие волны; участок (10, 11) соответствует либо началу второго семестра, либо началу следующего учебного года.

Мы рассмотрели пример волнообразного характера среднего балла успеваемости. Разумеется, для разных групп обучаемых графики будут различаться, но при этом иметь волнообразный характер.

Обоснованием волнового характера может служить колебательный характер зависимости среднего балла от мотивации. Эта зависимость построена на основе паутинной модели и аналогична зависимости объема усваиваемого материала от его сложности [35].

График (см. рис. 3.15) можно описать функциональной зависимостью вида

$$X(t) = a_{k-1} + \frac{(t - t_{k-1})\ (a_k - a_{k-1})}{t_k - t_{k-1}},\ t_{k-1} \quad t < t_k,\ k = \overline{1,n}. \tag{3.15}$$

Данную зависимость можно также описать с достаточной степенью точности при помощи эконометрической модели [55].

Параметры волн в модели Эллиота связаны друг с другом математическими отношениями, использующими золотую пропорцию $\varphi = 1{,}618$ и числа Фибоначчи. Проанализируем с этой точки зрения график на рис. 3.15. Имеем следующие значения (рассматривается первый семестр): $a_0 = 2$; $a_1 = 2{,}3$; $a_2 = 2{,}6$; $a_3 = 2{,}9$; $a_4 = 2{,}3$; $a_5 = 4{,}2$; $a_6 = 2{,}6$; $a_7 = 2{,}8$; $a_8 = 3$.

Рассмотрим отношение последующего члена к предыдущему: $\frac{a_1}{a_0} = 1{,}15$; $\frac{a_2}{a_1} = 1{,}13$; $\frac{a_3}{a_2} = 1{,}12$; $\frac{a_4}{a_3} = 0{,}79$; $\frac{a_5}{a_4} = 1{,}83$; $\frac{a_6}{a_5} = 0{,}619$; $\frac{a_7}{a_6} = 1{,}1$; $\frac{a_8}{a_7} = 1{,}1$.

Отношение предыдущего члена к последующему: $\frac{a_0}{a_1} = 0{,}88$; $\frac{a_1}{a_2} = 0{,}88$; $\frac{a_2}{a_3} = 0{,}89$; $\frac{a_3}{a_4} = 1{,}26$; $\frac{a_4}{a_5} = 0{,}55$; $\frac{a_5}{a_6} = 1{,}615$; $\frac{a_6}{a_7} = 0{,}93$; $\frac{a_7}{a_8} = 0{,}93$.

Обратим внимание на отношение $\frac{a_5}{a_6} = 1{,}615$, с точностью до 0,003 равное золотой пропорции φ, и отношение $\frac{a_6}{a_5} = 0{,}619$, с точностью до 0,001 равное величине $\varphi - 1$ (1 – число Фибоначчи). Второе, третье, седьмое и восьмое отношения в первой группе отношений совпадают с точностью 0,03 и выражаются как $\sqrt[4]{\varphi}$. Отношение $\frac{a_4}{a_3} = \sqrt{\varphi - 1}$. Отношение $\frac{a_5}{a_4} = 1{,}83$ можно выразить через числа Фибоначчи 144, 5 и 2: $\frac{a_5}{a_4} = \frac{(1{,}44)^8}{2}$, где $1{,}44 = \frac{144}{100}$, а $100 = 2^2 \cdot 5^2$. Во второй последовательности седьмое и восьмое отношения приблизительно равны отношению $\frac{a_5}{a_4}$, деленному на 2. Отношения $\frac{a_3}{a_4} = \sqrt{\varphi}$, $\frac{a_4}{a_5} = \frac{55}{100}$, где 55 – число Фибоначчи. Третье отношение второй последовательности получается делением числа Фибоначчи 89 на 100. Первое и второе отношения с точностью до 0,01 совпадают с числом 0,89.

Таким образом, изображенный на рис. 3.15 показатель, имеющий волновую структуру, отличается тем, что отношение высот близлежащих волн выражается либо через золотую пропорцию, либо через числа Фибоначчи применением операций деления, умножения, возведения в степень (степень также равна числу Фибоначчи, но может быть отрицательной или равной квадрату числа Фибоначчи) и вычитания единицы.

3.3.2. Структурно-гармоническое описание показателя

Допустим, на рис. 3.15 показана успеваемость по дисциплине за полгода, тогда $0 \le t \le 11$. При $t < 0$ и $t > 11$ полагаем функцию равной нулю. В этом случае выполнены условия Дирихле на любом конечном интервале, кроме того, функция абсолютно интегрируема на всей числовой оси. Поэтому данную функцию можно представить интегралом Фурье в комплексной форме:

$$X(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-} F(\omega)\ e^{i\omega t} d\omega, \tag{3.16}$$

где $F(\omega) = \int_{-} X(t)\ e^{-i\omega t} dt$.

Функция $|F(\omega)|$ называется амплитудно-частотным спектром функции $X(t)$. Для функции, изображенной на рис. 3.15, амплитудно-частотный спектр

$$\left|F(\omega)\right| = \left|\sum_{k=1}^{n}\int_{t_{k-1}}^{t_k} \left(a_{k-1} + \frac{(t - t_{k-1})\ (a_k - a_{k-1})}{t_k - t_{k-1}}\right)\ e^{-i\omega t}\ dt\right| =$$

$$= \left|\frac{e^{-i\omega t_k} e^{-i\omega t_{k-1}}}{\omega}\sum_{k=1}^{n} a_k - \frac{t_{k-1}\ (a_k - a_{k-1})}{t_k - t_{k-1}}\ \frac{a_k - a_{k-1}}{t_k - t_{k-1}}\ \frac{i}{\omega}\right|$$

$$\frac{a}{\omega} + \frac{b}{\omega^2}\ \left|e^{-i\omega t_k} - e^{-i\omega t_{k-1}}\right|\quad \frac{4a}{\omega} + \frac{4b}{\omega^2},$$

где $a = \sum_{k=1}^{n} a_k + \frac{t_{k-1}\left|a_k - a_{k-1}\right|}{t_k - t_{k-1}}$, $b = \sum_{k=1}^{n}\frac{\left|a_k - a_{k-1}\right|}{t_k - t_{k-1}}$, т. е. график спектра ограничен сверху суммой гиперболической функции и функции $\frac{4b}{\omega^2}$.

При переходе от момента времени t_{k-1} к моменту $t_k\ (k = \overline{1,n})$ значение a_{k-1} изменяется до a_k. На первом шаге это изменение можно охарактеризовать углом α_1 между горизонталью и отрезком, соединяющим точки с координатами a_0 и a_1. Следующий отрезок повернут относительно первого на некоторый угол α_2 и т. д. Таким образом, угол $\alpha_k\ (k = \overline{1,n})$ является наглядной характеристикой процесса изменения значения показателя с a_{k-1} до a_k. Этот процесс в общем виде можно описать с использованием порождающей грамматики непосредственно составляющих (НС-грамматики) [76]. Для этого для каждого $k = \overline{1,n}$ вычисляется соответствующий угол

$$\leftarrow$$

$$\alpha_k = \operatorname{arctg}\frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2}, \tag{3.17}$$

где стрелка означает, что α_k получается поворотом предыдущего отрезка к последующему против часовой стрелки;

$$k_1 = \frac{a_k - a_{k-1}}{t_k - t_{k-1}};\ k_2 = \frac{a_{k+1} - a_k}{t_{k+1} - t_k}. \tag{3.18}$$

Формула (3.17) представляет собой угол между двумя разными положениями отрезка. Выражения (3.18) задают угловые коэффициенты соответствующих линий этих отрезков, которые получены из уравнений прямых, проходящих через две точки – вершины соответствующих отрезков.

Для описания процесса, показанного на рис. 3.15, достаточно задать a_0 и углы α_k $(k = \overline{1, n})$. Обозначим через I начальный символ грамматики. Считаем терминалами a_0 и α_k $(k = \overline{1, n})$ и разделительный знак «*». Пусть F_k $\left(k = \overline{1, n-1}\right)$ – нетерминалы. Правила вывода зададим следующим образом:

$$I \to a_0 * \alpha_1 * F_1;\ F_k \to a_{k+1} * F_{k+1},\ k = \overline{1, n-2};\ F_{n-1} \to * \alpha_n.$$

Таким образом, цепочка, порождаемая этой грамматикой, имеет вид

$$a_0 * \alpha_1 * \alpha_2 * \ldots * \alpha_n$$

и интерпретируется следующим образом. Отрезок, левый конец которого находится на высоте a_0 над горизонтальной осью, повернут относительно горизонтали на угол α_1. В следующий момент времени t_1 его левый конец совмещается с точкой правого конца, отрезок поворачивается на угол α_2 относительно предыдущего положения. В момент времени t_2 левый конец совмещается с точкой правого, происходит поворот отрезка на угол α_3 и весь процесс повторяется.

В случае поворота отрезка на некоторый угол относительно другого отрезка при закрепленной вершине вторая вершина движется по окружности, диаметр которой расположен на втором отрезке. Проекция движущейся вершины на диаметр, а также в перпендикулярном направлении совершает колебательное движение, которое может быть описано на основе гармонического анализа. Рассмотрим этот вопрос в общем виде.

3.3.3. Структурно-гармоническое описание и анализ показателей

Итак, мы рассмотрели изменение одного показателя $X(t)$ учебного процесса на временном интервале $[0, t_n]$. Во многих случаях целесообразно рассмотреть совместное изменение нескольких показателей: $X_1, X_2, \ldots, X_m$. Во избежание громоздкости, но не нарушая общности, решим данную задачу для семи показателей $X_1, X_2, \ldots, X_7$, причем на частичных временных интервалах $[t_{k-1}, t_k)$. Для решения будем использовать структурно-гармонический метод: сначала опишем данное изменение с использованием аппарата порождающих грамматик, а затем представим колебательный процесс рядом Фурье.

Пусть I – начальный символ. Показатели X_1, X_2, …, X_7 будем соответственно обозначать терминальными символами грамматики a, b, c, d, u, v, w. При этом будем считать, что эти символы соответствуют определенным образующим отрезкам, которые первоначально направлены под углами α_{i1} $(i = \overline{0,6})$ к горизонтальной оси. Введем в рассмотрение нетерминальные символы F_0, F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, которые назовем *символами управления*. Отрезки с началом в символах F_i $(i = \overline{1,7})$ меняют свое направление, т. е. поворачиваются на некоторый угол вниз, если этот угол меньше нуля, вверх, если он больше нуля, остаются без изменения в случае равенства нулю.

Для конкретизации значения угла поворота поставим в соответствие каждому символу F_i символ $F_i^{\alpha_{ij}}$, где показатель α_{ij} указывает угол поворота, при этом $j = \overline{0, s_i}$, т. е. для каждого фрагмента, заключенного между двумя соседними символами «F», в общем случае будет свое количество поворотов, определяемое начальным и конечным положением данного фрагмента, а также минимальным возможным углом его поворота. Проанализируем углы поворота. Для этого построим таблицу:

1	$\overline{F_0F_1}$ a	$\overline{F_1F_3}$ b	$\overline{F_2F_4}$ c	$\overline{F_4F_5}$ d	$\overline{F_5A}$ u	$\overline{F_3F_6}$ v	$\overline{F_6F_7}$ w
2	α_{01}	α_{11}	α_{21}	α_{31}	α_{41}	α_{51}	α_{61}
3	α_{02}	α_{12}	α_{22}	α_{32}	α_{42}	α_{52}	α_{62}
4	α_{03}	α_{13}	α_{23}	α_{33}	α_{43}	α_{53}	α_{63}

В верхней строке таблицы указаны векторы, начало и конец которых представляют собой управляющие символы, а соответствующие отрезки – вращающиеся отрезки; во второй строке даются соответствующие углы поворота этих векторов при переходе от начального состояния к первому временному промежутку; в третьей – от второго промежутка к третьему; в четвертой – от третьего временного интервала к четвертому. При этом если угол не меняется, то его обозначение сохраняется.

Правила грамматики будем задавать таким образом, чтобы терминальные символы, соответствующие показателям, входили целиком в правые части соответствующих правил. Кроме того, поскольку управляющие символы, несущие информацию об углах поворота, в конечной цепочке вывода не присутствуют, то для сохранения в цепочке языка индикатора поворотов целесообразно терминальные символы, соответствующие показателям, заключать в скобки с указанием внизу суммы углов поворота данного отрезка. Если угол не изменяется, то скобки не ставятся и внизу ничего не указывается. Для упрощения выкладок будем считать, что $\alpha_{0j} = \alpha_{1j} = \alpha_{3j} = 0$ $(j = \overline{1,3})$.

В общем случае изменение данных показателей из начального положения в конечное с учетом таблицы можно представить цепочкой языка грамматики с правилами:

1) $I \to F_0^{\alpha_{01}}$;

2) $F_0^{\alpha_{01}} \to aF_1^{\alpha_{11}}F_2^{\alpha_{21}}$;

3) $F_1^{\alpha_{11}} \to bF_3^{\alpha_{31}}$;

4) $F_2^{\alpha_{21}} \to F_2^{\alpha_{22}}(u)_{\alpha_{31}}$;

5) $F_2^{\alpha_{22}}(u)_{\alpha_{31}} \to F_2^{\alpha_{23}}(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}}$;

6) $F_2^{\alpha_{23}}(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}} \to (u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}F_4^{\alpha_{41}}$;

7) $F_4^{\alpha_{41}} \to F_4^{\alpha_{42}}(v)_{\alpha_{41}}F_5^{\alpha_{51}}$;

8) $F_4^{\alpha_{42}}(v)_{\alpha_{41}} \to F_4^{\alpha_{43}}(v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}}$;

9) $F_4^{\alpha_{43}}(v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}} \to (v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}+\alpha_{43}}$;

10) $F_4^{\alpha_{51}} \to F_5^{\alpha_{52}}(w)_{\alpha_{51}}$;

11) $F_5^{\alpha_{52}}(w)_{\alpha_{51}} \to F_5^{\alpha_{53}}(w)_{\alpha_{51}+\alpha_{52}}$;

12) $F_5^{\alpha_{53}}(w)_{\alpha_{51}+\alpha_{52}} \to (w)_{\alpha_{51}+\alpha_{52}+\alpha_{53}}$;

13) $F_3^{\alpha_{31}} \to F_3^{\alpha_{32}}(c)_{\alpha_{21}}$;

14) $F_3^{\alpha_{32}}(c)_{\alpha_{21}} \to F_3^{\alpha_{33}}(c)_{\alpha_{21}+\alpha_{22}}$;

15) $F_3^{\alpha_{33}}(c)_{\alpha_{21}+\alpha_{22}} \to (c)_{\alpha_{21}+\alpha_{22}+\alpha_{23}}F_6^{\alpha_{61}}$;

16) $F_6^{\alpha_{61}} \to d$.

Соответствующий вывод будет иметь следующий вид:

$I,\ F_0^{\alpha_{01}},\ aF_1^{\alpha_{11}}F_2^{\alpha_{21}},\ abF_3^{\alpha_{31}}F_2^{\alpha_{21}}$;

$abF_3^{\alpha_{31}}F_2^{\alpha_{22}}(u)_{\alpha_{31}},\ abF_3^{\alpha_{31}}F_2^{\alpha_{23}}(u)_{\alpha_{21}+\alpha_{22}}$;

$abF_3^{\alpha_{31}}(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}F_4^{\alpha_{41}}$;

$abF_3^{\alpha_{31}}(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}F_4^{\alpha_{42}}(v)_{\alpha_{41}}F_5^{\alpha_{51}}$;

$abF_3^{\alpha_{31}}(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}F_4^{\alpha_{43}}(v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}}F_5^{\alpha_{51}}$;

$abF_3^{\alpha_{31}}(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}(v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}+\alpha_{43}}F_5^{\alpha_{51}}$;

$abF_3^{\alpha_{31}}(uu)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}(v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}+\alpha_{43}}F_5^{\alpha_{52}}(w)_{\alpha_{51}}$;

$abF_3^{\alpha_{31}}(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}(v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}+\alpha_{43}}F_5^{\alpha_{53}}(w)_{\alpha_{51}+\alpha_{52}}$;

$abF_3^{\alpha_{31}}(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}(v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}+\alpha_{43}}(w)_{\alpha_{51}+\alpha_{52}+\alpha_{53}}$;

$abF_3^{\alpha_{32}}(c)_{\alpha_{21}}(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}(v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}+\alpha_{43}}(w)_{\alpha_{51}+\alpha_{52}+\alpha_{53}}$;

$abF_3^{\alpha_{32}}(c)_{\alpha_{21}+\alpha_{22}}(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}(v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}+\alpha_{43}}(w)_{\alpha_{51}+\alpha_{52}+\alpha_{53}}$;

$$ab(c)_{\alpha_{21}+\alpha_{22}+\alpha_{23}} F_6^{\alpha_{61}}(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}(v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}+\alpha_{43}}(w)_{\alpha_{51}+\alpha_{52}+\alpha_{53}} ;$$
$$ab(c)_{\alpha_{21}+\alpha_{22}+\alpha_{23}} dF_7^{\alpha_{71}}(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}(vv)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}+\alpha_{43}}(w)_{\alpha_{51}+\alpha_{52}+\alpha_{53}} ;$$
$$ab(c)_{\alpha_{21}+\alpha_{22}+\alpha_{23}} de(uu)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}(v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}+\alpha_{43}}(w)_{\alpha_{51}+\alpha_{52}+\alpha_{53}} .$$

Таким образом, рассматриваемая ситуация процесса совместного перехода показателей из начального состояния в конечное описывается цепочкой x, равной

$$ab(c)_{\alpha_{21}+\alpha_{22}+\alpha_{23}} d(u)_{\alpha_{31}+\alpha_{32}+\alpha_{33}}(v)_{\alpha_{41}+\alpha_{42}+\alpha_{43}}(w)_{\alpha_{51}+\alpha_{52}+\alpha_{53}} . \qquad (3.19)$$

Некоторые из указанных терминальных символов взяты в скобки, внизу указана сумма соответствующих углов поворота отрезков этих цепочек относительно предыдущего положения. Там, где углы не указаны, поворотов нет.

На каждом этапе совместного изменения показателей в цепочке x содержится полная информация о преобразованиях (поворотах на некоторый угол) соответствующих отрезков. Углы α_{j1} указывают повороты при переходе от начального положения (первого) к следующему (второму); углы α_{j2} – повороты при переходе от второго положения к третьему; углы α_{j3} – повороты при переходе от третьего положения к четвертому. Данная цепочка является *кодом рассматриваемой ситуации*.

Согласно системе правил построенной грамматики, любая выводимая цепочка x представляет собой последовательность терминальных символов, следующих в строго определенном порядке: a, b, c, d, u, v, w. Символы «c», «u», «v», «w» заключены в скобки и имеют метки. Метки обязательны, скобки служат для удобства восприятия информации. Каждая метка равна значению суммы углов поворота отрезков, соответствующих цепочкам в скобках. Следовательно, построенная грамматика позволяет распознать объекты: любая цепочка, устроенная не так, как цепочка x, не будет кодом ситуации совместного изменения семи показателей.

Для простоты мы рассмотрели три состояния показателей (аналогичную грамматику можно построить для любого количества переходных положений от начального положения к конечному). Таким способом описывается динамика как отдельно взятого показателя, так и их совокупности.

В случае нечеткого распознавания ситуаций построенную грамматику можно преобразовать в стохастическую, поставив в соответствие каждому правилу вероятностную (нечеткую) меру, по аналогии с тем, как это показано, например, в статье [70].

Указанная мера определяется на основе экспериментальных данных или путем экспертного оценивания. В результате получается *стохастическая (вероятностная) грамматика* $\Gamma = <V, W, I, R, Q>$, где Q –

множество вероятностных (нечетких) мер, заданных на множестве правил R.

Если терминальная цепочка x выводится из I применением последовательности правил $r_1, r_2, \ldots, r_m$, т. е. $I\big|\overset{r_1}{=}\text{б}_1\big|\overset{r_2}{=}\text{б}_2\big|\overset{r_3}{=}\ldots\big|\overset{r_m}{=}x$, и $P(r_i)$ – вероятность применения правила r_i, то *вероятность порождения* (мера вывода) цепочки x определяется как произведение вероятностей (мер) используемых в ее выводе правил:

$$P(x) = P(r_1) \cdot P(r_2 / r_1) \cdot P(r_3 / r_1 r_2) \cdot \ldots \cdot P(r_m / r_1 r_2 \ldots r_{m-1}),$$

где $P(r_i / r_1 r_2 \ldots r_{i-1})$ – условная вероятность, поставленная в соответствие правилу r_i при предварительном применении правил $r_1, r_2, \ldots, r_{i-1}$. Если имеется несколько правил с одинаковой левой частью, то сумма вероятностей применения этих правил равна единице.

Обобщением рассмотренной ситуации динамики показателей является непрерывный переход показателя (совокупности показателей объекта) из одного состояния в другое [62]. Углы поворота α_{ij} для каждого i меняются непрерывно и переходят соответственно в углы α_i, не зависящие от индекса j, характеризующего дискретные состояния перехода. При этом каждый угол α_i является функцией времени t. Данную зависимость можно получить приближенно по заданным значениям углов α_{ij} для каждого i и различных значений j, например аппроксимируя ломаной линией соответствующие значения углов.

Тогда при переходе из начального состояния в конечное у каждого отрезка, который характеризует изменение показателя (показателей) на данном временном участке, конечная точка M совершает движение по окружности (дуге окружности). Фиксируем один такой отрезок и связанный с ним угол поворота α. Будем считать, что точка M движется со скоростью $\omega(t)$ радианов в единицу времени. В начальный момент при $t = 0$ точка M занимает положение M_0, определяемое углом α_0, а через время t займет положение, определяемое углом $\alpha = \omega(t)$. Проекция P точки M во время движения ее по окружности (дуге окружности) радиуса A совершает колебания вокруг диаметра CD (рис. 3.16), которые можно описать формулой

$$y = A \cdot \sin(\omega(t)t + \alpha_0). \tag{3.20}$$

Функция, задаваемая формулой (3.20), называется *простой гармоникой*. Очевидно, вместо функции $\sin x$ может быть использована функция $\cos x$. Пусть количество вращающихся отрезков, определяющих динамику показателей, равно n. При сложении n простых гармоник получается сложная, характеризующая колебательный процесс всего объекта в целом. Преобразуем формулу (3.20) следующим образом:

$$A \cdot \sin(\omega(t)t + \alpha_0) = A \cdot \sin\omega(t)t \cdot \cos\alpha_0 + A \cdot \cos\omega(t)t \cdot \sin\alpha_0. \tag{3.21}$$

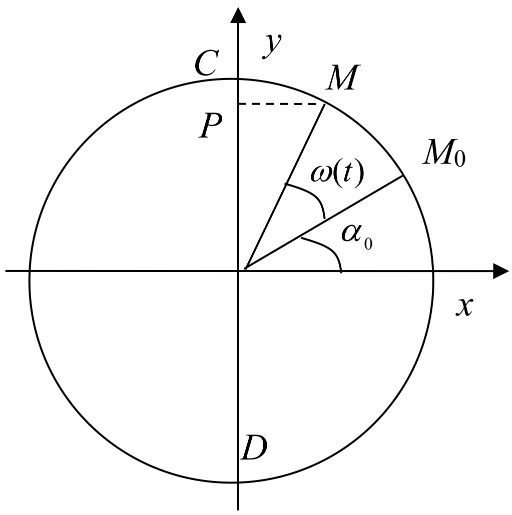


Рис. 3.16

Обозначим через b_1 произведение $A \cdot \cos\alpha_0$ и через a_1 – произведение $A \cdot \sin\alpha_0$. Тогда формула (3.20) запишется в виде

$$y = b_1 \cdot \sin\omega(t)t + a_1 \cdot \cos\omega(t)t. \tag{3.22}$$

Предположим, что частоты простых гармоник представляют собой арифметическую прогрессию: ω, 2ω, 3ω, …, $n\omega$, при этом ω – постоянная величина. Тогда сумма n простых гармоник будет представлять собой сумму n первых членов тригонометрического ряда:

$$\sum_{j=1}^{n} b_j \sin j\omega t + a_j \cos j\omega t, \tag{3.23}$$

которую можно представить в комплексной форме

$$\frac{1}{2}\sum_{j=-n}^{n} c_j e^{ij\omega t}, \tag{3.24}$$

где $i = \sqrt{-1}$; $c_j = a_j - ib_j$; $c_{-j} = \overline{c_j} = a_j + ib_j$ – комплексно сопряженное число к c_j, $\left|c_j\right| = \sqrt{a_j^{\ 2} + b_j^{\ 2}}$.

Таким образом, можно ввести понятие *амплитудно-частотного спектра* сложной гармоники, а следовательно, и колебательного процесса показателя (совокупности показателей) как зависимости амплитуды $|c_j|$ от частоты $\omega_j = j\omega$.

Если указанную арифметическую прогрессию не удается выделить, то сложную гармонику, равную сумме n простых гармоник $y_j = A_j \times \sin(\omega_j(t)t + \alpha_{0j})$ ($j = \overline{1, n}$; A_j, α_{0j} – постоянные величины), при выполнении условий Дирихле можно представить в виде сходящегося к ней ряда Фурье (в случае ее периодичности) или периодического продолжения на всю числовую ось графика этой функции на интервале-периоде. Далее осуществляется спектральный анализ с использованием ряда или интеграла Фурье.

Таким образом, мы рассмотрели случай, когда вращаются отрезки, характеризующие некоторые показатели, зависящие от времени.

Метод может быть использован для управления учебным процессом, в частности для рационального планирования контрольных мероприятий, диагностики уровня усвоения учебного материала и повышения мотивации. Исследования показали целесообразность и необходимость отказа от планирования единых контрольных точек и их фиксированного количества [145]. Частота контроля должна учитывать специфику изучаемой дисциплины и базироваться на планировании преподавателем учебной деятельности студента. При формировании учебного предмета необходимо учитывать, помимо логики предмета, условия протекания и закономерности процесса обучения, в котором учебный предмет реализуется, доводится до каждого обучаемого.

Функциональное описание дает возможность на практике оценить скорость изменения показателя и проделанную работу для преподавателя, обучаемого (группы обучаемых) к данному моменту времени, а также осуществить задачу прогноза [36]. Это используется с учетом психологических особенностей индивида для планирования индивидуальных мероприятий консультационно-контрольного характера.

Кодирование процесса изменения совокупности статистических показателей через углы (и тем самым скорости изменения) дает возможность оценить процесс обучения по совокупности признаков и изучить динамику сцен учебного процесса. Учет волнообразных, в том числе циклически повторяющихся, этапов в обучении позволяет организовать рефлексивное управление. При этом учитываются позиция учащегося как активного субъекта обучения и способности ученика к самоуправлению собственным учением. Процесс обучения организуется как решение учебно-познавательных проблем на основе творческого диалога с учащимися.

Рассмотренный метод можно использовать также для описания волновых процессов в экономике и в психологических, социологических и коммуникационных исследованиях.

§ 3.4. Оценка качественных показателей специалиста и анализ их стабильности

Основная цель высшей школы состоит в формировании специалиста, вооруженного передовыми знаниями, умеющего выделять актуальные задачи и находить пути их решения [91, 143]. Объективная оценка уровня подготовки специалиста по совокупности показателей является важной психолого-педагогической задачей [78]. В настоящее время для формирования многокритериальной оценки широко применяется *метод главных компонент* [84]. В данном параграфе этот метод используется для выбора специалиста с наилучшими качествами управленческого работника. Новым является разработанный авторами подход к анализу стабильности (робастности) полученных результатов.

Рассмотрим следующую задачу *многокритериальной оценки*. На должность специалиста-управленца претендуют трое, обозначим их *A*, *B* и *C*. Отбор проводится по таким профессионально важным качествам, как профессиональная компетентность, способность руководить людьми и деловые качества (трем критериям оценивания). Задача может включать в себя большее количество претендентов и критериев.

По данным экспертов, профессиональные качества каждого из претендентов оцениваются (по десятибалльной шкале) следующим образом:

Претенденты	Профессиональная компетентность	Способность руководить людьми	Деловые качества
A	9,1	6,4	8,7
B	7,6	6,5	7,1
C	7,2	7,1	8,6

Рассмотрим обработку этих данных и принятие решения методом собственного вектора.

Замечание: собственный вектор матрицы *A* – это вектор $\bar{x}$ такой, что $A\bar{x} = \tau\bar{x}$, где τ – собственное число матрицы *A*, т. е. действие матрицы *A* на $\bar{x}$ равносильно растяжению (сжатию) $\bar{x}$ в τ раз.

Этап 1. Сравнение критериев.

По данным психолога, критерии K_1 (профессиональная компетентность), K_2 (способность руководить людьми) и K_3 (деловые качества) относятся друг к другу следующим образом:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{10}{10}; \quad \frac{K_1}{K_3} = \frac{10}{8}; \quad \frac{K_2}{K_3} = \frac{10}{8}.$$

Составляем матрицу 3 × 3, куда заносим указанные в баллах значения критериев:

$$K = \begin{array}{cccc} & K_1 & K_2 & K_3 \\ K_1 & 1 & 1 & 1{,}25 \\ K_2 & 1 & 1 & 1{,}25 \\ K_3 & 0{,}8 & 0{,}8 & 1 \end{array}, \text{ где } a_{12} = 1; \; a_{13} = 1{,}25; \; a_{23} = 1{,}25.$$

Находим главное собственное число матрицы *K* по формуле

$$\tau = \left(\frac{a_{13}}{a_{12}a_{23}}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{a_{12}a_{23}}{a_{13}}\right)^{\frac{1}{3}} + 1. \qquad (3.25)$$

Отсюда

$$\tau = \quad \frac{1,25}{1\ \ 1,25}^{\frac{1}{3}} + \quad \frac{1\ \ 1,25}{1,25}^{\frac{1}{3}} + 1 = 3.$$

Затем определяем собственный вектор матрицы K на основе аппарата собственных чисел и собственных векторов. Для этого находим координаты ω_1, ω_2, ω_3 по формулам:

$$\omega_1 = \frac{\Delta}{D}; \quad \omega_2 = \frac{(\tau - 1)a_{23} + \dfrac{a_{13}}{a_{12}}}{D}; \quad \omega_3 = \frac{(\tau-1)^2 - 1}{D}, \tag{3.26}$$

где

$$\Delta = a_{12}a_{23} + a_{13}(\tau - 1); \tag{3.27}$$

$$D = a_{12}a_{23} + a_{13}a_{23}(\tau - 1) + \frac{a_{13}}{a_{12}(\tau-1)^2} - 1. \tag{3.28}$$

Подставляя полученные значения в формулы, получим:

$$\Delta = 1\ \ 1,25 + 1,25(3-1) = 3,75;$$

$$D = 1\ \ 1,25 + 1,25\ \ 1,25(3-1) + \frac{1,25}{1(3-1)^2} - 1 = 5,88;$$

$$\omega_1 = \frac{3,75}{5,88} = 0,64; \quad \omega_2 = \frac{(3-1)\ \ 1,25 + \dfrac{1,25}{1}}{5,88} = 0,64; \quad \omega_3 = \frac{(3-1)^2 - 1}{5,88} = 0,51.$$

Нормируем собственный вектор $\bar{\omega}\left(\omega_1, \omega_2, \omega_3\right)$, т. е. каждую координату делим на сумму всех координат:

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0,64 + 0,64 + 0,51 = 1,79;$$

$$\frac{\omega_1}{1,79} = \frac{0,64}{1,79} = 0,36; \quad \frac{\omega_2}{1,79} = \frac{0,64}{1,79} = 0,36; \quad \frac{\omega_3}{1,79} = \frac{0,51}{1,79} = 0,28.$$

Получен вектор приоритетов. Таким образом, качества K_1, K_2 и K_3 можно расположить по приоритетам с баллами $\bar{\omega}$ (0,36; 0,36; 0,28).

Этап 2. Сравнение претендентов по качеству K_1.

На основе экспертной оценки имеем:

$$\frac{A}{B} = \frac{9,1}{7,6} = 1,2; \quad \frac{A}{C} = \frac{9,1}{7,2} = 1,26; \quad \frac{B}{C} = \frac{7,6}{7,2} = 1,06\ ;$$

$$K_1 = \begin{array}{cccc} & A & B & C \\ A & 1 & 1,2 & 1,26 \\ B & 0,84 & 1 & 1,06 \\ C & 0,79 & 0,95 & 1 \end{array}, \text{ где } a_{12} = 1,2; \ a_{13} = 1,26; \ a_{23} = 1,06.$$

Полученные значения подставляем в формулы (3.25)–(3.28):

$$\tau = \frac{1,26}{1,2\ \ 1,06}^{\frac{1}{3}} + \frac{1,2\ \ 1,06}{1,26}^{\frac{1}{3}} + 1 = 3;\ \ \Delta = 1,2\ \ 1,06 + 1,26\ \ (3-1) = 3,79;$$

$$\Delta = 1,2\ \ 1,06 + 1,26\ \ 1,06(3-1) + \frac{1,26}{1,2}(3-1)^2 - 1 = 7,14;$$

$$\omega_1 = \frac{3,79}{7,14} = 0,53;\ \ \omega_2 = \frac{(3-1)\ \ 1,06 + \dfrac{1,26}{1,2}}{7,14} = 0,44;\ \ \omega_3 = \frac{(3-1)^2 - 1}{7,14} = 0,42.$$

Нормировка собственного вектора $\varpi\ \left(\omega_1, \omega_2, \omega_3\right)$:

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0,53 + 0,44 + 0,42 = 1,39;$$

$$\frac{\omega_1}{1,39} = 0,38;\ \frac{\omega_2}{1,39} = 0,32;\ \frac{\omega_3}{1,39} = 0,30.$$

Получен вектор приоритетов ϖ (0,38; 0,32; 0,30), т. е. если сравнивать претендентов по качеству K_1, то они получают баллы 0,38; 0,32; 0,30.

Этап 3. Сравнение претендентов по качеству K_2.

Выполняем аналогично сравнению по качеству K_1. Получаем вектор приоритетов ϖ (0,32; 0,33; 0,35), т. е. если сравнивать претендентов по качеству K_2, то они получают баллы 0,32; 0,33; 0,35.

Этап 4. Сравнение претендентов по качеству K_3.

Выполняем аналогично сравнению по качеству K_1. Получаем вектор приоритетов ϖ (0,36; 0,29; 0,35), т. е. если сравнивать претендентов по качеству K_3, то они получают баллы 0,36; 0,29; 0,35.

Этап 5. Получение результата.

Окончательное распределение мест находим следующим образом. Из векторов $\varpi_1, \varpi_2, \varpi_3$ составляем матрицу 3 × 3:

$$\begin{array}{ccc} 0{,}38 & 0{,}32 & 0{,}36 \\ 0{,}32 & 0{,}33 & 0{,}29 \\ 0{,}30 & 0{,}35 & 0{,}35 \end{array},$$

которую умножаем на матрицу-столбец $\begin{array}{c} 0{,}36 \\ 0{,}36 \\ 0{,}28 \end{array}$, т. е.

$$\begin{array}{ccc} 0,38 & 0,32 & 0,36 \\ 0,32 & 0,33 & 0,29 \\ 0,30 & 0,35 & 0,35 \end{array}\ \ \begin{array}{c} 0,36 \\ 0,36 \\ 0,28 \end{array} = \begin{array}{c} 0,14 + 0,12 + 0,13 \\ 0,12 + 0,12 + 0,10 \\ 0,08 + 0,10 + 0,10 \end{array} = \begin{array}{c} 0,38 \\ 0,34 \\ 0,28 \end{array}.$$

Окончательное распределение мест следующее: претендент A набрал 0,38 балла; претендент B – 0,34 балла; претендент C – 0,28 балла. По методу собственных чисел и собственных векторов предпочтение отдано претенденту A.

Можно ли изменить полученный результат и насколько он правомерен? Можно ли говорить о стабильности полученных оценок, т. е. об их робастности? Один из возможных способов решения этой задачи следующий. Каждый из претендентов A, B, C относительно введенного профессионального качества K_i (i = 1, 2, 3) рассматривается как система с тремя состояниями S_0, S_1 и S_2. Состояние S_0 соответствует случаю, когда у претендента не изменяется оценка данного качества, несмотря на определенный поток воздействий; состояние S_1 соответствует его уменьшению; состояние S_2 – увеличению (рис. 3.17):

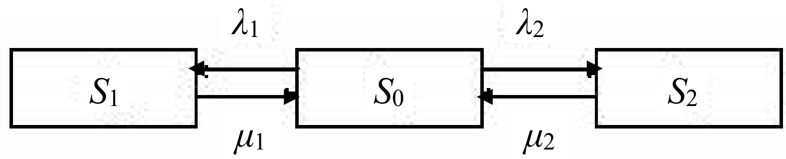


Рис. 3.17

Для упрощения выкладок рассмотрим случай, когда плотности λ_1 и λ_2 потоков, переводящих систему из S_0 в S_1 и S_2, являются постоянными. Кроме того, имеются потоки воздействий, переводящие систему из S_1 и S_2 в S_0. Пусть плотности этих потоков постоянны и равны μ_1 и μ_2. Определим вероятности P_0, P_1 и P_2 нахождения системы соответственно в состояниях S_0, S_1 и S_2. Для рассмотренного примера система уравнений Колмогорова (в стационарном режиме) будет иметь вид:

$$\begin{gathered} P_0(\lambda_1 + \lambda_2) + \mu_1 P_1 + \mu_2 P_2 = 0; \\ P_0\lambda_1 - P_1\mu_1 = 0; \\ P_0\lambda_2 - P_2\mu_2 = 0; \\ P_0 + P_1 + P_2 = 1. \end{gathered} \tag{3.29}$$

Система уравнений Колмогорова записывается следующим образом. Последнее уравнение представляет собой сумму всех вероятностей состояний системы. Правые части всех остальных уравнений равны 0, а в левых стоит столько слагаемых, сколько стрелок связано с данным состоянием. Каждое слагаемое представляет собой произведение плотности на вероятность состояния. Если строка входит в это состояние, слагаемое имеет знак «+»,если выходит из него – знак «–».

Решая систему (3.29), получаем формулы:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2}}; \quad P_1 = \frac{\frac{\lambda_1}{\mu_1}}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2}}; \quad P_2 = \frac{\frac{\lambda_2}{\mu_2}}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2}}. \qquad (3.30)$$

В качестве P_0 для A, B, C целесообразно взять значение балла в результирующем векторе приоритетов претендентов A, B, C. Потребуем, чтобы выполнялось условие

$$P_0 + P_2 = \alpha, \qquad (3.31)$$

где α – неизвестное пороговое значение.

Условие (3.31) выражает *устойчивость* данного индивидуума к сохранению и повышению уровня приобретенного качества. Согласно условию $0 < \alpha < 1$. Из выражений (3.29) и (3.31) следует, что

$$P_1 = 1 - \alpha. \qquad (3.32)$$

Вероятность P_1 соответствует снижению уровня приобретенного качества. Из системы (3.29) находим

$$P_1 = P_0 \ \frac{\lambda_1}{\mu_1}, \qquad P_2 = P_0 \ \frac{\lambda_2}{\mu_2}. \qquad (3.33)$$

Из формул (3.31)–(3.33) получаем

$$P_0 + P_0 \ \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \alpha. \qquad (3.34)$$

С учетом выражения (3.34) $\frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{\alpha}{P_0} - 1, \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{1-\alpha}{P_0}$, откуда $\frac{\lambda_2}{\mu_2} - \frac{\lambda_1}{\mu_1} + 1 = \frac{2\alpha - 1}{P_0}$ и

$$\alpha = \ \frac{\lambda_2}{\mu_2} - \frac{\lambda_1}{\mu_1} + 1 \quad \frac{P_0}{2} + \frac{1}{2}. \qquad (3.35)$$

Если $\lambda_1 = \lambda_2$ и $\mu_1 = \mu_2$, то $\alpha = \frac{P_0 + 1}{2}$. Если $\alpha_i{}^j$ – пороговое значение i-го претендента по j-му признаку (качеству, критерию), то предпочтение отдается тому из претендентов, у которого сумма $K_1\alpha_i^1 + K_2\alpha_i^2 + K_3\alpha_i^3$ (K_i – веса критериев) будет больше.

Рассмотрим ***пример*** расчета устойчивости. Плотности переводящих потоков заданы для претендентов A, B, C по критериям K_1, K_2, K_3. В таблице приведены рассчитанные по формулам (3.30) и (3.35) значения вероятностей и порогов:

Претенденты	Критерии		
	K_1	K_2	K_3
A	$\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 6;$ $\mu_1 = 4, \mu_2 = 7$	$\lambda_1 = 6, \lambda_2 = 4;$ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 6$	$\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 6;$ $\mu_1 = 7, \mu_2 = 5$
B	$\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 5;$ $\mu_1 = 6, \mu_2 = 4$	$\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 4;$ $\mu_1 = 6, \mu_2 = 6$	$\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 6;$ $\mu_1 = 4, \mu_2 = 5$
C	$\lambda_1 = 6, \lambda_2 = 5;$ $\mu_1 = 7, \mu_2 = 4$	$\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 4;$ $\mu_1 = 5, \mu_2 = 6$	$\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 6;$ $\mu_1 = 4, \mu_2 = 5$
A	$P_0 = 0{,}322,$ $P_1 = 0{,}402,$ $P_2 = 0{,}276;$ $\alpha_1^{(A)} = 0{,}6$	$P_0 = 0{,}349,$ $P_1 = 0{,}419,$ $P_2 = 0{,}232;$ $\alpha_2^{(A)} = 0{,}58$	$P_0 = 0{,}29,$ $P_1 = 0{,}206,$ $P_2 = 0{,}433;$ $\alpha_3^{(A)} = 0{,}79$
B	$P_0 = 0{,}343,$ $P_1 = 0{,}229,$ $P_2 = 0{,}429;$ $\alpha_1^{(B)} = 0{,}77$	$P_0 = 0{,}4,$ $P_1 = 0{,}333,$ $P_2 = 0{,}267;$ $\alpha_2^{(B)} = 0{,}67$	$P_0 = 0{,}29,$ $P_1 = 0{,}362,$ $P_2 = 0{,}348;$ $\alpha_3^{(B)} = 0{,}64$
C	$P_0 = 0{,}322,$ $P_1 = 0{,}276,$ $P_2 = 0{,}402;$ $\alpha_1^{(C)} = 0{,}72$	$P_0 = 0{,}375,$ $P_1 = 0{,}375,$ $P_2 = 0{,}25;$ $\alpha_2^{(C)} = 0{,}62$	$P_0 = 0{,}29,$ $P_1 = 0{,}362,$ $P_2 = 0{,}348;$ $\alpha_3^{(C)} = 0{,}64$

В результате имеем:

для претендента A:

$$K_1\alpha_i^{(A)} + K_2\alpha_i^{(A)} + K_3\alpha_i^{(A)} = 0{,}36 \cdot 0{,}6 + 0{,}36 \cdot 0{,}58 + 0{,}28 \cdot 0{,}79 = 0{,}65;$$

для претендента B:

$$K_1\alpha_i^{(B)} + K_2\alpha_i^{(B)} + K_3\alpha_i^{(B)} = 0{,}36 \cdot 0{,}77 + 0{,}36 \cdot 0{,}67 + 0{,}28 \cdot 0{,}64 = 0{,}7;$$

для претендента C:

$$K_1\alpha_i^{(C)} + K_2\alpha_i^{(C)} + K_3\alpha_i^{(C)} = 0{,}36 \cdot 0{,}72 + 0{,}36 \cdot 0{,}62 + 0{,}28 \cdot 0{,}64 = 0{,}66.$$

Таким образом, в данной задаче предпочтение будет отдано претенденту B.

В случае когда оценка качеств индивидуумов происходит за два периода и P_0 – окончательный балл одного из них за первый период, а P_2 или P_1 – за второй период, то с учетом выражений (3.32)–(3.34) можно оценить соотношение между плотностями воздействий $\frac{\lambda_2}{\mu_2}$ и $\frac{\lambda_1}{\mu_1}$.

Таким образом, рассмотренный в данном параграфе метод является универсальным и может использоваться для широкого круга психолого-педагогических задач.

ГЛАВА 4
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОРТРЕТОВ УЧАЩИХСЯ И ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

§ 4.1. Векторно-стохастическое описание совместного портрета преподавателя и учащегося

Для повышения качества учебного процесса необходимо организовать эффективное взаимодействие его основных участников – преподавателей и учащихся [7]. Организация такого взаимодействия возможна только при учете и согласовании основных свойств личностей участников образовательного процесса [90]. Обзор основных проблем и достижений зарубежных ученых по данной проблеме изложен в статье [132]. Основные свойства личностей формируют их психологические портреты. Для решения данной проблемы предложены различные методики составления психолого-педагогических портретов преподавателей [12, 156] и психологических портретов обучающихся [153]. Психологические особенности восприятия и понимания преподавателей студентами университета описаны в источнике [159]. Современные исследования, как отмечается в статье [158], показывают, что люди могут оценить интеллект другого человека по минимальной информации точнее, чем считалось до сих пор. Поэтому *согласование* их характеристик в процессе совместной деятельности является актуальной задачей.

Построение психологических портретов может осуществляться психологическими службами учебных заведений. Однако такие портреты носят словесно-описательный характер, поэтому трудно формализуемы. Кроме того, они носят субъективный характер, так что их достоверность в ряде случаев может вызывать сомнение. Для повышения качества портретов и оценки их взаимодействия должны применяться математические методы. Математическое описание типологии псохолого-педагогических портретов учащихся и преподавателей рассмотрено в главе 2 монографии.

В статье [39] для решения указанной проблемы используются методы теории нечетких множеств, а в статье [63] применяются векторы, собственные числа и собственные значения матриц, описывающих портреты участников образовательного процесса. В статье [68] разработана математическая модель описания портретов на основе порождающей автоматной грамматики.

Данный параграф представляет собой дальнейшее развитие идей, изложенных в статье [68]. Его целью является описание *совместного портрета* преподавателя и учащегося на основе стохастической КС-грамматики.

В статье [105] на основе анкетирования 408 студентов, 144 преподавателей и аспирантов региональных вузов отобраны наиболее важные качества преподавателей и студентов для их эффективного взаимодействия (тридцать две характеристики). Приведем, для примера, по шесть основных психолого-педагогических качеств преподавателя (по мнению студентов (1)) и учащегося (по мнению преподавателей (2)):

1) организаторские способности, самокритика, эрудиция, наблюдательность, овладение приемами и методами педагогической деятельности (учебной), дискуссионность;

2) эрудиция, умение выслушать, тактичность, доброжелательность, заинтересованность в предмете (интерес к постижению новых знаний), толерантность.

Возможен и другой набор характеристик.

В процессе обучения качества преподавателя (1) оцениваются количественно каждым учащимся на основе соответствующих тестов психологической службы данного учебного заведения. Таким образом, в момент времени t_i с каждым учащимся и каждым преподавателем можно связать вектор $\overline{a}(t_i) = (a_1(t_i), ..., a_n(t_i))$ балльной оценки, данной учащимся преподавателю согласно перечню качеств (1), (2). Аналогичный вектор определяет преподаватель для балльной оценки соответствующих процессу обучения качеств учащегося (2). Пусть это будет вектор $\overline{b} = (b_1(t_i), ..., b_m(t_i))$. Кроме того, в каждый момент времени преподаватель с каждым учащимся связывает вектор оценок успеваемости в баллах, полученных в промежутке времени $(t_{i-1}, t]$. Этот вектор оценок учитывает работу на занятиях ($c_1(t_i)$), выполнение домашних заданий ($c_2(t_i)$), написание отчетных (самостоятельных, контрольных) работ ($c_3(t_i)$). Если в данный период не было контрольных работ, то соответствующее $c_3(t_i)$ полагаем равным 0, т. е. имеем вектор успеваемости учащегося $\overline{c}(t_i) = (c_1(t_i), c_2(t_i), c_3(t_i))$.

Для наглядности и дальнейшей обработки соответствующих данных представим векторную оценку $\overline{a}\overline{b}\overline{c}$ в виде выводимых цепочек НС-языка в вероятностной грамматике и построим соответствующее дерево вывода.

Не нарушая общности, положим количество характеристик преподавателя, входящих в портрет, $n = 3$. Количество характеристик учащегося примем $m = 4$. Будем рассматривать $i = \overline{1,16}$ учебных промежутков времени, например недель. Положим $a_j^i = a_j(t_i), b_j^i = b_j(t_i), c_j^i = c_j(t_i)$. Тогда соответствующая грамматика, описывающая совместный портрет преподавателя и учащегося, будет выглядеть так:

$$G = \left\langle I,\ a_j^i,\ c_j^i \left(j = 1, 2, 3;\ i = \overline{1,16} \right),\ b_j^i \left(j = \overline{1,4};\ i = \overline{1,16} \right), \right.$$

$$\left. A_j^i,\ C_j^i \left(j = 1, 2, 3;\ i = \overline{1,16} \right),\ B_j^i \left(j = \overline{1,4};\ i = \overline{1,16} \right), R \right\rangle,$$

где A_j^i, B_j^i, C_j^i – вспомогательные символы; R – схема правил грамматики вида:

1) $I \xrightarrow{p_0} a_1^1 A_1^1 a_2^1 A_2^1 a_3^1 A_3^1 b_1^1 B_1^1 b_2^1 B_2^1 b_3^1 B_3^1 b_4^1 B_4^1 c_1^1 C_1^1 c_2^1 C_2^1 c_3^1 C_3^1;$

2) $A_j^i \xrightarrow{p_{ij}^a} a_j^{i+1} A_j^{i+1}$ $(j = 1, 2, 3,\ i = \overline{1,15});$

3) $A_j^{15} \xrightarrow{p_{j15}^a} a_j^{16}$ $(j = 1, 2, 3);$

4) $B_j^i \xrightarrow{p_{ij}^b} b_j^{i+1} B_j^{i+1}$ $(j = \overline{1,4});$

5) $B_j^{15} \xrightarrow{p_{j15}^b} b_j^{16}$ $(j = \overline{1,4});$

6) $C_j^i \xrightarrow{p_{ij}^c} c_j^{i+1} C_j^{i+1}$ $(j = 1, 2, 3);$

7) $C_j^{15} \xrightarrow{p_{j15}^c} c_j^{16}$ $(j = 1, 2, 3).$

Скелет графа, соответствующего данной грамматике, показан на рис. 4.1.

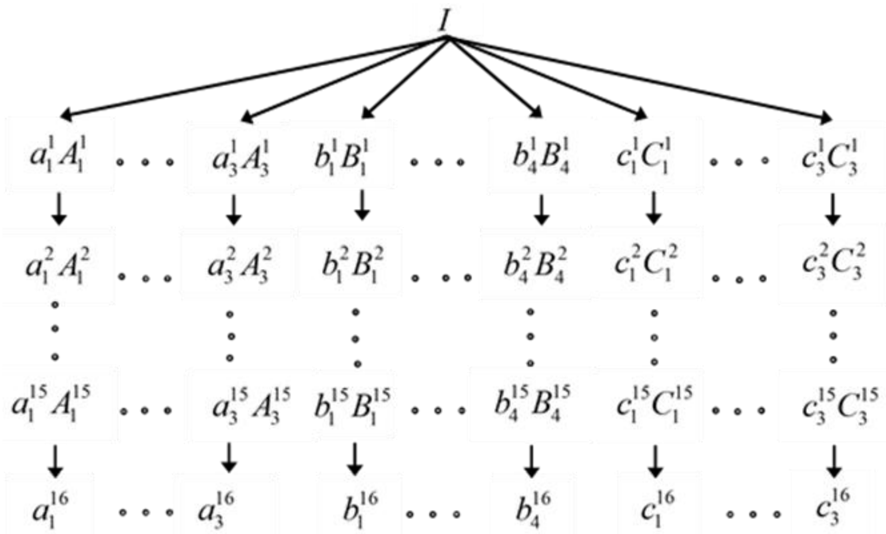


Рис. 4.1

Отметим, что в общем случае каждый нетерминал более высокого уровня (более близкий к корню) связан с каждым нетерминалом следующего уровня. При этом вероятность связи обозначим как p_{ij} (ее значение в ряде случаев может быть равно нулю). Это свидетельствует, что такой связи (такого перехода) не существует.

Каждую пару $a_j^i A_j^i,\ b_j^i B_j^i,\ c_j^i C_j^i$ можно рассматривать как вершину сети с истоком *I*, находящимся на первом уровне при стоке *M*, который получается в результате соединения вершин, помеченных символами

a_j^i, b_j^i, c_j^i. При этом стрелки направлены от вершины более высокого уровня к следующему уровню. Все вершины пронумерованы. Например, I имеет номер 1, остальные нумеруются слева направо и сверху вниз. Для данного графа применяется аппарат информационных графов: строится матрица смежности A и матрица $B = A + A^2 + \ldots + A^n$ (n – порядок матрицы A).

Элемент b_{ij} указывает количество путей, идущих из вершины с номером i в вершину с номером j. В матрице B – это число, расположенное на пересечении строки с номером i и столбца с номером j.

Ненулевые элементы матрицы B, находящиеся в j-м столбце, указывают на компоненты, участвующие в формировании результата, связанного с вершиной j. Отличные от нуля элементы матрицы B, стоящие в i-й строке, перечисляют все результаты, при формировании которых использовался результат, связанный с вершиной с номером i.

Рассмотренная сеть называется *информационным графом*. С помощью матрицы B упрощается анализ схемы информационных потоков в сложных системах организационного управления.

Граф на рис. 4.1 представляет собой графическое изображение некоторой системы. Состояния системы формально будем определять парами $\left(a_j^i A_j^i\right), \left(b_j^i B_j^i\right), \left(c_j^i C_j^i\right)$, а по сути – вероятностью нахождения системы в этом состоянии.

Вероятности первого уровня, следующего за I, будем считать исходными, остальные – переходными от данного уровня к следующему за ним. Тогда вероятности нахождения системы на данном уровне будут вычисляться умножением вероятностей состояний предыдущего уровня на соответствующие переходные вероятности. Таким образом, для каждого уровня можем определить вероятное состояние.

Описанная система представляет собой неоднородную дискретную марковскую цепь, для ее исследования (определения вероятностей состояний) могут применяться система дифференциальных уравнений Колмогорова и другие методы теории массового обслуживания.

Рассмотрим числовой ***пример***, поясняющий изложенный метод.

Во избежание громоздкости выкладок, но не нарушая общности, считаем, что в задаче описания совместных портретов преподавателей и учащихся рассматривается двухнедельный срок. При этом I имеет номер 1, имеется только одна вершина $a_1^1 A_1^1$ с номером 2, две вершины $b_1^1 B_1^1$ и $b_2^1 B_2^1$ с номерами 3 и 4 соответственно, две вершины $c_1^1 C_1^1$ и $c_2^1 C_2^1$ с номерами 5 и 6. Второй ярус занимают вершины $a_1^2 A_1^2, b_1^2 B_1^2, b_2^2 B_2^2, c_1^2 C_1^2, c_2^2 C_2^2$ с номерами 7, 8, 9, 10 и 11 соответственно. Вершины этого яруса соединяются со стоком, который образует цепочка $M = a_1^3 b_1^3 b_2^3 C_1^3 C_2^3$ с номером 12. В этом случае матрица A будет иметь вид:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Здесь слева и сверху указаны номера соответствующих вершин.

Для данного случая матрица $B = A + A^2 + \ldots + A^n$ представляет собой матрицу, у которой элемент $b_{1,12} = 5$, первая строка, кроме первого и последнего элемента, состоит из единиц, последний столбец, кроме первого и последнего элемента, состоит из единиц, остальные элементы такие же, как у матрицы A:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5
2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таким образом, из истока в каждую вершину идет только один путь, в сток – пять путей, по одному пути идет из второй вершины в седьмую, из третьей – в восьмую, из пятой – в десятую, из шестой – в одиннадцатую. Других путей в графе нет.

Найдем вероятности нахождения системы на данных уровнях. Пусть $P\left(a_1^1 A_1^1\right) = p_1$, $P\left(b_1^1 B_1^1\right) = p_2$, $P\left(b_1^2 B_1^2\right) = p_3$, $P\left(c_1^1 C_1^1\right) = p_4$, $P\left(c_1^2 C_1^2\right) = p_5$. Тогда вероятность нахождения системы на первом уровне

$$P^{(1)} = p_0 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot p_5, \tag{4.1}$$

а вероятность нахождения на втором уровне (согласно схеме грамматики):

$$P^{(2)} = P^1 \;\; p_{11}^a \;\; p_{11}^b \;\; p_{12}^b \;\; p_{11}^c \;\; p_{12}^c. \tag{4.2}$$

Аналогично рассматриваются другие уровни. Если индексы a, b, c при движении к истоку увеличиваются или не уменьшаются, то можно сказать, что преподаватель и учащийся находятся в *динамическом единстве*. Выполнение данного условия следует считать критерием динамического единства преподавателя и обучаемого. В противном случае на основе психолого-педагогического анализа соответствующих служб необходима экстренная корректировка взаимоотношений преподавателя и учащегося.

В данном параграфе разработан новый метод математического описания *совместного портрета* преподавателя и учащегося на базе стохастической НС-грамматики.

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1) для оценки качеств учащихся и преподавателей предложено использовать вектор балльной оценки;

2) векторная оценка представлена в виде выводимых цепочек формального языка в вероятностной грамматике;

3) построено дерево вывода;

4) для дерева вывода рассчитаны характеристики как для информационного графа: матрица смежности и матрица суммы матриц смежности в разных степенях;

5) показано, как рассчитывать вероятности нахождения системы на каждом уровне;

6) для пояснения метода рассмотрен конкретный числовой пример расчета параметров системы.

Разработанный метод может найти практическое применение в моделях цифровизации образования, а также его можно использовать в сходных областях (подготовке кадров, системе повышения квалификации и переподготовки сотрудников).

§ 4.2. Модель согласования портретов преподавателей и обучаемых

Чтобы повысить эффективность учебного процесса, следует учитывать качества преподавателей и типологию личности обучаемых. Для решения этой проблемы рассматриваются психологические портреты преподавателей [5] и студентов [12]. Особенно важным является исследование взаимодействия портретов преподавателей и студентов [115] в их динамическом развитии [10].

Большое внимание взаимодействию преподавателей и обучаемых уделяется за рубежом. Эта область исследований считается новой, важной и недостаточно исследованной [153]. Обзор основных проблем и достижений зарубежных ученых по данной проблеме изложен в статье [154]. Особенности и роль личности преподавателя в образовательном процессе рассмотрены в статье [149]. Исследования зарубежных ученых показали большое влияние личностных качеств преподавателя на эффективность учебного процесса [148].

Возникло новое новое научное направление в психологии – управление впечатлениями (*Impression management*), связанное с оценкой психологических характеристик личностей [156]. Следует отметить, что процесс исследования личностей преподавателей и обучаемых недостаточно формализован. В статье [39] предложен метод оценки качеств преподавателей и обучаемых с помощью теории нечетких множеств. Для определения степени согласования интересов индивидуумов в группе в статье [60] рассчитываются оптимальные соотношения пропорций их выигрышей по матрице предпочтений. В статье [61] разработаны структурные методы формализации сцен, образов и сценариев учебного процесса с помощью теории формальных грамматик.

Целью данного параграфа является разработка методов согласования портретов преподавателей и обучаемых. Для решения этой задачи применяется аппарат теории формальных грамматик.

4.2.1. Построение модели порождающей грамматики портретов

Построение отдельных портретов преподавателей и студентов возможно, но особый интерес представляет разработка совместных, что было рассмотрено в предыдущем параграфе. Совместный портрет преподавателя и учащегося должен показывать качества обоих и характеристику их совместной работы в процессе освоения знаний с учетом взаимосвязи и взаимного влияния.

Качества преподавателя, с точки зрения учащегося, могут быть как положительными, так и отрицательными, при этом характеристики, воспринимаемые одним как положительные, могут считаться другим как отрицательные и наоборот (например, медленный темп преподавания может быть как положительным, так и отрицательным качеством для разных учащихся). Кроме того, в процессе обучения восприятие может меняться.

Все возможные качества преподавателей и учащихся оцениваются группой экспертов (например, психологической службой) по выбранной шкале согласно их возможному влиянию на учащихся.

Сначала построим совместный портрет одного отдельно взятого преподавателя и одного учащегося.

Пусть $a_i\,(i=\overline{1,n})$ и $b_i\,(i=\overline{1,m})$ – соответственно положительные и отрицательные качества преподавателя П в восприятии учащегося У при изучении понятия $e_v\,(v=\overline{1,w})$; $c_j\,(j=\overline{1,l})$ и $d_j\,(j=\overline{1,k})$ – соответственно положительные и отрицательные качества данного учащегося в восприятии данного преподавателя при изучении e_v.

Целесообразно предполагать, что под воздействием данного качества преподавателя оцениваемое качество учащегося либо улучшается, либо остается неизменным, либо ухудшается, либо эти качества не связаны между собой.

Для обозначения влияния, например a_i на c_j при изучении понятия $e_v\,(v=\overline{1,w})$, будем использовать коэффициенты влияния, обозначенные соответственно как

$$c_j^+(a_i)e_v,\ c_j^0(a_i)e_v,\ c_j^-(a_i)e_v. \tag{4.3}$$

Верхний индекс «+» означает положительное влияние, «0» – отсутствие влияния, «–» – отрицательное влияние. Влияние b_i на c_j записывается аналогично, но вместо a_i стоит b_i, влияние a_i на d_j – вместо c_j стоит d_j, влияние b_i на d_j – вместо c_j стоит d_j.

При записи выражений (4.3) $c_j(d_j)$ рассматривается как функция от $a_i(b_i)$. В общем случае учащийся также воздействует на преподавателя через совокупность своих качеств. Тогда функция и аргумент меняются местами, т. е. рассматриваются цепочки

$$a_i^+(c_j)e_v,\ a_i^0(c_j)e_v,\ a_i^-(c_j)e_v. \tag{4.4}$$

Цепочки последовательностей (4.3) и (4.4), а также получающиеся из них заменой a_i на b_i, c_j на d_j будем называть *фрагментами портретов*, $e_v\,(v=\overline{1,w})$ – *учебными фрагментами*.

Совместный портрет преподавателя и учащегося при изучении понятия e_v (обозначим его Портрет (e_v)) можно рассматривать как конкатенацию цепочек α_1, α_2, α_3, α_4; β_1, β_2, β_3, β_4:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= c_1^s(a_1)e_v c_1^s(a_2)e_v \ldots c_1^s(a_n)e_v \ldots c_l^s(a_n)e_v;\\
\alpha_2 &= d_1^s(a_1)e_v d_1^s(a_2)e_v \ldots d_1^s(a_n)e_v \ldots d_k^s(a_n)e_v;\\
\alpha_3 &= c_1^s(b_1)e_v c_1^s(b_2)e_v \ldots c_1^s(b_m)e_v \ldots c_l^s(b_m)e_v;\\
\alpha_4 &= d_1^s(b_1)e_v d_1^s(b_2)e_v \ldots d_1^s(b_m)e_v \ldots d_k^s(b_m)e_v,
\end{aligned} \tag{4.5}$$

где $s \quad \{+,0,-\}$.

Аналогично записываются цепочки $\beta_i(i=\overline{1,4})$, которые получаются из цепочек α_i, когда функция и аргумент меняются местами.

Таким образом,

$$\text{Портрет } (e_v) = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\beta_1\beta_2\beta_3\beta_4. \tag{4.6}$$

Построим автоматную грамматику, порождающую, например, цепочки вида α_1. Тогда остальные цепочки (4.6) будут порождаться аналогичными грамматиками, а конкатенация соответствующих языков будет представлять собой всевозможные цепочки (4.6).

Автоматная грамматика, порождающая цепочки вида α_1, будет иметь следующий вид. Начальный символ I, нетерминалы $A_j^i (i = \overline{1,n}, j = \overline{1,l})$, терминальные цепочки $c_j^s(a_i)e_v$, где s $\{+,0,-\}$; схема правил:

1) $I \to c_1^s(a_i)e_v A_1^1$;

2) $A_i^1 \to c_1^s(a_{i+1})e_v A_{i+1}^1 \ (i = \overline{1,n-1})$;

3) $A_n^1 \to c_2^s(a_1)e_v A_1^2$;

4) $A_i^2 \to c_2^s(a_{i+1})e_v A_{i+1}^2 \ (i = \overline{1,n-1})$;

………………………………………

nl) $A_i^l \to c_l^s(a_{i+1})e_v$.

4.2.2. Модель динамического портрета

Портрет, рассматриваемый в зависимости от времени, образует динамический портрет. При фиксированных моментах времени имеем последовательность портретов.

При рассмотрении системы учебных фрагментов $e_v \ (v = \overline{1,w})$ обнаруживается зависимость одних фрагментов от других.

Графически e_v изображается точкой, зависимость одного фрагмента от другого – стрелкой, направленной к зависимому фрагменту. Выделяется итоговый учебный фрагмент. Таким образом, имеем информационный граф G.

Для этого графа находятся матрица смежности A и матрица $B = A + A^2 + \ldots + A^n$ (где n – порядок матрицы A). По этим матрицам можно делать выводы о формировании тех или иных учебных фрагментов.

Информационные потоки при определенных допущениях можно считать либо простейшими, либо потоками Эрланга. Это дает возможность определить соотношение времени нахождения системы в соответствующих состояниях (вершинах e_v графа G).

Для рассмотренного примера информационные потоки представляют собой формулировки определений, правил, рассуждений, допущений и выводов.

4.2.3. Графическое изображение портретов

Каждый портрет, описываемый КС-грамматикой, можно изобразить деревом, которое представляет собой графическое изображение вывода данной цепочки из начального символа – корня дерева. Нетерминальные и терминальные символы, участвующие в выводе, являются вершинами дерева (при этом терминалы – висящие вершины, нетерминалы – невисящие вершины, соответствующие левым частям грамматики).

Вершины связаны отрезками. Путь в графе определяется как последовательность отрезков, связанных с выводом данной цепочки.

4.2.4. Реализация метода согласования портретов

В качестве реализации данного метода рассмотрим пример. Пусть у данного преподавателя П, по оценке экспертов, по отношению к данному учащемуся У α_1, α_2, α_3 – положительные качества (например, требовательность, профессионализм, коммуникабельность), β_1, β_2 – отрицательные (к примеру, медлительность, неполная отдача). У обучаемого У, согласно экспертной оценке, по отношению к преподавателю П положительные качества c_1 и c_2 (например, трудолюбие и самодисциплина), отрицательное качество – невысокий коэффициент интеллекта.

Очевидно, многие качества и П, и У могут быть универсальными.

Пусть для данных П, У и e_v в данный момент времени последовательность (4.3) имеет вид:

$$\begin{gathered} c_1^0(a_1)e_v,\ c_1^0(a_2)e_v,\ c_1^+(a_3)e_v, c_2^0(a_1)e_v,\ c_2^0(a_3)e_v,\ c_2^0(a_3)e_v; \\ c_1^0(b_1)e_v,\ c_1^-(b_2)e_v\ , c_2^0(b_1)e_v,\ c_2^0(b_2)e_v\ ; \\ d_1^0(a_1)e_v,\ d_1^+(a_2)e_v,\ d_1^+(a_3)e_v\ , d_1^-(b_1)e_v,\ d_1^-(b_2)e_v. \end{gathered} \tag{4.7}$$

Это значит, что трудолюбие данного У не зависит от требовательности, профессионализма и медлительности (по мнению У) преподавателя П, но коммуникабельность преподавателя способствует его увеличению; самодисциплина не зависит от требовательности, профессионализма, коммуникабельности, медлительности и неполной отдачи П (по мнению У). В то же время на трудолюбии У отрицательно сказывается неполная отдача в работе П; коэффициент интеллекта У не связан с требовательностью П; профессионализм и коммуникабельность П положительно воздействуют на интеллект У; медлительность и неполная отдача П отрицательно воздействуют на У.

В этом случае цепочка α_1 запишется в виде конкатенации рассмотренных цепочек последовательности (4.5). Вывод этой цепочки в грамматике будет иметь вид

$$\begin{gathered} I \to c_1^0(a_1)e_v A_1^1 \to c_1^0(a_1)e_v c_1^0(a_2)e_v A_2^1 \to c_1^0(a_1)e_v c_1^0(a_2)e_v c_1^+(a_3)e_v A_3^2 \to \\ \to c_1^0(a_1)e_v c_1^0(a_2)e_v c_1^+(a_3)e_v c_2^0(a_1)e_v A_1^2 \to \\ \to c_1^0(a_1)e_v c_1^0(a_2)e_v c_1^+(a_3)e_v c_2^0(a_1)e_v c_2^0(a_2)e_v\ A_2^2 \to \\ \to c_1^0(a_1)e_v c_1^0(a_2)e_v c_2^0(a_2)e_v c_2^0(a_2)e_v c_2^0(a_3)e_v. \end{gathered} \tag{4.8}$$

На портрет можно посмотреть иначе, введя в рассмотрение матрицу, состоящую из весов фрагментов, слагающих данный портрет. Веса определяются экспертами. Такую матрицу можно трактовать как своеобразный образ портрета. При одинаковых размерах матриц можно рассматривать линейное пространство матриц – образов портретов.

Дерево вывода α_1 показано на рис. 4.2. Аналогичный вывод и дерево вывода имеют и другие цепочки $a_i\,(i=\overline{2,4})$ и $b_i\,(i=\overline{1,4})$. Соответствующее дерево вывода цепочки Портрет (e_v) представлено на рис. 4.3, где «○» – цепочки типа (4.3), «□» – нетерминалы, т. е. к начальному символу прикреплены восемь цепочек такого типа, как на рис. 4.2.

Заметим, что грамматика портрета может быть вероятностной, если известны вероятности осуществления правил. Тогда можно говорить о *достоверности портрета*, которая равна произведению вероятностей порождающих данную цепочку правил. При полном выводе достоверность равна вероятности усвоения всех учебных фрагментов $e_v\,(v=\overline{1,w})$.

Правила, содержащие одну и ту же букву $e_v\,(v=\overline{1,w})$, имеют вероятность 1, т. е. их можно объединить в одно, правая часть которого равна конкатенации всех фрагментов с одинаковой буквой e_v.

При переходе к фрагменту с другой буквой e_v вероятность соответствующего правила можно положить равной проценту выполненных правильно заданий соответствующей отчетной работы по проверке усвоения предыдущего учебного фрагмента. Если речь идет о группе обучаемых, то достоверность вычисляется как средняя арифметическая.

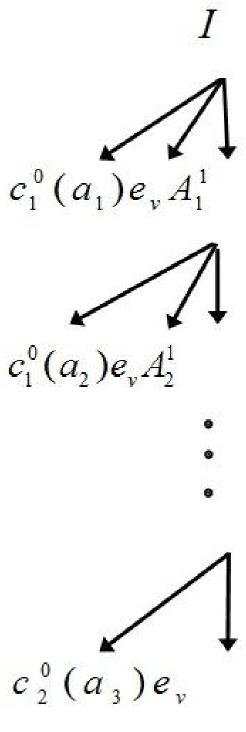


Рис. 4.2

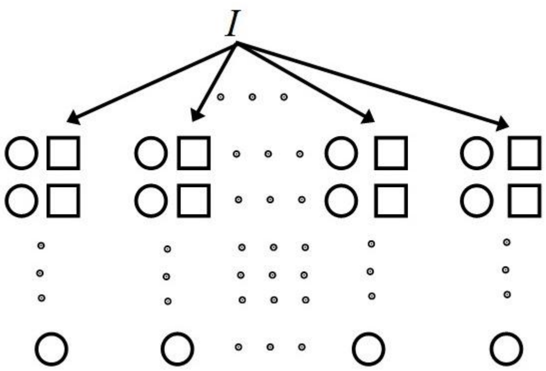


Рис. 4.3

Использование последовательности (4.3) дает возможность сравнивать *степень контакта* данного преподавателя с разными обучаемыми, данного обучаемого – с разными преподавателями, разных преподавателей – с одной и той же группой обучаемых в течение выделенного интервала времени. Для этого можно использовать числа плюсов и минусов в последовательности (4.3). Очевидно, чем больше разность между числами плюсов и минусов, тем лучше результат.

Для портрета на основе понятия «дерево» вводятся понятия:

1) *связность* – граф k- связный, если каждая его вершина связана с k другими вершинами (деревья на рис. 4.2 и 4.3 не являются k-связными);

2) *абсолютная глубина* – сумма длин всех путей графа, где длина пути равна числу слагающих его отрезков (для дерева на рис. 4.2 абсолютная глубина, согласно представленному выводу, равна 6);

3) *максимальная глубина* – максимальная длина пути в графе (для рассмотренного примера равна 6);

4) *средняя глубина* – абсолютная глубина, деленная на число путей в графе (для рассмотренного примера равна 0,5);

5) *матрица запутанности* – среднее количество родительских вершин у данной вершины графа, которое представляет собой частное от деления всех родительских вершин данной вершины на множество всех вершин графа; у дерева каждая вершина имеет одну родительскую, непосредственно предшествующую данной (для рассмотренного дерева это число равно $1/e^{18} = 0{,}056$ – сравнительно небольшое значение).

Подобно онтологии, каждый портрет должен иметь ясное представление [47], удовлетворяющее *условиям баланса*:

1) глубина ветвей примерно одинакова (для рассмотренного примера равна 1);

2) общая картина графа должна быть довольно симметричной;

3) глубина ветви не должна превышать числа Ингве – Миллера [7 ± 2];

4) тип отношений (связей) между фрагментами должен быть по возможности очевиден.

Такой портрет будем называть *качественным*. Для учета «красоты» портретов можно использовать значение Ф = 1,16 и числа Фибоначчи для векторного и матричного представления.

Согласование психологических портретов преподавателей и обучаемых позволит ликвидировать или сгладить конфликтные ситуации, сформировать оптимальные индивидуальные траектории обучения студентов. Дальнейшим развитием данного исследования является разработка моделей вероятностных и нечетких психологических портретов участников учебного процесса.

§ 4.3. Структурное описание сцен и сценариев

Один из наиболее перспективных методов совершенствования учебного процесса – разработка и применение когнитивных образовательных систем.

В России концепцию когнитивных образовательных моделей разработал В.Я. Цветков [137, 138, 161]. Из зарубежных ученых следует отметить Мохамеда Джемни и Франсиско Хосе Гарсия-Пеньальво [147, 155, 160].

Под ситуацией будем понимать совокупность событий, которые осуществляются во времени, пространстве и на множестве состояний объектов. Сценой будем считать совокупность взаимодействующих между собой статических (статические сцены) или динамических (динамические сцены) объектов и связей между ними. Для многих ситуаций характерна сложность (неопределенность). Образ объекта может динамически изменяться в процессе решения задачи его классификации, может отличаться набор объектов и отношений между ними, также возможно неполное изображение сцены, многократная вложенность ситуаций и объектов различной сложности. Таким образом, ситуация и объект находятся в отношении «целое – часть». Ситуация – динамическая совокупность внешних обстоятельств, которые оказывают влияние на выбор эффективного способа действия. Сценарий – путь осуществления учебной ситуации.

4.3.1. Структурное описание сцены для детерминированного случая

Сцена – это картина, включающая в себя фрагменты, расположенные в верхнем, среднем и нижнем секторах, каждый из которых состоит из левой, центральной и правой частей. Например, страницы конспектов, рефератов, учебных пособий, слайды, 3D-изображения (трехмерная сцена) и т. д.

Множество векторов $\overline{a_i}(a_1,...,a_n)$, где $i=\overline{1,m}$ – число учащихся, $a_j(j=\overline{1,n})$ – баллы рейтинга i-го учащегося по j-й дисциплине, образуют сцену.

Сцена может быть вертикальной, наклонной и горизонтальной. Помимо этого, существует комбинированный тип, когда, например, одновременно рассматриваются и синтезируются вертикальная и горизонтальная сцены, связанные, как вариант, с рейтингом профессорско-преподавательского состава по преподавательской работе (вертикальная сцена) и рейтингом по научно-исследовательской работе (горизонтальная сцена).

Рейтинг студентов данной группы по конкретной дисциплине, представленный вектором, является сценой, которая образует некоторый угол со сценой, соответствующей вектору номинального рейтинга.

Приведем схематичное описание сцены с использованием порождающей КС-грамматики [20, 71]. Пусть I – начальный символ грамматики; $A_В$, $A_С$, $A_Н$ – нетерминалы, обозначающие соответственно верхнюю, среднюю и нижнюю части сцены; $A_{ВЛ}$, $A_{ВЦ}$, $A_{ВП}$ – соответственно левая, средняя и правая стороны верхней части сцены; $A_{СЛ}$, $A_{СЦ}$, $A_{СП}$, $A_{НЛ}$, $A_{НЦ}$, $A_{НП}$ – аналогичные обозначения для сторон средней и нижней частей сцены. Обозначим через $a_i\,(i=\overline{1,S_1})$, a, $b_j\,(j=\overline{1,S_2})$, b, $c_i\,(i=\overline{1,S_3})$, c фрагменты сцены, образующие верхнюю, среднюю и нижнюю части.

Для описания данной сцены можно воспользоваться КС-грамматикой с правилами вида (правила 8–14 добавлены для детализации верхней части сцены):

1) $I \to A_В A_С A_Н$;

2) $A_В \to a_i A_В \;\; (i=\overline{1,S_1})$;

3) $A_В \to a$;

4) $A_С \to b_i A_С \;\; (i=\overline{1,S_2})$;

5) $A_С \to b$;

6) $A_Н \to c_i A_Н \;\; (i=\overline{1,S_3})$;

7) $A_Н \to c$;

8) $A_В \to A_{ВЛ} A_{ВЦ} A_{ВП}$;

9) $A_{ВЛ} \to a_i^1 A_{ВЛ} \;\; (i=\overline{1,q_1})$;

10) $A_{ВЛ} \to a^1$;

11) $A_{ВЦ} \to b_j^1 A_{ВЦ} \;\; (j=\overline{1,q_2})$;

12) $A_{ВЦ} \to b^1$;

13) $A_{ВП} \to c_i^1 A_{ВП} \;\; (i=\overline{1,q_3})$;

14) $A_{ВП} \to c^1$.

Аналогичные правила добавляются для средней и нижней части сцены. Рассмотренные в данной грамматике нетерминалы задают соответствующую классификацию фрагментов, например фрагмент *ВЛ*, фрагмент *ВП* и т. д. Если имеется r вертикальных сцен с начальными символами I_1, I_2, …, I_r, то последовательное представление сцен описывается конкатенацией $I_1 I_2 \ldots I_r$.

Пусть $I_\alpha^Н$ – начальный символ сцены, расположенный под углом α ниже сцены с начальным символом I. Тогда системное представление этих сцен можно описать грамматикой с начальным символом $II_\alpha^Н$, правилами типа 1–14 с добавлением аналогичных 8–14 правил для средней и нижней части для обоих символов I и I_α^H.

Обозначим через $I_\alpha^Л$ и $I_\alpha^П$ начальные символы сцен, расположенных соответственно левее и правее сцены с начальным символом I. Тогда на основе правил типа 1–14 нетрудно построить грамматики с начальными символами $I_\alpha^Л I$ и $I_\alpha^П I$, описывающими системное представление данных сцен.

4.3.2. Метод структурного анализа сцен и сценариев

Не нарушая общности, рассмотрим метод на конкретном примере сценария, состоящего из двух сцен. Фрагменты сцен представляют собой отрезки и точки их пересечения (рис. 4.4).

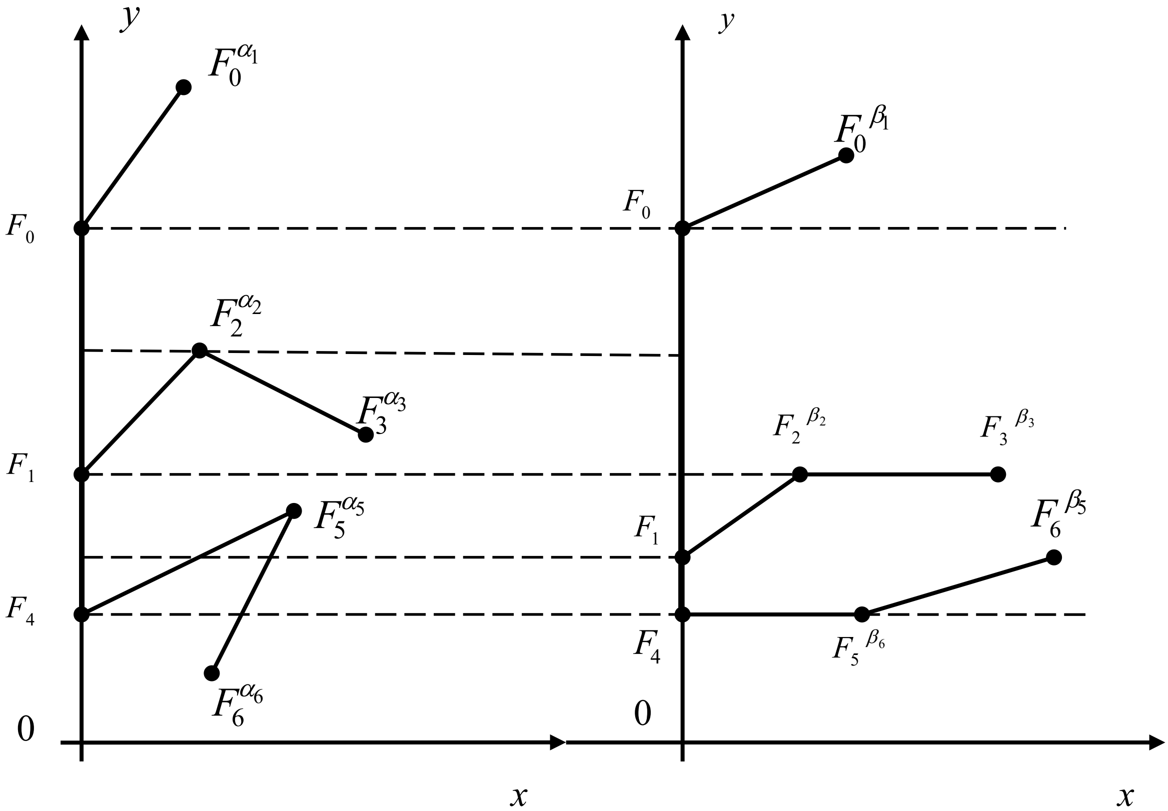


Рис. 4.4

В координатной плоскости $x0y$ помещена сцена 1, в координатной плоскости $x'0'y'$ – сцена 2. Сцена 1 состоит из объединения отрезков (элементов) F_0F_1, F_1F_4, $F_0F_0^{\alpha 1}$, $F_1F_2^{\alpha 2}$, $F_2^{\alpha 2}F_3^{\alpha 3}$, $F_4F_5^{\alpha 5}$, $F_5^{\alpha 5}F_6^{\alpha 6}$, которые будем называть *фрагментами*. Здесь верхние индексы указывают наименьшие углы между данным отрезком и осью $0x$. Сцена 2 описывается аналогично, но используются литеры со штрихами и другие углы.

Отрезки и точки на каждой сцене могут иметь разное смысловое значение. Например, отрезок $F_0F_0^{\alpha 1}$ может быть связан с характеристикой успеваемости учащихся, если считать длину этого отрезка равной длине вектора успеваемости, координаты которого соответствуют взвешенным балльным оценкам данного ученика. Угол α_1 при этом равен углу отклонения вектора успеваемости учащегося от эталонного вектора успеваемости. В общем случае длины отрезков будем измерять в условных единицах.

Положим $F_0F_0^{\alpha 1} = a$, $F_1F_2^{\alpha 2} = bb$, $F_2^{\alpha 2}F_3^{\alpha 3} = cc$, $F_4F_5^{\alpha 5} = dddd$, $F_5^{\alpha 5}F_6^{\alpha 6} =$ $= eee$, $F_0F_1 = uu$, $F_1F_4 = vv$, тогда длины соответствующих отрезков (помеченных теми же буквами со штрихами и углами β_i вместо α_i) сцены 2 (см. рис. 4.4) $F_0'F_0'^{\beta 0} = a$, $F_1'F_2'^{\beta 2} = b$, $F_2'^{\beta 2}F_3'^{\beta 3} = cc$, $F_4'F_5'^{\beta 5} = ddd$, $F_5'^{\beta 5}F_6'^{\beta 6} =$ $= eee$, $F_0'F_1' = uuu$, $F_1'F_4' = v$.

Переход от сцены 1 к сцене 2 с учетом соответствующих длин отрезков и углов между ними показан на рис. 4.5. Соответствующая структурная модель перевода сцены 1 в сцену 2 с использованием двенадцати правил вывода НС-грамматики приводится в п. 4.3.3.

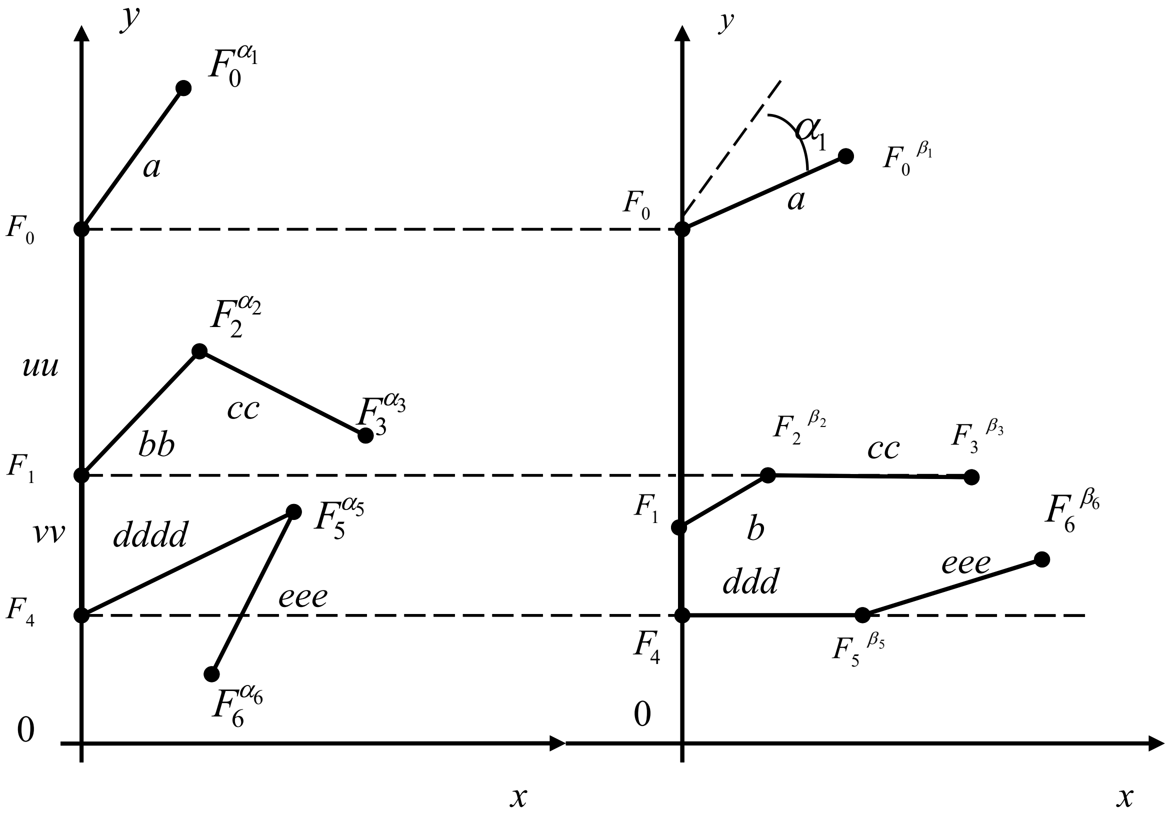


Рис. 4.5

4.3.3. Схема порождающей грамматики

Приведем схему грамматики, описывающей сценарий рис. 4.5:

1) $I \to F_0uF_1vvF_4$;

2) $F_0 \to F_0^{\alpha_1}$; $aF_0^{\alpha_1} \to a_{\alpha_1}$;

3) $F_1 \to bbF_2^{\alpha_2}$; $bbF_2^{\alpha_2} \to (bb)_{\alpha_2} A$;

4) $A \to ccF_3^{\alpha_3}$; $ccF_3^{\alpha_3} \to (cc)_{\alpha_3}$;

5) $F_4 \to ddddF_5^{\alpha_4}$; $ddddF_5^{\alpha_4} \to (dddd)_{\alpha_4} B$;

6) $B \to eeeF_6^{\alpha_5}$; $eeeF_6^{\alpha_5} \to (eee)_{\alpha_5}$;

7) $I \to F_0 u F_1 v F_4$;

8) $F_0 \to aF_0^{\alpha_1-\beta_1}$; $aF_0^{\alpha_1-\beta_1} \to a_{\alpha_1-\beta_1}$;

9) $F_1 \to bF_2^{\alpha_2}$; $bbF_2^{\alpha_2} \to (bb)_{\alpha_2} C$;

10) $C \to ccF_3^{\alpha_3+\beta_3}$; $ccF_3^{\alpha_3+\beta_3} \to (cc)_{\alpha_3+\beta_3}$;

11) $F_4 \to dddF_5^{\alpha_4-\beta_4}$; $dddF_5^{\alpha_4-\beta_4} \to (ddd)_{\alpha_4-\beta_4} D$;

12) $D \to eeeF_6^{\alpha_5+\beta_5}$; $eeeF_6^{\alpha_5+\beta_5} \to (eee)_{\alpha_5+\beta_5}$.

Построенная грамматика позволяет распознавать сцены и сценарии, проводить аналогию их формирования, оценивать сложности описания с точки зрения использования управляющих символов, а также общего числа примененных правил.

В источниках [10, 50, 57] приведен пример динамических сцен формирования компетенций, онтологий, изучения учебника. Процесс формирования компетенции без возвратов представляется цепочкой КС-грамматики, возврат означает неусвоение, поэтому чем длиннее указанная цепочка, тем хуже усвоение. Этот результат можно использовать при анализе сцен.

Сцену можно формализовать с помощью матрицы. Элементами матрицы являются веса отдельных фрагментов, составляющих данную сцену. Количество фрагментов сцены определяется процедурой их классификации. Веса фрагментов задаются методом экспертных оценок. Эта матрица является образом сцены. Если несколько матриц имеют одинаковые размеры, то можно рассматривать линейное пространство матриц – образов нескольких связанных сцен.

Особый интерес представляет случай наложения сцен. Например, в учебном процессе при решении данного примера преподаватель и учащийся могут иметь разные сцены видения алгоритма решения. Алгоритм решения несложно описывается КС-грамматикой вида:

1. $I \to A_1 A_2, \ldots, A_k$.

2. $A_i \to \varphi_i \quad (i = \overline{1, k_1})$, где φ_i – некоторая цепочка в объединенном терминальном и нетерминальном алфавитах. Терминальный алфавит представляет собой закодированные фрагменты решения: функции, формулы и т. д.

3. К каждому нетерминальному символу цепочки φ_i снова применяется правило, аналогичное второму, пока не получится цепочка, состоящая из одних терминалов.

Тогда алгоритм будет представлять собой некоторую выводимую цепочку языка, порожденного данной грамматикой.

Существуют разные пути решения примера, поэтому в построенной грамматике может быть несколько правил типа 1–3. Преподаватель сравнивает возможные алгоритмы решения данного примера, представленные цепочками языка, с алгоритмом студента, который также может быть представлен цепочкой КС-грамматики. Если на некоторых шагах имеются неправильные фрагменты (подцепочки), то преподаватель указывает учащемуся, что их необходимо заменить.

Таким образом, мы рассмотрели случай, когда описание сцен происходит в четких (детерминированных) условиях.

В реальных условиях места и времени фрагменты сцен представляют собой нечеткие образования, поэтому в таком случае для описания сцен применяются стохастические (вероятностные) и нечеткие грамматики [20, 50].

4.3.4. Характеристики сцен

Каждую сцену можно характеризовать объемом, весом, важностью, массой, скоростью изменения веса и массы. Дадим определение этим понятиям.

Объемом сцены $Q(t)$ будем называть число слагающих ее фрагментов в момент t. Вес сцены $P(t)$ – характеристика значимости сцены в момент t, вычисляемая как сумма значимостей с соответствующими коэффициентами слагающих каждую сцену фрагментов. Значимость фрагмента определяется экспертами. Коэффициенты определяются как частное от деления значимости этого фрагмента на максимальную значимость фрагментов. Важность сцены $B(t)$ определяется как произведение объема на вес. Масса сцены $M(t)$ – количество ее ключевых фрагментов в момент t. Объем, вес, масса могут быть постоянными величинами.

Пусть сцена рассматривается на промежутке времени $[t_1, t_2]$, который разобьем на n – 1 частичных промежутков: $[t_1, t_2), [t_2, t_3), ..., [t_{n-1}, t_n]$. Можно считать их достаточно малой длины, тогда приближенно любую из рассмотренных функций на каждом из данных промежутков $[t_{i-1}, t_i)$ зададим линейной функцией (в общем случае будем использовать обозначение $f(t)$), которая находится из уравнения

$$\frac{f(t_i) - f(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} = \frac{f(t) - f(t_{i-1})}{t - t_{i-1}},$$

т. е.

$$f(t) = \frac{f(t_i) - f(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} t - \frac{f(t_i) - f(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} t_{i-1} + f(t_{i-1}). \tag{4.9}$$

Скорость изменения важности $v_B(t)$ определяется как первая производная от важности. Скорость изменения массы сцены $v_M(t)$

представляется как первая производная от массы, активность сцены $П(t)$ – как произведение важности сцены $B(t)$ на скорость изменения массы, т. е. $П(t) = B(t)\ \ v_M(t)$. Разность $R(t) = П(t) - П(t_0)$ будем называть усилием по изменению активности на промежутке времени $[t_0, t]$. Пусть $v_M^э(t)$ – эталонная скорость изменения массы сцены; $v_M(t)$ – скорость изменения массы сцены в восприятии данного обучаемого. Предположим, что

$$v_M^э(t_0) + v_M(t_0) \quad v_M^э(t) + v_M(t), \tag{4.10}$$

где t_0 – начальный момент времени.

Возможны следующие случаи:

1) $v_M^э(t_0) \quad v_M^э(t),\ \ v_M(t_0) \quad v_M(t)$;

2) $v_M^э(t_0) \quad v_M^э(t),\ \ v_M(t_0) \quad v_M(t)$;

3) $v_M^э(t_0) \quad v_M^э(t),\ \ v_M(t_0) \quad v_M(t)$.

Во многих ситуациях второй случай не подходит, так как зачастую эталонная скорость изменения массы со временем возрастает, в противном случае происходит исчезновение сцены.

В первом случае с учетом (4.10) получаем

$$v_M^э(t_0) - v_M^э(t) \quad v_M(t) - v_M(t_0),$$

т. е. снижение эталонной скорости не меньше той величины, на которую увеличивается скорость изменения массы сцены у обучаемого.

В третьем случае одновременное снижение эталонной скорости и скорости обучаемого может быть связано с возрастанием сложности сцены. Пусть сложность не играет роли и рассматривается пример сцены описания некоторого учебного материала. Масса представляет собой произведение ключевых понятий в единице объема на объем, равный числу отработанных к моменту времени t фрагментов дисциплины (например, пунктов параграфа). Тогда можно говорить о недостаточном мастерстве преподавателя.

В качестве итога реализации сцены можно рассматривать работу $A(t)$, определяемую через усилие по изменению активности сцены и изменение массы сцены на участке $[t_0, t]$:

$$A(t) = R(t)\ \ M(t) - R(t_0)\ \ M(t_0). \tag{4.11}$$

Данная характеристика для сцен учебного процесса дает возможность сравнивать эффективность труда учащихся и преподавателей [13].

Аналогично тому, как в работе [13] определяется сложность онтологии, можно определить сложность сцены. Для этого выделяется набор k элементарных (по мнению экспертов) фрагментов. Эксперты определяют веса (значимость) этих фрагментов: σ_1, σ_2, …, σ_k, в общем случае зависимых от времени. Пусть число фрагментов указанной сложности σ_i $(i = \overline{1,k})$ для данной сцены будет n_i $(i = \overline{1,k})$. Тогда общая сложность данной сцены будет равна свертке составляющих фрагментов. Можно также определить сложность сцены через вектор $\{n_1\sigma_1, n_2\sigma_2, \ldots, n_k\sigma_k\}$. Такая трактовка дает возможность рассматривать векторное пространство сложности сцен, т. е. можно выделить базисные векторы сложностей, единичные векторы, зависимые и независимые системы векторов сложностей сцен. Эти понятия продуцируют соответствующие определения сцен, такие как единичная сцена, зависимое и независимое множество сцен, базисные сцены. Аналогичную векторную трактовку можно рассматривать для объема, веса и массы.

Для каждой из рассматриваемых характеристик сцены на основе формулы Парсеваля [57], как это было сделано для портрета, можно найти эффективное значение $f_{\text{эфф}}(t)$:

$$f_{\text{эфф}}(t) = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f^2(t)dt}\,. \tag{4.12}$$

По формуле (4.12) можно оценивать эффективное значение характеристик сцены и сравнивать эти характеристики для разных сцен.

Рассмотрим ***пример*** расчета характеристик сцен.

В одном из вузов на протяжении ряда лет читался курс «Матричные игры в управлении». Продолжительность курса составляет 32 аудиторных часа. Он состоит из 11 параграфов, содержащих 36 ключевых понятий и 225 ключевых понятий с повторениями. Понятия распределились по параграфам следующим образом: первый параграф – 26 ключевых понятий (1 час); второй – 34 (3 часа); третий – 31 (3 часа); четвертый – 20 (2 часа); пятый – 19 (4 часа); шестой – 16 (4 часа); седьмой – 20 (1 час); восьмой – 18 (4 часа); девятый – 15 (3 часа); десятый – 11 (4 часа); одиннадцатый – 15 (3 часа). Веса параграфов P на основе опроса обучаемых и преподавателей по пятибалльной шкале в порядке следования параграфов следующие: 2,1; 3,2; 5; 4,1; 4,9; 4,1; 5; 4,8; 4,9; 4; 4,2.

Требуется охарактеризовать данную дисциплину в любой момент времени с точки зрения введенных числовых характеристик и оценить усилие по изменению активности на временном участке изучения десятого и одиннадцатого параграфов.

Частичные интервалы: $t_0 = 1$, $t_1 = 4$, $t_2 = 7$, $t_3 = 9$, $t_4 = 13$, $t_5 = 17$, $t_6 = 18$, $t_7 = 22$, $t_8 = 25$, $t_9 = 29$, $t_{10} = 32$. В качестве единицы объема будем рассматривать параграф. Тогда $q(1) = 1$, $q(4) = 2$, $q(7) = 3$, $q(9) = 4$, $q(13) =$ $= 5$, $q(17) = 6$, $q(18) = 7$, $q(22) = 8$, $q(25) = 9$, $q(29) = 10$, $q(32) = 11$.

Для рассматриваемого примера функция $q(t)$ при $t \in [t_2, t_3] = [7, 9]$, согласно равенству (4.9), равна $\frac{1}{2}t - \frac{1}{2}$. Тогда при $t \in [7, 9]$ $v(t) = \frac{1}{2}$.

Для массы показателя $m(t_0) = 26$, $m(t_1) = 34$, $m(t_2) = 31$, $m(t_3) = 20$, $m(t_4) = 19$, $m(t_5) = 16$, $m(t_6) = 20$, $m(t_7) = 18$, $m(t_8) = 15$, $m(t_9) = 11$, $m(t_{10}) = 15$. Усилие $R(t)$ по изменению активности изучения дисциплины на временном участке десятого и одиннадцатого параграфов, т. е. на участке [t_9, t_{10}] = = [29, 32], согласно определению $\Pi(t)$, будет равно

$$\Pi(t) \ \ v_m(t) - \Pi(29) \ \ v_m(29) = p_{10} \ \ q(t) \ \ v_m(t) - p_9 \ \ q(29) \ \ v_m(29).$$

По условию p_{10} = 4,2; p_9 = 4. Кроме того, $q(29)$ = 10, $q(32)$ = 11, $v_m(t)$ = (15 – 11) / (32 – 29) = 4 / 3 = 1,3; $v_m(29)$ = 1,3; $p_{10} \cdot q(32) \cdot v_m(32)$ = = 4,2 · 11 · 1,3 = 60,1; $p_9 \cdot q(29) \cdot v_m(29)$ = 4 · 10 · 1,3 = 52. Следовательно, на участке [29, 30] активность увеличивается на 8,1.

На указанном участке из выражения (4.9) и определения $R(t)$ находим $R(t) = 4{,}2 \ \ (\frac{11-10}{32-29} \ t - \frac{11-10}{32-29} \ 29 + 10) \ \ 1{,}3 - 4 \ \ 10 \ \ 1{,}3 = 1{,}8 \ \ (t-28)$.

Таким образом, на интервале t [29, 32] $R(t)$ = 1,8(t – 28). Функция $R(t)$ на рассматриваемом участке является возрастающей, поэтому усилие по изменению активности в промежутке [29, 32] возрастает с увеличением времени.

Пусть t^0 = 29,2, t = 31,5 и $\Pi_1(29{,}2) = \Pi_2(29{,}2)$, $\Pi_1(31{,}5) = \Pi_2(31{,}5)$. Найдем

$$q(29{,}2) = \frac{q(32)-q(29)}{32-29} \ 29{,}2 - \frac{q(32)-q(29)}{32-29} \ 29 + q(29) = \frac{1}{3} \ 29{,}2 - \frac{1}{3} \ 29 + 10 = 10{,}07.$$

Аналогично $q(31{,}5) \approx 10{,}83$; $\Pi_1(29{,}2)$ = $\Pi_2(29{,}2)$ = 42 · 10,07 = = 42,29; $\Pi_1(31{,}5)$ = $\Pi_2(31{,}5)$ = 42 · 10,83 = 45,49; $m_1(29{,}2) \approx 11{,}27$; $m_1(31{,}5) \approx 14{,}33$; $v_m^n(29{,}2) = v_m^n(31{,}5 \approx 1{,}02$). Из формулы (4.9) находим $R(29{,}2)$ = 1,8 · (29,2 – 28) ≈ 2,16, $R(31{,}5)$ ≈ 6,3. Отсюда из выражения (4.11) получаем $A_1(31{,}5) = 6{,}3 \ \ 14{,}33 - 2{,}16 \ \ 11{,}27 \approx 11{,}77$.

Допустим, что $m_2(29) = 10$, $m_2(32) = 11$, тогда аналогично тому, как это делалось для функции m_1, находим $m_2(29{,}2)$ ≈ 10,07, $m_2(31{,}52)$ ≈ 10,83, $v_m^y(29{,}2) = v_m^y(31{,}5) = (10{,}87 - 10{,}07)/3 \approx 0{,}27$.

Найдем $R(t)$ при t [29,32]. Имеем

$$R(t) = 4{,}2 \ \ (\frac{11-10}{32-29} \ t - \frac{11-10}{32-29} \ 29 + 10) \ \ \frac{11-10}{32-29} - 4 \ \ 10 \ \ \frac{11-10}{32-29} = 0{,}46 \ \ (t - 27{,}24).$$

Тогда $R(29{,}2)$ = 0,9; $R(31{,}5)$ = 1,96 и $A_2(31{,}5)$ = 1,96 · 10,83 – 0,9 · 10,07 ≈ ≈ 12,17.

Таким образом, работа, проделанная данным учащимся (данной группой учащихся) на временном участке [29,2; 31,5], несколько превосходит соответствующую работу преподавателя.

4.3.5. Ситуации и сценарии обучения

Для описания ситуации используется следующая информация:

1) характеристика обстановки или состояний;

2) описание событий, последствий, процессов, явлений, которые могут произойти в результате развития (осуществления) ситуации.

Распознавание ситуации означает, что на основании имеющейся информации об обстановке (состояниях объектов) требуется принять решение о том, к какому классу относится ситуация и каков будет ее результат (нужно спрогнозировать последствия ситуации и ее возможное состояние в ближайшем будущем).

Ситуации можно разделить по разным принципам классификации: по степени напряженности в отношениях между субъектами (конфликтная, сосуществование и сотрудничество); по характеру задач и проблем, которые необходимо решить (чрезвычайные, проблемные и непроблемные) и т. д.

Последовательность сцен образует сценарий.

Зачастую крутые повороты при переходе от одной сцены к другой в сценарии связаны с необходимостью принятия соответствующего решения, которое может представлять собой сцены из множества имеющихся или определение характеристического числа (значения некоторой функции, определенной, например, на матричных образах сцен).

В общем случае фрагменты сцен связаны между собой различными отношениями (связями). Это графически изображается стрелками.

Приведем ***пример***. Пусть $i_1 = \overline{1, m_1}$ обозначает номер определения, используемого при решении задачи по данной теме, $i_2 = \overline{1, m_2}$ – номер применяемого правила, $i_3 = \overline{1, m_3}$ – номер шага алгоритма. В общем случае i_1, i_2, i_3 зависят от дискретного времени, которое может определять соответствующие сцены. Тогда множество точек (i_1, i_2, i_3), соединенных по смыслу и согласно следованию фрагментов i_1, i_2, i_3 соответствующими стрелками, образует сценарий.

Таким образом, имеется система сцен, образующая сценарий. Чтобы анализировать информационные потоки и управлять ими, в этой системе можно использовать информационный граф G. Для этого графа находятся матрица смежности A и матрица $B = A + A^2 + \ldots + A^n$ (где n – порядок матрицы A). По этим матрицам можно делать выводы о формировании тех или иных фрагментов.

Если в графе G стрелки направлены и в обратном направлении тоже, то полученный граф будет описывать движение номинальных и информационных потоков от уровня i к уровню $i + 1$ и информационных потоков обучаемого от уровня $i + 1$ к уровню i. Информационные потоки при определенных допущениях можно считать либо простейшими, либо потоками Эрланга. Это дает возможность определения соотношения времени нахождения системы в соответствующих состояниях (вершинах (i_1, i_2, i_3) графа G). Для рассмотренного примера информационные потоки представляют собой формулировки самих определений, правил, рассуждений, допущений и выводов.

В сценарии при переходе от одной сцены к другой одни фрагменты φ_i остаются без изменения (соответствующие правила грамматики: $A_i \to \varphi_i$); другие заменяются новыми фрагментами ϕ_i ($A_i \to \phi_i$); третьи поворачиваются на некоторый угол α_i. Для описания данного перехода используем функциональные нетерминальные символы управления F^{α_i} . При этом процесс перехода задается правилами грамматики вида $F^{\alpha_i} \to \xi_i \alpha_i$, где ξ_i получается из φ_i поворотом на угол α_i. Подобный пример рассмотрен в источнике [17] для описания динамики человека при перемещении из положения «сидя» в положение «стоя».

Характеристиками ситуации являются:

1) насыщенность – определяется как число составляющих ситуацию элементов (фрагментов);

2) закрученность – число углов между элементами;

3) динамичность – число элементов, которые при переходе к следующей сцене меняют свои размеры или углы поворота;

4) коэффициент красоты – количество использований формулы красоты Ф = 1,62 и числа Фибоначчи при описании фрагментов и углов.

В качестве характеристик сценария можно рассматривать:

1) объем – число составляющих сценарий сцен;

2) закрученность – число углов между сценами;

3) динамичность – общее число элементов слагающих сценарий сцен, которые меняют свои размеры или углы поворота;

4) насыщенность – отношение динамичности к объему;

5) коэффициент красоты – сумма коэффициентов красоты составляющих сценарий сцен;

6) яркость – отношение коэффициента красоты сценария к сумме его объема и общего числа углов при изображении сцен.

В заключение приведем примеры использования метода распознавания сцен и сценариев в различных прикладных областях:

1) анализ функционирования и структуры управления военных, социально-экономических и технических систем;

2) интеллектуальные системы управления (микроконтроллеры, системы технического зрения робототехнических систем и т. д.);

3) распознавание спутниковых изображений (земной, водной поверхности, промышленных объектов и т. д.);

4) наземные сцены, полученные системами технического зрения (объекты сельского хозяйства (посевы, сорняки), леса, наземные объекты с элементами инфраструктуры);

5) системы поиска, анализа и обработки данных в корпоративных хранилищах информации, базах данных и знаний, формирование нечетких поисковых запросов;

6) системы тревожной сигнализации при охране объектов и системы предупреждения об опасности;

7) системы прогнозирования землетрясений и природных катастроф, мониторинг геоэкологических ситуаций (контроль загрязняющих выбросов в атмосфере и водной среде, различных видов фито- и зоо-популяций);

8) распознавание символов печатного и рукописного текстов, иероглифов, банковских чеков, денежных купюр, математических формул, рукописных символов в карманных компьютерах (записных книжках);

9) вспомогательные средства управления полетом воздушных объектов;

10) управление технологическими процессами (скоростью линий и температурой при производстве стали);

11) повышение безопасности функционирования ядерных реакторов;

12) системы распознавания текстов, структур естественных языков, речи, жестов, машинного перевода;

13) обнаружение и распознавание человеческих эмоций;

14) биомедицинские приложения (анализ и автоматическая обработка рентгенограмм, электрокардиограмм, исследования хромосом, химических структур, диагностика заболеваний, интерпретация опросников).

§ 4.4. Математическая модель структурного портрета образовательного процесса

Современный образовательный процесс характеризуется сложностью, целостностью, наличием большого количества целей, динамичностью, влиянием множества неопределенных факторов и для каждой образовательной организации является индивидуальным. Определение и анализ его характеристик позволяют выявить проблемы, слабые места, направления повышения эффективности. Словесное описание образовательного процесса учебного заведения – практически нереализуемая задача. Компьютерная обработка и сравнение таких портретов невозможны, поэтому исключительно важной является разработка методов компьютерного описания портретов учебного процесса. Актуальность данной проблемы определяется внедрением концепции цифровизации образования.

Под *компьютерным портретом* понимается математическая модель, отражающая основные, наиболее характерные черты исследуемого процесса. В зависимости от используемого математического аппарата можно рассматривать векторный, матричный [63], грамматический (структурный) [68], статистический [109], системный [110] и информационный [14] портреты.

Целью данного параграфа является разработка метода описания портрета образовательного процесса с помощью аппарата формальных грамматик.

Формализуем обобщенную структурно-функциональную схему образовательной системы следующим образом.

1. Выделим и обозначим структурные элементы системы: I – Министерство образования и науки РФ; D – вуз (например, университет); K – объект управления (функциональные подсистемы); N – субъект управления (система управления учебным процессом).

2. Обозначим процессы в системе: $\xi(t)$ – процесс государственного нормативно-правового регулирования образованием, зависящий от времени; $\eta(t)$ – образовательный процесс; $v(t)$ – внешние воздействия (региональные, социально-экономические и т. д.); $u(t)$ – внутренние управляющие воздействия; $z_1(t)$ – процесс обучения; $z_2(t)$ – процесс управления.

3. Переменные: $\overline{\mu}_k(t)$ – вектор переменных, влияющих на образовательный процесс; промежуточный показатель x_i, зависящий от $\overline{\mu}_k(t)$; α, β – коэффициенты, определяемые экспериментально или заданные в результате исследований, участвующие в описании выходных параметров; $\overline{y}_j(t)$ – вектор выходных переменных.

При принятых обозначениях структурно-функциональную схему образовательной системы можно представить в виде графа (рис. 4.6), где A, E, C, F, G, H, M – вспомогательные символы.

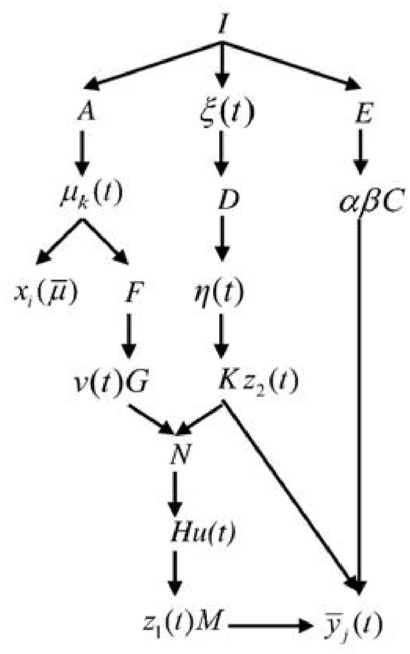


Рис. 4.6

Соответствующая НС-грамматика будет иметь вид: $G_1 = \langle I, A, E, B, C, F, G, K, N, H, M, \xi(t), \mu_k(t)$ – нетерминальные символы; $x_i(\overline{\mu})$, $z_1(t)$, $z_2(t)$, $u(t)$, $v(t)$, $\overline{y}_j(t)$ – терминальные цепочки; схема грамматики $R_1\rangle$.

Правила вывода R_1 имеют вид: 1) $I \to A\xi(t)E$; 2) $A \to \mu_k(t)$; 3) $\mu_k(t) \to x_i(\overline{\mu})F$; 4) $\xi(t) \to B$; 5) $B \to \eta(t)$; 6) $F \to \nu(t)G$; 7) $\eta(t) \to Kz_2(t)$; 8) $GK \to N$; 9) $N \to Hu(t)$; 10) $H \to z_1(t)M$; 11) $E \to \alpha\beta C$; 12) $Mz_2(t)C \to \overline{y}_j(t)$.

Нетерминальные символы связаны с макроблоками схемы, каждый из которых может быть детализирован и представлен в виде графа, подобного графу на рис. 4.6, и описан грамматикой типа G_1. Если рассматриваемая схема – это схема прогнозируемого образовательного процесса и при этом путем экспертного прогнозирования заданы вероятности переходов для каждого правила R_1, то данная грамматика будет вероятностной. Для вероятностной грамматики можно записать вероятностную оценку выводимой цепочке $\overline{y}_j(t)$.

Вектор выходных переменных может содержать данные:

о среднем, максимальном и минимальном баллах успеваемости в целом, а также оценках по регионам, вузам и школам;

качествах преподавателей и учащихся, таких как эрудиция, наблюдательность, умение выслушать, тактичность, доброжелательность и т. д.;

физической подготовке обучаемых;

культурно-развлекательных мероприятиях и т. п.

В то же время каждую вершину графа можно рассматривать как вершину сети с истоком I и стоком $y_j(t)$. Такой граф можно считать информационным с матрицей смежности A и матрицей $B = \sum_{k=1}^{n} A^k$ (k – порядок A), элемент b_{ij} которой указывает число путей, идущих из вершины с номером i в вершину с номером j.

Рассмотрим создание модели портрета образовательного процесса на конкретном примере. Пусть I обозначает компьютерный портрет образовательного процесса; A – показатели Министерства образования и науки; B – показатели преподавателей и студентов вуза; C – руководство вуза; D – внешняя среда образовательной организации; E – сведения об обучающихся; F – знания в профессиональной сфере; G – кругозор (широта знаний); γ – весовой коэффициент расширения знания в профессиональной сфере; δ – весовой коэффициент расширения, т. е. кругозор (широта знаний).

Схема грамматического портрета образовательного процесса представлена в виде графа на рис. 4.7. НС-грамматика будет выглядеть так: $G_2 = \langle I, A, E, B, C, F, G$ – нетерминальные символы; γ, δ – терминальные цепочки; схема грамматики $R_2\rangle$, где правила для R_2: 1) $I \to ABCDE$; 2) $A \to F$; 3) $A \to G$; 4) $B \to F$; 5) $B \to G$; 6) $C \to F$; 7) $C \to G$; 8) $D \to F$; 9) $D \to G$; 10) $E \to F$; 11) $E \to G$; 12) $F \to \gamma$; 13) $G \to \delta$.

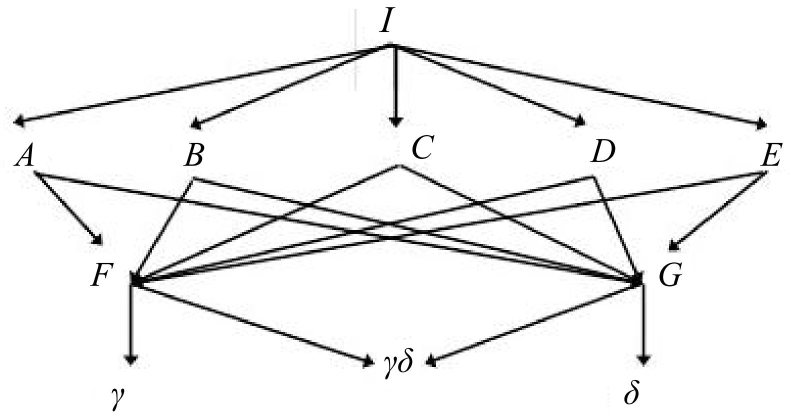


Рис. 4.7

Предложенный *компьютерный портрет* образовательного процесса представляет собой макросхему, каждый блок которой, помеченный нетерминальными символами грамматики, принадлежит данной конкретизации. Так, A может обозначать средний балл ЕГЭ принятых студентов, удельный вес численности иностранных студентов, динамику роста доходов от научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ и т. д.; B – зарплату и квалификацию преподавателей, стипендии студентов вуза; C – ректорат, деканаты, учебный отдел, кафедры; D – уровень жизни в регионе и его экономическое развитие, вузы-конкуренты; E – средний балл, качества студентов (интеллект, трудолюбие, дисциплинированность); F – качества преподавателя (профессионализм, эрудицию, отзывчивость); G – кругозор (широту знаний).

Это макроблоки портрета. Каждый из них изображается графом, подобным графу на рис. 4.7, и описывается соответствующей грамматикой, в том числе вероятностной.

При детальном рассмотрении микроблоков (это выходит за рамки данной работы) получается достаточно полный компьютерный портрет.

Обратим внимание, что граф на рис. 4.7 является информационным с истоком I и стоком $\gamma\delta$. В то же время он представляет собой *транспортную сеть* с основными ее показателями, в том числе вероятностного характера.

Основные результаты работы:

1) описание обобщенной структурно-функциональной схемы образовательной системы с помощью формальной грамматики;

2) разработка модели грамматического портрета образовательного процесса и построение соответствующей ей грамматики.

Разработанный метод может быть использован не только в образовательном процессе, но и для описания других социально-экономических явлений и процессов.

§ 4.5. Учебные динамические сцены

В данном параграфе рассматривается графолингвистический метод описания динамических сцен, отличающийся наглядностью и простотой восприятия, позволяющий объективно, быстро и наглядно проводить анализ и оценку (в том числе сравнительную) успеваемости учащегося, представляющий процесс обучения в динамике. Может быть использован при описании и анализе социальных, биологических и технических систем.

В статье [33] было построено дерево компетенции ПК-5 по дисциплине «Математический анализ» (направление подготовки 0800100 Экономика).

Введя новую вершину A_φ, связанную с данным учащимся, и соединив с ней все висячие вершины, получим *информационную сеть* формирования компетенции для данного учащегося. Движение по дугам сети от A_φ к начальной вершине A_1 интерпретируется как *динамическая сцена* формирования компетенции ПК-5 (рис. 4.8).

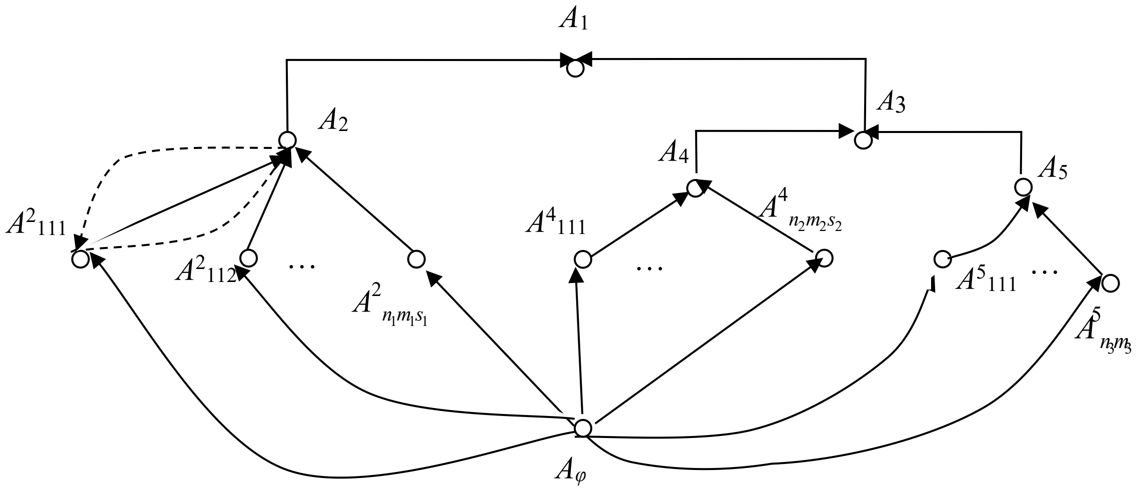


Рис. 4.8

Пунктиром на рис. 4.8 показан возврат к фрагменту A^2_{111} в случае плохого усвоения фрагмента A_2 в разделе материала A^2_{111}. Ясно, что число пунктирных линий характеризует степень усвоения соответствующего учебного материала: чем линий больше, тем хуже усвоение. Процесс формирования компетенции без возвратов можно представить цепочкой языка бесконтекстной грамматики: $A^2_{111}A^2_{112}\ldots A^2_{n_1m_1s_1}A^4_{111}\ldots A^4_{n_2m_2s_2}A^5_{11}\ldots A^5_{n_3m_3}$.

В случае возвратов данная цепочка удлиняется за счет повторений фрагментов: чем она длиннее, тем хуже успеваемость учащегося. Таким образом, длина является *индикатором успеваемости*. Эта характеристика дает возможность при анализе процесса обучения и классификации учащихся обходиться без часто используемой в настоящее время для описания подобных ситуаций лингвистической переменной [47].

Кроме того, используя нетерминальный информационный символ E_t (a_i, b_i, c_i, d_i, …), где t – момент времени; $a_i\ (i=\overline{1,n})$ – фрагмент (формула, пример, определение и т. п.), изучаемый данным учащимся в момент времени t; b_i ($i=\overline{1,n}$) – множество значений лингвистической переменной, характеризующих уровни компетенции b_i {познавательный, практический, репродуктивный, продуктивный, исследовательский}; c_i – число заданий данного типа; d_i – средний балл за выполнение этих заданий и т. д., можно детально описать процесс формирования компенсации у данного учащегося на любом промежутке времени [t_1, t_n] цепочкой $E_{t_1}(a_1,b_1,c_1,d_1,\ldots)\ldots\ E_{t_n}(a_n,b_n,c_n,d_n,\ldots)$. Анализ цепочки дает возможность оценить работу учащегося в зависимости от возвратов к тем или иным фрагментам и времени их изучения.

Представленный на рис. 4.8 граф в общем случае является нагруженным: в качестве весов дуг рассматриваются плотности соответствующих информационных потоков. Плотности могут иметь разное смысловое содержание: средней плотности потока *информативных* единиц, средней степени усвоения, средней степени сложности соответствующего учебного материала. Данный граф можно превратить в нечеткий, если каждой дуге A_iA_j поставить в соответствие функцию принадлежности $\mu(A_i,\ A_j)\ =\ \lambda_{ij}\ /\ \lambda_{ij}^*$, где λ_{ij}^* – номинальное (или при индивидуальном обучении максимально возможное) для данного учащегося на данном участке значение показателя λ_{ij}. В таком случае можно говорить о $\mu(A_i,\ A_j)$ как о степени достижения из вершины A_i вершины A_j данным учащимся и обобщить понятие степени достижимости на пути из одной вершины в другую [47], считая длиной пути число, на единицу меньшее числа определяющих его вершин. *Степень достижимости* по данному пути определяется как минимальная из степеней достижимости слагающих его дуг. Это понятие позволяет анализировать успеваемость учащегося по различным подкомпетенциям данной компетенции, а также сравнивать успеваемость разных учащихся.

Используя понятие изоморфизма нечетких графов [47] и учитывая, что при эталонном формировании компетенции по всем дугам $\mu(A_i,\ A_j) = 1$, можно оценить степень усвоения учащимся данной компетенции как степень изоморфизма данного графа и эталонного.

В источнике [47] приводится дерево онтологии «Обыкновенное дифференциальное уравнение n-го порядка», схема которого с учетом вершины A_φ представлена на рис. 4.9. Здесь A_0 – обыкновенное дифференциальное уравнение n-го порядка; A_1 – уравнение; A_2 – равенство; A_3 – выражение вида $F(x,\ y,\ y',\ \ldots,\ y^{(n)}) = 0$; A_4 – равенство связывает x, y и все производные функции y до n-го порядка; A_5 – порядок; A_6 – производная; A_7 – предел отношения приращения функции Δy к приращению Δx аргумента; A_8 – предел; A_9 – функция; A_{10} – приращения $\Delta y = y - y_0$, $\Delta x = x - x_0$; A_{11} – отношение; A_{12} – соответствие; A_{13} – дробь $\Delta y/\Delta x$. Пунктирные линии означают возврат к уже пройденному материалу. При движении от вершины A_φ вверх по графу происходит раскрытие одного понятия через другое с использованием информационного потока с плотностью λ_{ij} (при движении по дуге A_iA_j); плотность может иметь смысл средней плотности потока информативных единиц, средней степени усвоения или средней степени сложности изучаемого на данном участке понятия.

Точно так же, как и для графа компетенции, для графа онтологии можно ввести меру принадлежности $\mu(A_i, A_j)$ для каждой дуги, определить степень достижимости и степень усвоения в формировании знаний. Помимо этого, для онтологии можно использовать лингвистическую модель анализа ее формирования.

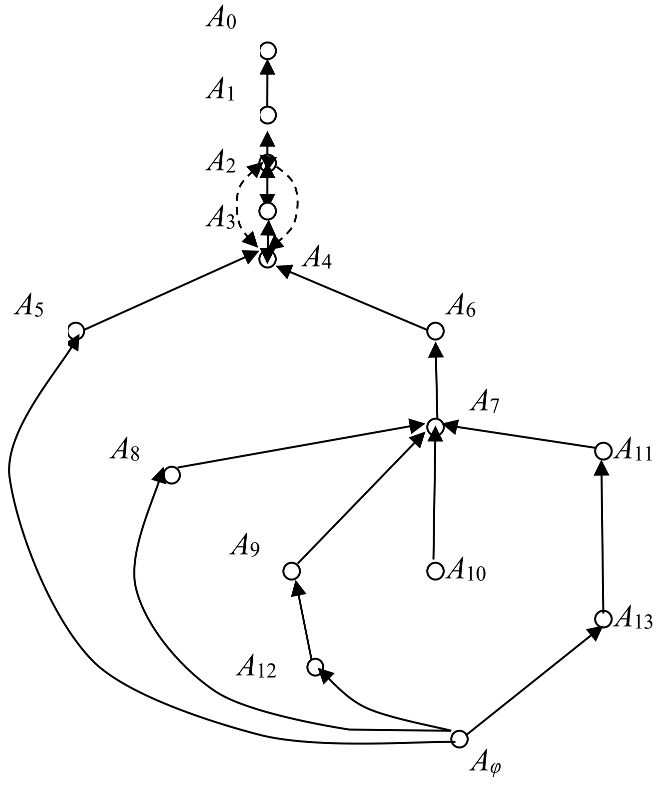


Рис. 4.9

Динамику изучения учебника (учебного пособия) по математическим дисциплинам можно описать следующим образом. Учебник (учебное пособие) состоит из параграфов, которые обычно состоят из следующих фрагментов: A_0 – вступление; A_1 – определение; A_2 – теорема; A_3 – доказательство; A_4 – следствие; A_5 – пример; A_6 – задача; A_7 – пояснение; A_8 – рекомендации. Пусть, например, некоторый параграф имеет последовательность перечисленных фрагментов $A_0A_1A_7A_5A_2A_3A_7A_4A_6A_8$, процесс изучения которых данным учащимся происходит по схеме, представленной на рис. 4.10. Из схемы видно, что к A_1, A_5, A_2 и A_3 учащийся возвращается дважды, поэтому для него последовательность изученных фрагментов рассматриваемого параграфа будет следующая:

$$A_0A_1A_7A_5A_1A_5A_2A_3A_2A_3A_7A_4A_6A_8.$$

На основе схемы рис. 4.10 строится граф процесса изучения данного параграфа данным учащимся (рис. 4.11). Он исследуется на изоморфизм относительно эталонного графа данного параграфа (рис. 4.12).

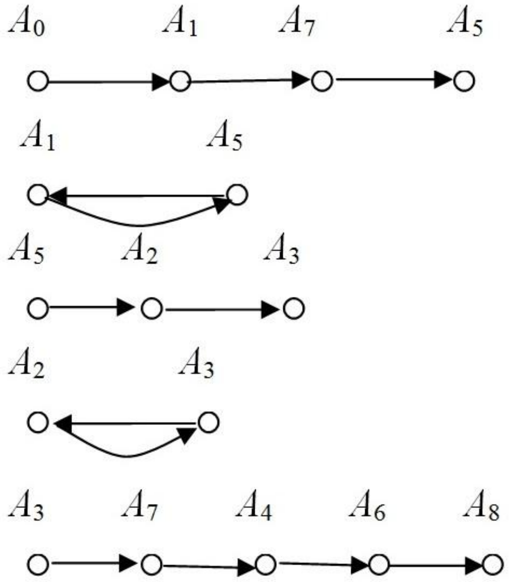


Рис. 4.10

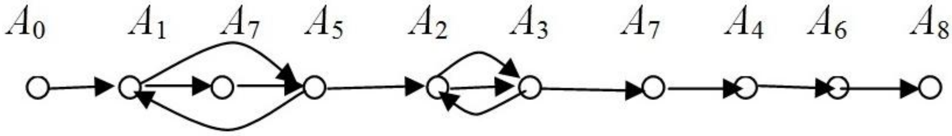


Рис. 4.11

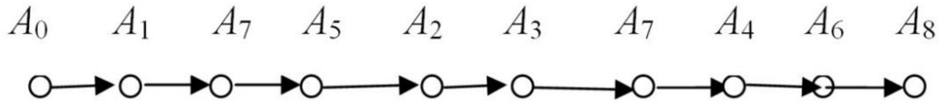


Рис. 4.12

Функция принадлежности $\mu(A_i, A_j)$ эталонного графа для любой дуги считается равной 1, а для графа, моделирующего схему рис. 4.10, – согласно текущему контролю усвоения.

Таким образом, нами был рассмотрен графолингвистический метод описания процесса формирования компетенций, онтологий и изучения учебника.

ГЛАВА 5
МОДЕЛИРОВАНИЕ УЧЕБНО-ВОСПИТАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА В ВЫСШЕМ УЧЕБНОМ ЗАВЕДЕНИИ

Задача организации инновационной системы оценки знаний обучаемых является одной из наиболее актуальных в учебном процессе. О важности инновационных методов формирования и оценивания ключевых компетенций студентов вуза пишут многие исследователи, например в статье [83]. Несмотря на то, что вопрос «как оценивать качество образования?» был поставлен авторитетными учеными достаточно давно [117], его актуальность только возросла. Как отмечается в статье [117, с. 43], «…зачастую оценки качества образования рассматриваются весьма упрощенно». В работе [92] показано, что для достижения высокого качества образования необходимо применение средств информатизации, телекоммуникации и интеллектуальных роботов. Автор статьи [127] считает, что «…сама задача измерения качества образования не может быть решена в рамках только педагогической науки».

Новые информационные технологии, в частности технологии управления, являются наукоемкими и основаны на применении современных математических методов и моделей. Поэтому в образовательном процессе также должно развиваться направление «информационные и математические методы в педагогике», связанное с интеллектуализацией учебного процесса. Примером интеллектуальных методов обучения можно назвать, например, системы поддержки решения математических задач [23].

Крайне важным является внедрение в обучение современных систем квалиметрии с применением математических методов построения шкал измерения. Сложность заключается в том, что ни один из разработанных математических методов решения проблемы оптимальной организации и управления учебным процессом в отдельности не позволяет охватить все задачи и стороны процесса ввиду его сложности и многогранности. Только совокупность математических методов и моделей, объединенных на основе системного подхода, позволит получить практические результаты, синергетический эффект. Математические методы и модели должны использоваться как при четкой, так и при нечеткой информации.

Целью данной главы является исследование вопросов использования векторных (и других обобщенных) оценок характеристик эффективности обучения, а также классификация групп обучаемых и применение нечетких грамматик рейтинговой оценки.

§ 5.1. Совершенствование оценки знаний обучаемых

Рассмотрим достоинства применения векторных оценок по сравнению со средними оценками.

Дело в том, что при геометрической интерпретации имеется бесконечное множество комбинаций среднего значения, определяемых координатами точек $A(a_1, a_2)$, $A_1(a_1^1, a_2^1)$, $A_2(a_1^2, a_2^2)$ и т. д. (рис. 5.1), т. е. $\frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{a_1^1 + a_2^1}{2} = \frac{a_1^2 + a_2^2}{2}$ и т. д. Имеется полная неопределенность выделения какой-то одной комбинации. При векторном подходе системе значений (a_1, a_2) соответствует одна-единственная точка A, определяемая длиной вектора $\overline{OA}$ и углом поворота α (рис. 5.2). Средняя арифметическая показана на рис. 5.1, а векторная оценка – на рис. 5.2.

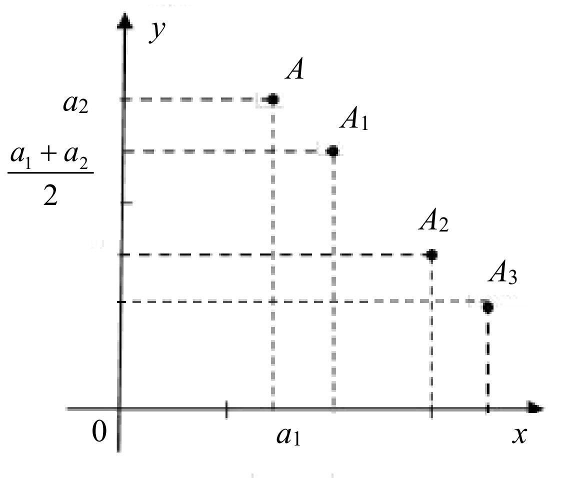


Рис. 5.1

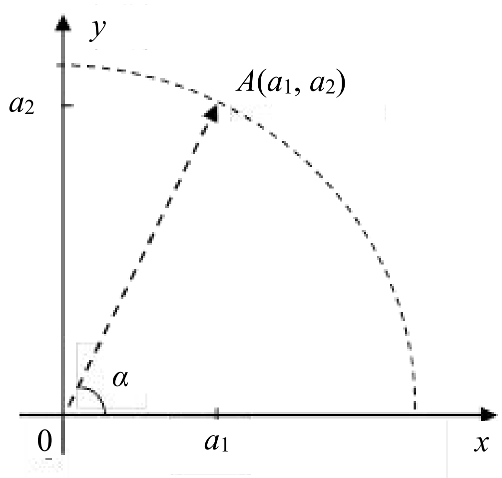


Рис. 5.2

Не нарушая общности, рассмотрим ***пример***. По первой дисциплине студент A получил 2 балла (отрицательная оценка), по второй – 5 баллов, а студент B – 4 и 3 балла соответственно. Надо определить, у кого средний балл выше. По формуле средней арифметической получается, что средние баллы одинаковые. При этом можно изъять из рассмотрения вырожденные случаи отрицательной оценки (двойки).

Рассмотрим другой ***пример***: минимальный (положительный) балл равен 3, максимальный по первой дисциплине – 12, по второй – 10. У студента A баллы 3 и 10, у студента B – 6 и 7. Средний балл одинаковый – 6,5. В таком случае у второго студента каждый балл ближе к среднему, а у первого – слабая успеваемость по первой дисциплине и максимальный балл по второй. Имеется неопределенность в оценке успеваемости.

Вывод: среднего балла недостаточно для сравнения успеваемости. Представим данную ситуацию геометрически. Оценка успеваемости с использованием вектора-нормы показана на рис. 5.3. Пусть a_1 и a_2 – баллы студента *A*; b_1 и b_2 – студента *B*.

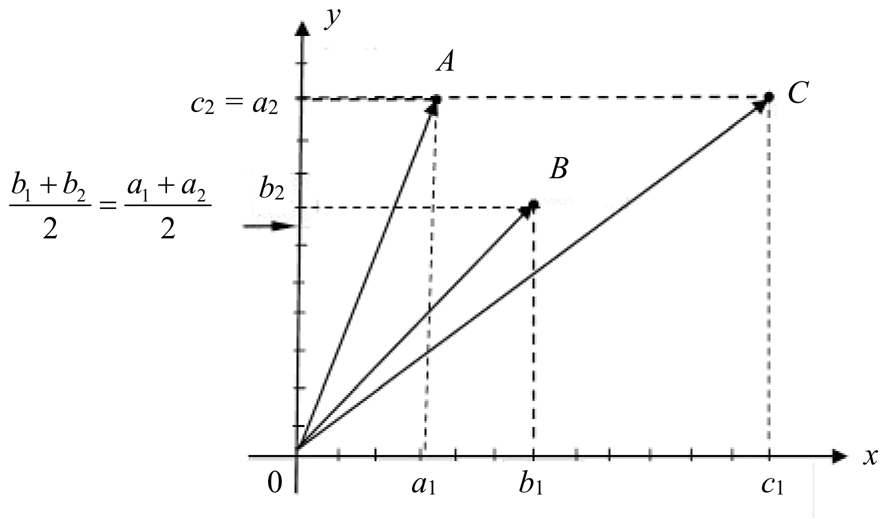


Рис. 5.3

Рассматривая значения a_1 и a_2, b_1 и b_2 в системе, получим векторы (a_1, a_2) и (b_1, b_2), которые можно сравнивать относительно их длин: где больше длина, там выше успеваемость. Для рассмотренного примера выше успеваемость у студента *A*, что у многих экспертов может вызвать неудовлетворение, так как у второго студента оба балла близки к среднему. Это приводит к необходимости введения вектора-нормы, например вектора с максимально возможными координатами успеваемости. Для рассматриваемого примера это вектор (c_1, c_2) = (12, 10), при этом (a_1, a_2) = (3, 10), (b_1, b_2) = (6, 7). Из рис. 5.3 видно, что сравнивать векторы друг с другом или с вектором-нормой только по длинам нецелесообразно, так как надо учитывать еще и отклонения вектора от вектора-нормы относительно угла поворота.

Таким образом, векторы сравниваются относительно их скалярных произведений с вектором-нормой, т. е. сравниваются $\overline{OA}\ \overline{OC}$ и $\overline{OB}\ \overline{OC}$. Предпочтительнее тот вектор, у которого это произведение больше.

Для рассматриваемого примера $\overline{OA}\ \overline{OC} = 3\ 12 + 10\ 10 = 136$, $\overline{OB}\ \overline{OC} =$ $= 6 \cdot 12 + 7 \cdot 10 = 142$. Следовательно, успеваемость студента *B* лучше, чем студента *A*.

Таким образом, примитивные способы определения типа арифметической средней не дают полной и многогранной картины различных проявлений и этапов формирования оценки и ее составляющих.

Векторный анализ может использоваться и при анализе работы преподавателей [21]. Например, можно использовать двумерный вектор $\bar{c}(c_1, c_2)$, при этом c_1 соответствует среднему баллу обучаемых у данного преподавателя, c_2 – среднему баллу преподавателя по оценке студентов. Если $\overline{c_1}$ и $\overline{c_2}$ характеризуют учебную деятельность двух преподавателей, $\overline{c_0}$ – вектор-норма и $\overline{c_0}\ \overline{c_1} > \overline{c_0}\ \overline{c_2}$, то у первого преподавателя выше показатели качества, если $\overline{c_0}\ \overline{c_1} < \overline{c_0}\ \overline{c_2}$ – выше у второго, если $\overline{c_0}\ \overline{c_1} = \overline{c_0}\ \overline{c_2}$ – показатели одинаковы.

Трехмерный вектор характеризует учебную, научную и методическую работу преподавателя.

При многокритериальном оценивании один из возможных подходов – сравнение векторов $(a_1^1, a_1^2, \ldots, a_1^n)$ и $(a_2^1, a_2^2, \ldots, a_2^n)$ по критериям K_1, K_2, …, K_n, где a_1^i и a_2^i характеризуют критерий K_i при двух разных измерениях. Векторы сравниваются аналогично тому, как это было показано для однокритериального оценивания.

Другой подход заключается в построении на основе статистических данных эконометрических моделей и обосновании статистических оценок [141].

§ 5.2. Метод векторного анализа инновационной деятельности вуза

Исследование проблемы качества обучения является актуальной задачей. В настоящее время все большую роль в ее решении играют математические модели и методы [13, 21]. В данном параграфе на основе аппарата векторной алгебры исследуется качество открытой (дистанционной) формы обучения. Однако все полученные результаты могут успешно использоваться и для других форм обучения.

При открытой (дистанционной) форме в связи с достаточно большой для обучаемых свободой выбора: а) сроков сдачи контрольных (курсовых) работ; б) сроков сдачи зачетов (экзаменов) – по данному предмету имеется больше, чем при других формах обучения, степеней свободы, обусловленных формами контроля (а) и (б), которые можно рассматривать в качестве так называемого *характеристического вектора обучения* $\overline{\alpha}$ (a, b) с координатами, изменяющимися в достаточно широком диапазоне.

Так, a и b можно считать равными порядковому номеру срока сдачи по данной дисциплине контрольной (курсовой) работы и зачета (экзамена) соответственно, включая досрочную сдачу. Например, $a = 1$, если контрольная работа сдана в первый срок; $a = 2$ – работа сдана во второй срок; $a = 3$ – в третий срок; $a = 4$ – не сдана. Значения координаты b можно определить следующим образом: $b = 1$, если зачет (экзамен) сдавался в первый срок; $b = 2$ – сдавался во второй срок; $b = 3$ – в третий срок.

Кроме того, с каждым обучаемым можно связать *вектор успехов* $\overline{\beta}\,(c, d)$, где c – зачет контрольных (курсовых) работ; d – сдача зачетов (экзаменов). При этом координатам c и d можно придать, например, значения 1, 2, 3, 4, характеризующие эффективность работы (усвоения и сдачи предмета) студента в данном семестре:

$c = 1$, если контрольная (курсовая) работа зачтена с первого раза; $c = 2$ – зачтена со второго раза; $c = 3$ – зачтена комиссией; $c = 4$ – не зачтена;

$d = 1$, если зачет (экзамен) сдан с первого раза; $d = 2$ – сдан со второго раза; $d = 3$ – сдан комиссии; $d = 4$ – не сдан.

Векторы $\overline{\alpha}$ и $\overline{\beta}$ можно использовать для сравнения успеваемости разных студентов, а также одного студента по разным курсам. Так, если a_1 и b_1 – сроки сдачи студентом соответственно контрольной работы и экзамена по высшей математике, a_2 и b_2 – то же самое по основам бизнеса, то имеем два характеристических вектора $\overline{\alpha}_1$ (a_1, b_1) и $\overline{\alpha}_2$ (a_2, b_2).

По какому предмету данный студент имеет лучшие показатели: высшей математике или основам бизнеса? Если, например, обе координаты вектора $\overline{\alpha}_1$ не больше соответствующих координат $\overline{\alpha}_2$, то можно сделать вывод о том, что темпы усвоения высшей математики данным студентом не ниже темпов усвоения основ бизнеса. Если же $a_1 > a_2$, а $b_1 < b_2$, то успехи студента по двум дисциплинам целесообразно сравнивать, используя длины векторов: если $\left|\overline{a_2}\right| > \left|\overline{a_1}\right|$, то студент быстрее усваивает высшую математику; при $\left|\overline{a_1}\right| > \left|\overline{a_2}\right|$ – быстрее идет усвоение основ бизнеса; при $\left|\overline{a_1}\right| = \left|\overline{a_2}\right|$ – темпы усвоения одинаковы.

Таким образом, в координатной форме более быстрое усвоение первого предмета по сравнению со вторым можно записать в виде

$$\sqrt{a_1^2 + b_1^2} < \sqrt{a_2^2 + b_2^2},$$

или

$$a_1^2 + b_1^2 < a_2^2 + b_2^2. \tag{5.1}$$

Соответственно, одинаковое усвоение задается условием

$$a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2. \tag{5.2}$$

Аналогичная формула имеет место при сравнении векторов успехов. Так, если $\overline{\beta}_1$ (c^1, d^1) и $\overline{\beta}_2$ (c^2, d^2) – векторы успехов двух студентов по данной дисциплине, то условие лучшего усвоения первого студента записывается в виде

$$(c^1)^2 + (d^1)^2 < (c^2)^2 + (d^2)^2, \tag{5.3}$$

одинаковое усвоение будет определяться условием

$$(c^1)^2 + (d^1)^2 = (c^2)^2 + (d^2)^2. \tag{5.4}$$

Характеристическим числом успехов студента по определенному предмету назовем скалярное произведение $\overline{\alpha} \cdot \overline{\beta}$. Из определения векторов $\overline{\alpha}$ и $\overline{\beta}$ следует, что чем успешнее занимается данный студент по данной дисциплине, тем меньше скалярное произведение $\overline{\alpha} \cdot \overline{\beta}$. И наоборот, чем меньше $\overline{\alpha} \cdot \overline{\beta}$, тем лучше показатели у студента по данному предмету.

Пусть в группе n студентов. Введем в рассмотрение вектор $\overline{\gamma}$, координатами которого будут характеристические числа успехов (скалярные произведения $\overline{\alpha} \cdot \overline{\beta}$) студентов этой группы. Данный вектор можно назвать *вектором качества обучения* студентов данной группы по данному предмету. При этом чем меньше его длина, тем успешнее занимается группа, при равных длинах успехи соответствующих групп одинаковые. Однако характеристика качества обучения только на основе длин векторов качества является неполной. Так, одному и тому же вектору качества $\overline{\gamma}$ данной группы могут соответствовать несколько разных векторов качества $\overline{\gamma_1}$, $\overline{\gamma_2}$, …, $\overline{\gamma_i}$ других групп, имеющих равные с $\overline{\gamma}$ длины, но по-разному направленные (рис. 5.4).

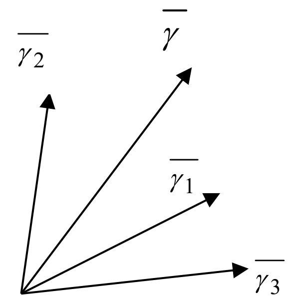


Рис. 5.4

Дело в том, что одинаковую длину, согласно выражениям (5.2) и (5.4), имеют векторы, у которых $a_1^2 - a_2^2 = b_2^2 - b_1^2$ или $(c^1)^2 - (c^2)^2 = (d^2)^2 - (d^1)^2$.

Например, если $\overline{a_1}$ $(3, \sqrt{11})$ и $\overline{a_2}$ (2, 4), то $3^2 - 2^2 = 4^2 - 11$.

Рассмотренные векторы имеют одинаковую длину $\sqrt{20}$, но координаты в достаточной степени отличаются друг от друга. Поэтому для характеристики близости векторов можно рассматривать угол между ними (см. рис. 5.4):

$$\cos \varepsilon = \frac{\overline{\gamma}\ \overline{\gamma_1}}{|\overline{\gamma}|\ |\overline{\gamma_1}|}. \tag{5.5}$$

Чем меньше $\cos\varepsilon$ будет отличаться от 1, тем меньше будет ε и тем меньше векторы качества $\overline{\gamma}$ и $\overline{\gamma_1}$ будут отличаться друг от друга.

При оценке качества обучения можно использовать *метод штрафных очков*, предполагающий некоторый игровой подход и заключающийся в следующем. Среди характеристических векторов $\overline{\alpha}$ выделим так называемые *базисные векторы* $\overline{\alpha_1}$ (2, 1) и $\overline{\alpha_2}$ (1, 2), соответствующие случаям: $\overline{\alpha_1}$ – контрольная (курсовая) работа сдана во второй срок, зачет (экзамен) – в первый срок; $\overline{\alpha_2}$ – контрольная (курсовая) работа сдана в первый срок, зачет (экзамен) – во второй срок.

Все остальные характеристические векторы $\overline{\alpha}$ будут представимы в виде линейной комбинации $\overline{\alpha_1}$ и $\overline{\alpha_2}$:

$$\overline{\alpha} = k_1\overline{\alpha_1} + k_2\overline{\alpha_2},$$

где k_1, k_2 – числа.

Идеальная сдача соответствует случаю, когда и контрольная (курсовая) работа, и зачет (экзамен) сданы в первый срок. Такая ситуация интерпретируется вектором $\overline{\alpha}$ (1, 1), т. е. вектором с единичными координатами. Будем считать, что в этом случае штраф составляет 0 баллов.

Для базисных векторов $\overline{\alpha_1}$ (2, 1) и $\overline{\alpha_2}$ (1, 2) полагаем штраф равным 1. Можно говорить о линейном преобразовании множества характеристических векторов во множество штрафов. Матрица линейного преобразования A определяется следующим образом:

$$A = (1, 1).$$

Напомним, что столбцы данной матрицы являются образами базисных векторов. Пусть вектор $\overline{\alpha} = a\overline{\alpha_1} + b\overline{\alpha_2}$, т. е. a и b – координаты вектора $\overline{\alpha}$ в базисе $\overline{\alpha_1}$, $\overline{\alpha_2}$. Тогда учащийся с характеристическим вектором $\overline{\alpha}$ (a, b) получит штраф ω, определяемый по формуле

$$\omega = A\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix};\ \omega = (1, 1)\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a + b. \qquad (5.6)$$

Таким образом, при идеальной сдаче штраф равен 0, в остальных случаях он определяется по формуле (5.6) и равен сумме координат данного вектора в базисе $\overline{\alpha_1}$, $\overline{\alpha_2}$.

Аналогично можно определить штрафы, связанные с вектором успехов.

Одна из важных задач, возникающих при оценке качества обучения, заключается в сравнении успеваемости групп, обучаемых по одной и той же дисциплине или по разным дисциплинам на протяжении нескольких лет. При решении этой задачи удобно использовать введенный ранее вектор качества обучения $\overline{\gamma}$. Для простоты, но не нарушая общности, предположим, что такой анализ проводился в течение четырех лет в данной группе по высшей математике и истории. В результате были получены векторы качества $\overline{\gamma}_1^{(1)}$, $\overline{\gamma}_2^{(1)}$, $\overline{\gamma}_3^{(1)}$, $\overline{\gamma}_4^{(1)}$, характеризующие успеваемость по высшей математике за четыре года, и векторы качества $\overline{\gamma}_1^{(2)}$, $\overline{\gamma}_2^{(2)}$, $\overline{\gamma}_3^{(2)}$, $\overline{\gamma}_4^{(2)}$, характеризующие успеваемость по истории за этот же срок (рис. 5.5, 5.6).

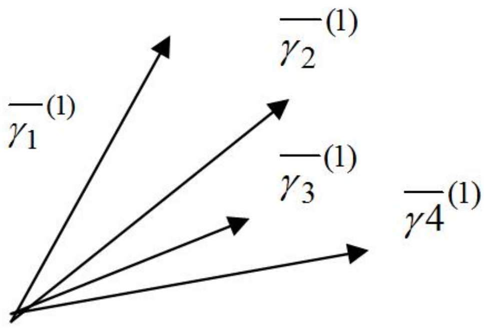


Рис. 5.5

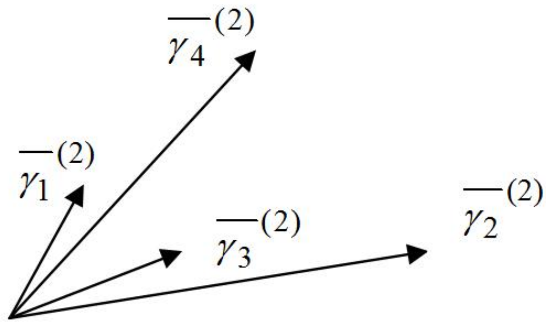


Рис. 5.6

По какому из предметов успеваемость выше? Возможный метод решения поставленной задачи заключается в следующем. Находим длины векторов:

$$\left|\overline{y_1^{(1)}}\right| = y_1^{(1)}, \left|\overline{y_2}^{(1)}\right| = y_2^{(1)}, \ldots, \left|\overline{y_4^{(2)}}\right| = y_4^{(2)}.$$

Далее определяем два вектора:

$$\overline{\eta_1} = (y_1^{(1)}, y_2^{(1)}, y_3^{(1)}, y_4^{(1)}) \text{ и } \overline{\eta_2} = (y_1^{(2)}, y_2^{(2)}, y_3^{(2)}, y_4^{(2)}),$$

у первого из которых координаты – это длины четырех векторов, характеризующих успеваемость по высшей математике, а координаты второго характеризуют успеваемость по истории. Затем вычисляются длины векторов $\overline{\eta_1}$ и $\overline{\eta_2}$ и делается вывод: чем меньше длина вектора, тем успешнее занимается группа.

Для определения качественного обучения необходимо ввести *норму качества обучения*. Например, можно считать нормой ситуацию, когда не менее 75 % студентов данной группы по данному предмету сдают контрольную (курсовую) работу, экзамен и зачет в первый срок и с первого раза и не более 25 % сдают их во второй срок или со второго раза, при этом во всех случаях не позднее второго срока и не более двух раз. Тогда для 75 % студентов характеристический вектор и вектор успеха будут иметь единичные координаты и не более 25 % студентов будут иметь векторы: $\overline{\alpha}$ (2, 2), $\overline{\beta}$ (2, 2), либо $\overline{\alpha}$ (2, 1), $\overline{\beta}$ (2, 1), либо $\overline{\alpha}$ (1, 2),

$\overline{\beta}$ (1, 2). Следовательно, вектор нормы $\overline{\gamma_0}$ будет иметь не менее 75 % координат, равных 2, и не более 25 % координат, равных 5 или 8. Подобное выделение долей связано с реальной обстановкой при дистанционном обучении. Таким образом, вектор $\overline{\gamma_0}$, соответствующий введенной норме качества обучения в группе с n студентами, будет иметь длину

$$3\ \sqrt{n} \approx \sqrt{(0{,}25\ \ 25+0{,}75\ \ 4)n}\quad \left|\overline{\gamma_0}\right|\quad \sqrt{(0{,}25\ \ 64+0{,}75\ \ 4)n} \approx 4{,}4\sqrt{n}. \qquad (5.7)$$

Распространенной является ситуация, когда вектор $\overline{\gamma}$ имеет только координаты 2, 5 и 8. Если x – доля координат вектора $\overline{\gamma}$, равных 5 или 8 при остальных, равных 2, то

$$\sqrt{(21x+4)n} = \sqrt{(x\ \ 25+(1-x)\ \ 4)n}\quad \left|\overline{\gamma}\right|\quad \sqrt{(x\ \ 64+(1-x)\ \ 4)n} =$$

$$= \sqrt{(60x+4)n}. \qquad (5.8)$$

Для вектора нормы γ_0 соответствующую долю будем обозначать через x_0.

Помимо нормы, необходимо ввести допустимое *отклонение* от нее, при котором процесс обучения еще может считаться качественным. Очевидно, поскольку, согласно формуле (5.7), норма связана с числом n обучаемых в группе, то отклонение должно выражаться через это число. Отклонение связано со стабильностью качественного обучения, которое заключается в допустимом отклонении длины вектора качества от нормы и допустимом повороте этого вектора на некоторый угол. Пусть δ – искомое отклонение длины $\overline{\gamma}$ от длины вектора нормы $\overline{\gamma_0}$, тогда $\left|\overline{\gamma}\right| = \left|\overline{\gamma_0}\right| + \delta$ и с учетом выражения (5.8) получаем

$$\sqrt{(60x+4)n}\quad 3\ \sqrt{n}+\delta,$$

откуда

$$\delta\quad \sqrt{(60x+4)n} - 3\ \sqrt{n} < \sqrt{n}\sqrt{60x+1}. \qquad (5.9)$$

Следовательно, отклонение ограничено величиной, которая прямо пропорциональна квадратному корню из числа n обучаемых в группе при постоянной доле координат вектора $\overline{\gamma}$, равных 5 или 8 (при остальных, равных 2), и линейно возрастает как корень квадратный при увеличении доли этих координат для постоянного числа n обучаемых.

Если, например, $n \le 36$ человек, x соответствует 30 % , то

$$\delta\quad \sqrt{36}(\sqrt{60\ \ 0{,}3+1} < 27.$$

При том же $n \leq 36$ и x, соответствующем 80 %, имеем $\delta \leq 42$.

Если длины векторов $\overline{\gamma_0}$ и $\overline{\gamma}$ равны, то отклонение $\overline{\gamma}$ от нормы целесообразно характеризовать углом между $\overline{\gamma_0}$ и $\overline{\gamma}$. Потребуем, чтобы выполнялось условие

$$k(3\sqrt{n})^2 = \overline{\gamma_0}\ \ \overline{\gamma}\quad (4{,}4\ \ \sqrt{n})^2\ \ \cos\varepsilon, \tag{5.10}$$

где ε – угол между $\overline{\gamma_0}$ и $\overline{\gamma}$; k – коэффициент, $0 < k < 1$.

Из соотношения (5.10) при $k = 1$ получаем

$$0{,}46 \leq \cos\varepsilon. \tag{5.11}$$

При $k = 2$ $\cos\varepsilon \geq 0{,}23$; при $k = 3$ $\cos\varepsilon \geq 0{,}15$ и т. д. Следовательно, качество обучения все хуже и хуже. В общем случае при $k = 1$ имеем

$$(21\ \ x_0 + 4)\ \ n\quad \overline{\gamma_0}\ \ \overline{\gamma}\quad (60\ \ x_0 + 4)\ \ n\ \ \cos\varepsilon\ ,$$

т. е.

$$\cos\varepsilon\quad \frac{21\ \ x_0 + 4}{60\ \ x_0 + 4}\,. \tag{5.12}$$

Соотношение (5.12) не зависит от вектора $\overline{\gamma}$. Множество координат произвольного вектора качества $\overline{\gamma}$ (одного обучаемого) принадлежит множеству $B = \left\{a\ \ c + b\ \ d \mid a,\ c,\ d = \overline{1,4}, b = \overline{1,3}\right\}$.

Если в качестве вектора нормы считать вектор, который определяется условием, что все обучаемые делают все задания в первый срок и с первого раза, то имеем идеальный вектор нормы $\overline{\gamma_0}$, для которого $\left|\overline{\gamma_0}\right| = \sqrt{2n}$. В этом случае определяются точные значения отклонения $\delta = \left|\overline{\gamma}\ \right| - \sqrt{2n}$ и $\cos\varepsilon = \dfrac{\overline{\gamma_0}\ \ \overline{\gamma}}{\sqrt{2n}\ \ \left|\overline{\gamma}\right|}$.

Заметим, что при $n = 1$ имеем группу, состоящую из одного обучаемого, поэтому все полученные оценки качества дословно переносятся на этот случай.

Научная значимость работы заключается в том, что рассмотренные соотношения могут найти практическое применение при автоматизированном анализе качества обучения, степени отклонения от нормы, принятии управленческих решений по устранению негативных явлений процесса обучения.

§ 5.2. Модель воспитательного процесса в вузе

В процессе обучения в школе, среднем специальном учреждении, вузе элементы воспитания следует включать в преподавание всех дисциплин определенными порциями. Это может быть, например:

а) информация об отечественных ученых, изобретателях и т. д.;

б) упоминание о возможном использовании данного материала на благо общества и т. п.;

в) историческая справка как основа формирования данного направления и т. п.

5.2.1. Воспитательный вектор

С каждым учебным предметом можно связать *воспитательный вектор*, рассматриваемый, например, в течение семестра [34]. Этот вектор может иметь любое число координат. В данном параграфе будем рассматривать трехмерные векторы. При этом результаты для трехмерных векторов будут верны для векторов любой размерности.

Пусть $\overline{\alpha} = (a, b, c)$ – воспитательный вектор. Координаты a, b, c могут представлять собой оценку в баллах ожидаемого (априорного) воспитательного эффекта, достигаемого в результате упоминания информации, указанной выше в пунктах (а), (б) и (в).

Подобные векторы можно использовать для сравнения априорного воспитательного эффекта (потенциал воспитательного воздействия) по разным дисциплинам. Например, если $\alpha_1 = (a_1, b_1, c_1)$ – воспитательный вектор по первой дисциплине, а $\alpha_2 = (a_2, b_2, c_2)$ – воспитательный вектор по второй, то для их сравнения можно использовать соответствующие длины $\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}$ и $\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}$. Так, по первой дисциплине можно ожидать больший априорный эффект, если

$$\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} > \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2},$$

или

$$a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 > a_2^2 + b_2^2 + c_2^2.$$

Одинаковый эффект будет, если

$$a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 = a_2^2 + b_2^2 + c_2^2.$$

Экспертным путем оценивается в баллах (по определенной шкале) эффект каждой координаты воспитательного вектора на обучаемых. В результате получаются *апостериорные векторы воспитательного эффекта*:

$$\overline{\alpha_n} = (a_n, b_n, c_n).$$

При оценивании применяются известные методы экспертных оценок [29, 30, 74]. В случае нечеткой информации можно использовать аппарат теории нечетких множеств и высказываний [95].

Таким образом, с каждым обучаемым связываются априорный $\overline{\alpha}\,(a, b, c)$ и апостериорный $\overline{\alpha_n}\,(a_n, b_n, c_n)$ воспитательные векторы. На основе этого можно ввести *векторы нормы* $\overline{\alpha}^{\circ}\,(a^{\circ}, b^{\circ}, c^{\circ})$ и $\overline{\alpha_n^{\circ}}\,(a_n^{\circ}, b_n^{\circ}, c_n^{\circ})$, исходя из экспертных данных, полученных при обработке соответствующего статистического материала. В таком случае можно говорить об отклонениях от нормы.

Рассмотрим ***пример***. Возьмем три линейно независимых вектора, т. е. ни один из этих векторов не выражается через два других [96]. Координаты векторов: $\overline{e}_1 = (1,1,2)$; $\overline{e}_2 = (2,1,2)$; $\overline{e}_3 = (1,1,1)$. Будем считать их векторами отклонений. Введем в рассмотрение матрицу $A = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}$, у которой i-й столбец (i = 1, 2, 3) представляет собой результат воздействия факторов патриотического воспитания на вектор отклонений $\overline{e_i}\ (i = 1, 2, 3)$.

Для примера, пусть $A = \begin{matrix} 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}2 & 0 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}2 & 0 \end{matrix}$, $\overline{\upsilon}$ = (3, 4, 5) – вектор отклонений, тогда в результате воздействия A на $\overline{\upsilon}$ получится вектор отклонений

$$\overline{\upsilon'} = A\ \overline{\upsilon} = \begin{matrix} 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}2 & 0 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}2 & 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} = \begin{matrix} 1{,}7 \\ 1{,}1 \\ 1{,}4 \end{matrix},$$

имеющий по сравнению с вектором $\overline{\upsilon}$ существенно меньшие отклонения от нормы.

Обратим внимание на то, что задача отыскания матрицы A для данных векторов $\overline{\upsilon}$ и $\overline{\upsilon'}$ решается неоднозначно, поскольку в данном случае сводится к решению трех уравнений с девятью неизвестными, что говорит о многозначности факторов воспитательного, в частности патриотического, воздействия.

Представляет интерес ситуация, когда воздействие A оказывается безрезультатным и имеет место равенство $A\ \overline{\upsilon} = \overline{\upsilon}$. Одна из важных задач, которая при этом возникает, связана с отысканием для данного воздействия A всех таких векторов отклонений $\overline{\upsilon}$, которые удовлетворяют записанному условию, т. е. не поддаются данному воздействию. Подобные задачи решаются методами линейной алгебры [99].

5.2.2. Воспитание и типология личности

Воспитательный процесс во многом зависит от характера или типа воспитуемого. Швейцарский ученый К.Г. Юнг [9] предложил следующую классификацию людей по психологическим типам: 1) интроверт – экстраверт; 2) интуит – сенсорик; 3) этик – логик; 4) рационал – иррационал.

Можно сказать, что любые три из данных признаков, рассматриваемые как векторы, определяют точку трехмерного пространства (рис. 5.7) в положительной области [9], соответствующую точке с такими же координатами априорного (апостериорного) воспитательного вектора.

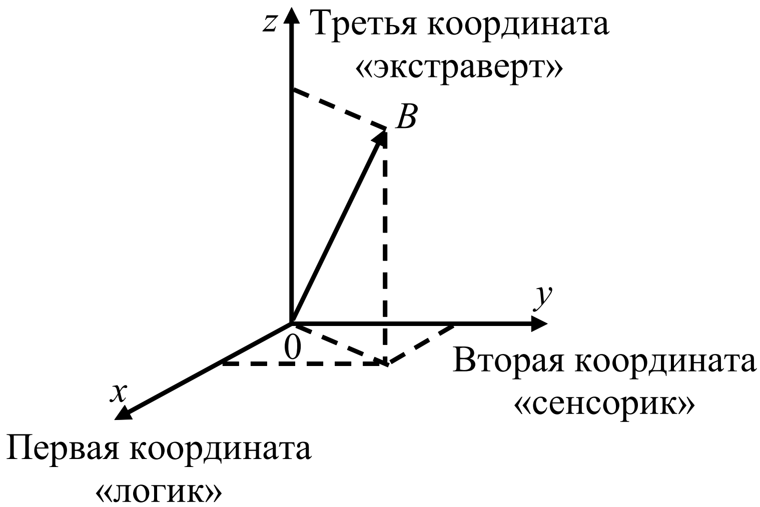


Рис. 5.7

Выделяемые признаки (сенсорик, логик, экстраверт) называются *базисными*, через них выражаются остальные.

Разумеется, при указанном соответствии одна координата воспитательных векторов (например, первая) должна быть связана с факторами, оказывающими воспитательное действие в первую очередь на «чистых» сенсориков, т. е. индивидуумов, у которых остальные признаки очень слабо обозначены; другая координата описывает факторы воспитательного действия для «чистых» логиков; третья – для «чистых» экстравертов. Отрицательные координаты у векторов психологических типов соответствуют интуитам, этикам и интровертам, а соответствующие отрицательные координаты воспитательных векторов связаны с этими типами.

Таким образом, прослеживается взаимно однозначное соответствие между психологическими типами и факторами, определяющими воспитательный процесс, в частности факторами патриотического характера. Эти факторы имеют оценочную природу, т. е. могут быть оценены экспертами по определенной шкале на основе статистического материала. Поэтому указанное соответствие дает возможность «измерять» характеры в условных единицах данной шкалы. Более того, в рамках векторного пространства воспитательных факторов может быть измерено отклонение одного характера от другого через угол между соответствующими векторами. В качестве подобных пространств, изоморфных пространству психологических типов, могут быть использованы пространства звуков и цветов, т. е. цветозвуковой портрет личности [9], а также пространства запахов и вкусовых ощущений.

Какой цвет поставить в соответствие экстраверту, сенсорику, логику? Согласно трехкомпонентной теории зрения, выдвинутой Максвеллом [9], каждый цвет изображается точкой в пространстве, координатные оси которого соответствуют заранее выбранным цветам. Например, это могут быть красный, зеленый и синий с единицей масштаба, соответствующей их длинам волн. Вектор любого другого цвета представляет собой сумму красного, зеленого и синего векторов, растянутых или суженных в определенное число раз. Следовательно, красный, зеленый и синий цвета распределяются между экстравертом, сенсориком и логиком согласно, например, большинству или относительному большинству поданных за них голосов в исследуемых группах, а при равенстве числа голосов – произвольным образом.

Все векторные пространства, рассматриваемые совместно, могут сыграть существенную роль в становлении личности, воспитанной в духе патриотизма.

По шкале измерений одного пространства можно проводить измерения в условных единицах в двух других пространствах. Однако об одном векторе характера говорить в общем случае можно только приближенно. На самом деле надо учитывать множество векторов данного характера, поскольку характеристики типа личности зависят от множества факторов и в разных условиях могут проявляться по-разному (рис. 5.8).

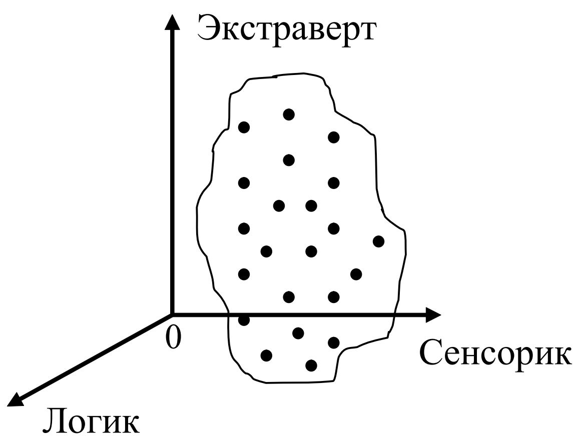


Рис. 5.8

Данное множество нечеткое и апроксимируется ближайшим четким (обычным) множеством [95]. В таком случае расстояние между характерами можно рассматривать как расстояние ρ (P, Q) между соответствующими множествами векторов P и Q данных характеров:

$$\rho(P,Q) = Jnf\,\rho(\overline{\alpha}, \overline{\beta}),\ \overline{\alpha}\quad P,\ \overline{\beta}\quad Q, \tag{5.13}$$

где *Jnf* – нижняя грань множества расстояний между всеми элементами множеств P и Q, которая определяется как наибольшая из нижних границ множества, т. е. это наибольшее из всех чисел m_i, для каждого из которых выполняется условие $\rho \quad m_i$ для любого элемента ρ рассматриваемого множества.

Векторное множество характера, изображенное на рис. 5.8, порождает аналогичные множества воспитательных векторов в пространствах звуков, цветов, запахов и вкусовых ощущений. В общем случае все эти множества (рассматриваемые безотносительно к их природе, только с точки зрения числовых значений) не совпадают. Поэтому возникает задача отыскания их пересечения. С каждым из названных множеств может быть связана некоторая функция L, которую мы назовем *функцией психологической насыщенности данного индивида*.

Рассмотренные в данной работе соотношения и рекомендации могут найти практическое применение (например, при систематизированном анализе эффективности воспитательного процесса).

§ 5.3. Применение нечетких грамматик для контроля успеваемости обучаемых

В настоящее время уровень развития стран все больше определяется качеством обучения, поэтому проблема его оценки приобретает исключительную значимость. При большом потоке обучающихся, чтобы не создавать лишние нагрузки на преподавателя, требуется автоматизировать систему учета успеваемости [65]. Несмотря на то, что первые исследования по применению компьютерной квалиметрии в образовании появились достаточно давно [130] и многие теоретические и практические вопросы изучены, в настоящее время ряд задач рассмотрен недостаточно обстоятельно. Это относится прежде всего к учету нечеткой и плохо структурированной информации при анализе учебного процесса. Решить данную проблему можно с помощью теории нечетких множеств, позволяющей проводить интегральный учет количественных и качественных переменных [89], и матричной реализации алгоритмов нечеткого вывода [107]. Кроме того, исследования ряда ученых базируются на нечеткой логике [114, 131]. Для работы предлагается использовать специализированные программные средства MATLAB и Fuzzy Logic Toolbox с системой нечеткого вывода типа Мамдани.

Целью данного параграфа является разработка метода оценки качества образовательного процесса с использованием аппарата нечетких грамматик. Этот аппарат был описан в книге [114] и применен авторами для решения ряда практических задач в работе [50].

5.3.1. Вывод в нечеткой грамматике

Нечеткая грамматика задается шестью множествами $G = \langle V_N, V_T, P, S, L, \varphi \rangle$, где V_N – множество нетерминальных символов; V_T – множество терминальных символов; P – конечное множество правил подстановки; S – начальный символ ($S \quad V_N$); L – множество весов (например, от 0 до 1); $\varphi(p)$ – степень принадлежности выводу правила $p \quad P$ [114].

Правила подстановки записываются в виде $u \underset{p}{\rightarrow} v$, $u, v \quad (V_N \quad V_T)^*$, $p \quad P$. Множество всех символов будем обозначать $V \quad (V_N \quad V_T)$.

Если задана грамматика G: $u, v \quad V^*$, то говорят, что символ u непосредственно порождает символ v со степенью φ_1 (обозначается $u \overset{\varphi_1}{\underset{p}{\rightarrow}} v$), если выполняются условия: $u_1, u_2, x, y \quad V^*$, $p \quad P$, $\varphi(p) = \varphi_1$, $u = u_1 x u_2$, $v = u_1 y u_2$, $x \underset{p}{\rightarrow} y$. Последовательность $z_0, \ldots, z_m$ $(z_0, \ldots, z_m \quad V^*)$ называется *выводом* (цепочкой вывода) символа v из символа u $(u, v \quad V^*)$ в нечеткой грамматике G, если в результате последовательности подстановок из P выполняется условие

$$u = z_0 \overset{\varphi_1}{\underset{p_1}{\rightarrow}} z_1 \rightarrow \ldots \rightarrow z_{m-1} \overset{\varphi_m}{\underset{p_m}{\rightarrow}} z_m = v. \tag{5.14}$$

Могут быть несколько цепочек вывода.

Если выполняются соотношения $u = S$, $v = x$, $x \quad V^*$, то начальный символ S порождает терминальную цепочку v с помощью подстановок $p_1, \ldots, p_m$. Можно определить нечеткое бинарное отношение $R: V^* \quad V^* \rightarrow L$. Для вычисления *степени выводимости* используется операция композиции отношений $R \circ R$.

Если степень принадлежности обладает свойством $\mu_{R \circ R}(x, z) = \underset{y}{\sim}(\mu_R(x, y) * \mu_R(y, z))$, а операции $\sim$, * дистрибутивны на L, то степень выводимости символа x из символа S можно вычислить по формуле

$$\mu_G(x) = \underset{y^*}{\sim}(\varphi(p_1) * \varphi(p_2) * \ldots * \varphi(p_m)), \tag{5.15}$$

где $y = \{y_1, \ldots, y_m\}$ – множество цепочек вывода.

Существует ряд способов определения операций $\sim$, * [114]. Например, если операции $\sim$ соответствует max, операции * – min, а $L = [0, 1]$, то нечеткая грамматика называется пессимистической, а при $\sim$ – max, * – min, $L = [0, 1]$ – оптимистической [114].

5.3.2. Нечеткая грамматика рейтинговой системы

Контроль и регулирование успеваемости учащихся повышают качество обучения. Для этого используются *мониторинг качества*, *рейтинговые системы*.

Рассмотрим, как с помощью нечеткой грамматики описать градации (классы) диапазона, в который попадает успеваемость (0–100 %).

В Тверской государственной сельскохозяйственной академии применяется следующая рейтинговая система: 90–100 % от максимального балла – отличная оценка; 75–89 % – хорошая оценка; 61–74 % – удовлетворительно; не более 60 % – неудовлетворительная оценка.

Приведем грамматическое описание указанной системы применительно к одной из групп академии.

Введем в рассмотрение грамматику $G = <V_N, V_T, P, S, L, \varphi>$, где $V_N = \{S, A, B, C, D, A_1, \ldots, A_5, B_1, C_1, C_2\}$ – множество нетерминальных символов; $V_T = \{a_1, a_2, \ldots, a_{13}, a_{14}\}$ – множество терминальных символов; $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_{13}, p_{14}\}$ – множество правил подстановки; S – начальный символ; $L = [0, 1]$ – множество весов; φ – степень принадлежности выводу правила p.

Элементами терминального множества V_T являются слова: a_i = = рейтинг $90 + i$ ($i = \overline{0,10}$); $b_i = 75 + i$ ($i = \overline{0,14}$); $c_i = 51 + i$ ($i = \overline{0,23}$); $d_i = i$ ($i = \overline{0,50}$); e = или.

В систему правил вывода P включены следующие продукции: p_1: $S \to a_1 A$; p_2: $S \to b_1 B$; p_3: $S \to c_1 C$, p_4: $S \to d_1 D$; p_5: $A \to e_1 A_i$; p_6: $A_i \to a_{i+1} e A_{i+1}$ $\left(i = \overline{1,7}\right)$; p_7: $A_8 \to a_9$; p_8: $B \to eB_i$; p_9: $B_i \to b_{i+1} e B_{i+1}$ $\left(i = \overline{1,20}\right)$; p_{10}: $B_{21} \to b_{22}$; p_{11}: $C \to eC_i$; p_{12}: $C_i \to c_{i+1} e C_{i+1}$ $\left(i = \overline{1,47}\right)$; p_{13}: $C_{21} \to c_{22}$; p_{14}: $D \to eD_i$; p_{15}: $D_i \to d_{i+1} e D_{i+1}$ $\left(i = \overline{1,47}\right)$; p_{16}: $D_{48} \to d_{49}$.

На основе статистических данных приведем значения функции $\varphi(p_j|p_i)$: $\varphi(p_1|p_1) = 0,9$; $\varphi(p_2|p_1) = 0$; $\varphi(p_3|p_1) = 0$; $\varphi(p_4|p_1) = 0$; $\varphi(p_5|p_1) = 0,8$; $\varphi(p_6|p_1) = 0,7$; $\varphi(p_7|p_1) = 0,6$; $\varphi(p_8|p_1) = 0,5$; $\varphi(p_i\,|p_2) = 0$ $\left(i = \overline{3,7}\right)$; $\varphi(p_2|p_2) = 0,9$; $\varphi(p_8|p_2) = 0,8$; $\varphi(p_9|p_8) = 0,7$; $\varphi(p_{10}|p_9) = 0,7$; $\varphi(p_i\,|p_3) = 0$ $\left(i = 4,5\right)$; $\varphi(p_3|p_3) = 0,9$; $\varphi(p_{11}|p_3) = 0,8$; $\varphi(p_{12}|p_{11}) = 0,7$; $\varphi(p_{13}|p_{12}) = 0,6$; $\varphi(p_5|p_4) = 0$; $\varphi(p_4|p_4) = 0,9$; $\varphi(p_{14}|p_4) = 0,8$; $\varphi(p_{15}|p_{14}) = 0,7$; $\varphi(p_{16}|p_{15}) = 0,6$.

Остальные значения функции φ равны 0.

Вывод цепочки «отличная оценка» имеет вид: $S \underset{p_1}{\overset{0,9}{\rightarrow}} a_1A \underset{p_5}{\overset{0,8}{\rightarrow}} a_1$ или $A_1 \underset{p_6}{\overset{0,7}{\rightarrow}} a_1$ или a_2 или $A_2 \underset{p_6}{\overset{0,7}{\rightarrow}} a_1$ или a_2 или a_3 или $A_3 \underset{p_6}{\overset{0,7}{\rightarrow}} a_1$ или a_2 или a_3 или a_4 или $A_4 \underset{p_6}{\overset{0,7}{\rightarrow}} a_1$ или a_2 или a_3 или a_4 или a_5 или $A_5 \underset{p_6}{\overset{0,7}{\rightarrow}} a_1$ или a_2 или a_3 или a_4 или a_5 или a_6 или $A_6 \underset{p_6}{\overset{0,7}{\rightarrow}} a_1$ или a_2 или a_3 или a_4 или a_5 или a_6 или a_7 или $A_7 \underset{p_6}{\overset{0,7}{\rightarrow}} a_1$ или a_2 или a_3 или a_4 или a_5 или a_6 или a_7 или $A_8 \underset{p_7}{\overset{0,6}{\rightarrow}} a_1$ или a_2 или a_3 или a_4 или a_5 или a_6 или a_7 или a_8.

Сложность вывода равна 10, степень принадлежности – 0,6.

Для «хорошей оценки» аналогично получаем: $S \underset{p_2}{\overset{0,9}{\rightarrow}} b_1B \underset{p_8}{\overset{0,8}{\rightarrow}} b_1$ или $B_1 \underset{p_9}{\overset{0,7}{\rightarrow}} b_1$ или b_2 или $B_2 \underset{p_9}{\overset{0,7}{\rightarrow}} \ldots \underset{p_9}{\overset{0,7}{\rightarrow}} b_1$ или … b_{21} или $B_{21} \underset{p_{10}}{\overset{0,7}{\rightarrow}} b_1$ или … b_{22}.

При этом сложность вывода равна 23, степень принадлежности – 0,7.

Для «удовлетворительной оценки»: $S \underset{p_3}{\overset{0,9}{\rightarrow}} c_1C \underset{p_{11}}{\overset{0,8}{\rightarrow}} c_1$ или $C_1 \underset{p_{12}}{\overset{0,7}{\rightarrow}} c_1$ или c_2 или $C_2 \underset{p_{12}}{\overset{0,7}{\rightarrow}} \ldots \underset{p_{12}}{\overset{0,7}{\rightarrow}} c_1$ или … c_{21} или $C_{21} \underset{p_{13}}{\overset{0,6}{\rightarrow}} c_1$ или … c_{22}.

Сложность вывода – 23, степень принадлежности – 0,6.

Для «неудовлетворительной оценки»: $S \underset{p_4}{\overset{0,9}{\rightarrow}} d_1D \underset{p_{14}}{\overset{0,8}{\rightarrow}} d_1$ или $D_1 \underset{p_{15}}{\overset{0,7}{\rightarrow}} d_1$ или d_2 или $D_2 \underset{p_{15}}{\overset{0,7}{\rightarrow}} \ldots \underset{p_{15}}{\overset{0,7}{\rightarrow}} d_1$ или … d_{48} или $D_{48} \underset{p_{16}}{\overset{0,6}{\rightarrow}} d_{49}$.

Сложность вывода – 51, степень принадлежности – 0,6.

Таким образом, с помощью грамматики описаны четыре класса градации балла W_1, W_2, W_3, W_4.

Пусть произвольная цепочка α описывает ситуацию «отличная оценка» со степенью принадлежности 0,6, ситуацию «хорошая оценка» – со степенью 0,7, ситуацию «удовлетворительная оценка» – со степенью 0,6, ситуацию «неудовлетворительная оценка» – со степенью 0,6. Тогда для данной цепочки наибольшая степень принадлежности 0,7 соответствует классу W_2 – «хорошая оценка».

Нечеткие грамматики могут использоваться не только для классификации обучаемых по группам успеваемости, но и для решения других важных задач мониторинга и управления учебным процессом, например:

1) разработки, отслеживания и корректировки индивидуальной траектории обучения учащихся;

2) организации тестирования (путем сравнения ответов обучаемых с эталонными грамматиками правильных ответов);

3) создания экспертных систем обучения (использования знаний, навыков, эрудиции и интуиции экспертов в данной области знания);

4) разработки рефлексивных игровых моделей обучения;

5) структурного описания онтологий в различных областях знаний, соответствующих учебному материалу [47];

6) описания, анализа учебного процесса [48] и расчета показателей качества учебного процесса [69];

7) использования учебных динамических сцен и ситуаций [71] при коммуникациях участников процесса обучения [70];

8) разработки интеллектуальных систем обучения (электронных пособий [52], интерактивных систем подсказки), показа алгоритма решения аналогичных примеров, анализа типовых ошибок и определения путей их преодоления.

§ 5.4. Классификации групп учащихся при дифференцированно-групповой форме обучения

Возможность реализации разных форм обучения повлекла за собой проблему разработки новых методов и технологий, адаптированных к социогуманитарной среде учебного заведения, интересам и индивидуальным возможностям учащихся с учетом их типологии.

Одним из таких методов является *уровневое индивидуально-дифференциальное обучение* [59, 128], предполагающее разделение обучаемых по заданным признакам (способностям, знаниям, интеллекту, интересам, склонностям, креативности и т. д.) на группы, т. е. их уровневую дифференциацию. К учащимся каждой группы применяются индивидуальные методы обучения, пригодные именно к типологическим особенностям представителей данной группы. Это позволяет учащимся шире раскрыть свои способности, возможности и желания. В каждой группе применяются наиболее удобные формы и методы обучения. Эти формы и методы со временем становятся наработанными, т. е. создается набор заданий, пособий и т. д.

Уровневая индивидуально-дифференциальная система обучения позволяет:

1) обучать каждого учащегося на уровне его возможностей и способностей в наиболее благоприятном для него коллективе;

2) приспосабливать (адаптировать) обучение к особенностям различных групп учащихся;

3) использовать типовые задания, вопросы и другие наработки;

4) использовать различные формы мотивации успешности обучения.

Формирование групп обучающихся осуществляется экспертами, в качестве которых могут выступать преподаватели, деканат, кафедра, психологическая служба и другие структуры вуза. Очень важно, чтобы мнения экспертов были независимы, а также чтобы выполнялись требования к организации и проведению экспертизы.

Простейшей классификацией является традиционно используемое разделение на четыре группы: «отличные», «хорошие», «средние» и «плохие» обучаемые.

Цель данного параграфа заключается в разработке метода объединения результатов экспертного оценивания в решение о классе группы обучаемых.

Пусть о группе высказаны суждения трех экспертов и их мнения разошлись. К какому же классу отнести учебную группу? Решить эту задачу позволяет метод оптимального объединения мнений экспертов.

Предположим, что решения отдельных экспертов и, соответственно, компоненты вектора решений $\overline{X} = (x_1, ..., x_i, ..., x_n)^T$ независимы и могут принимать одно из m дискретных значений V_1, …, V_i, …, V_m, причем разным классам объектов соответствуют их разные значения.

Как показано в источнике [17], *отношение правдоподобия* в данном случае имеет вид:

$$\Lambda_{kl} = \frac{P(\overline{X} / \omega_k)}{P(\overline{X} / \omega_l)} = \mathop{\Pi}_{i=1}^{n} \mathop{\Pi}_{j=1}^{m} (\frac{P_{ijk}}{P_{ijl}})^{\alpha\,\mathrm{j}} = \mathop{\Pi}_{i=1}^{n} \mathop{\Pi}_{j=1}^{m} (\frac{P_{ijk}}{P_{ijl}})^{Z_i V^{-1} B_j}, \tag{5.16}$$

$$l \neq k;\ k,\ l = 1,\ \ldots,\ m,$$

где $P(\overline{X} / \omega_k)$ – функция правдоподобия; $P_{ijk} = P\{x_i = V_j / \omega_k\}$, α_i – индикаторная функция, при этом

$$\alpha_i(x_i) = \begin{array}{l} 1, \text{если } x_i = V_j, \\ 0, \text{если } x_i \quad V_j, \end{array} \quad Z_i(x_i) = (1, x_i, x_i^2, ..., x_i^{m-1}); \tag{5.17}$$

$$V = \begin{array}{ccccc} 1 & v_1 & v_1^2 & \ldots & v_1^{m-1} \\ 1 & v_j & v_j^2 & \ldots & v_j^{m-1} \\ 1 & v_m & v_m^2 & \ldots & v_m^{m-1} \end{array}; \qquad B_j = (b_{j1,}\ b_{j2}, \ldots, b_{jm})^T;$$

$$b_{is} = \begin{array}{l} 1, \text{если } j = s \\ 0, \text{если } j \quad s \end{array},\ \ j, s = 1, \ldots, m.$$

В зависимости от выбранного критерия проверки статистических гипотез отношение правдоподобия сравнивается с заранее рассчитанным пороговым значением. В простейшем случае для критерия максимального правдоподобия оно сравнивается с единицей. Принимается решение о классе ω_k, если $\Lambda_{kl} > 1$, $l \neq k$. Если количество классов равно m, то необходимо вычислить для n экспертов m^{n+1} вероятностей. Класс группы обучаемых, при котором данная комбинация решений дает максимальное значение функции правдоподобия, принимается в качестве результата операции объединения решений.

Если вероятности правильного распознавания объектов всех классов больше вероятностей их отнесения к объектам других классов, то для принятия решения достаточно вычислить только m^2 произведений.

Для пояснения изложенного метода рассмотрим следующий ***пример***.

Пусть имеется три эксперта и они выносят суждения об отнесении учебной группы к одному из трех классов: «отличные студенты», «хорошие студенты», «средние студенты». Первый эксперт отнес учебную группу к классу «отличных», второй – к «хорошим», а третий – к «средним». Матрицы, характеризующие достоверности принимаемых каждым экспертом решений, имеют вид:

$$P_{1jk} = \begin{matrix} 0{,}9 & 0{,}1 & 0 \\ 0 & 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}3 & 0 & 0{,}7 \end{matrix}\ ; \quad P_{2jk} = \begin{matrix} 0{,}8 & 0 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}6 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}8 \end{matrix}\ ; \quad P_{3jk} = \begin{matrix} 0{,}7 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 0{,}9 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}8 \end{matrix}\ ,$$

где P_{ijk} – вероятность принятия i-м экспертом (i = 1, 2, 3) решения V_j при наличии класса ω_k.

Тогда значения функций правдоподобия для первых двух классов равны нулю ($P_1 = 0{,}9 \cdot 0 \cdot 0{,}3 = 0$; $P_2 = 0 \cdot 0{,}6 \cdot 0 = 0$), а $P_3 = 0{,}3 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 =$ $= 0{,}048$.

Таким образом, учебную группу следует отнести к третьему классу, т. е. к «средним».

Матрицы, характеризующие достоверность принимаемых экспертом решений, могут быть сформированы на основе анализа результатов прежних экспертиз данного эксперта. При этом могут использоваться и результаты самооценки эксперта.

Классификация групп обучаемых является перспективным направлением в рациональной организации учебного процесса.

§ 5.5. Использование классификации обучаемых по группам успеваемости для повышения эффективности учебного процесса

В данном параграфе рассмотрен случай использования байесовского решающего правила, минимизирующего среднюю ошибку распознавания. Постановка ***задачи*** заключается в следующем.

Пусть по результатам тестирования в очередную сессию n студенческих групп в деканате были условно разделены на k классов. Для простоты изложения будем считать k = 4. Таким разделением будет, например, следующее:

ω_1 – группа «отличники» (средний балл > α_1);

ω_2 – группа «хорошисты» (α_2 < средний балл ≤ α_1);

ω_3 – группа «середняки» (α_3 < средний балл ≤ α_2);

ω_4 – группа «неуспевающие» (средний балл ≤ α_3), где α_1, α_2, α_3 – заданные константы.

Предположим, получились следующие результаты.

Пусть количество групп первого класса (ω_1) равно n_1, второго класса (ω_2) – n_2, третьего класса (ω_3) – n_3, четвертого класса (ω_4) – n_4.

Вероятности появления таких классов распределились следующим образом:

$$p(\omega_1)=\frac{n_1}{n};\;\; p(\omega_2)=\frac{n_2}{n};\;\; p(\omega_3)=\frac{n_3}{n};\;\; p(\omega_4)=\frac{n_4}{n}. \qquad (5.18)$$

Пусть средние баллы по каждому из классов m_1, m_2, m_3, m_4. Покажем на примере класса ω_1, как получаются эти числа.

Пусть баллы среди студентов класса ω_1, средний балл в котором больше α_1, распределились следующим образом: оценка l_1 – с частотой v_1, l_2 – с частотой v_2, …, l_s – с частотой v_s. Тогда средний балл в этом классе

$$m_1=\frac{\sum_{i=1}^{s} l_i v_i}{\sum_{i=1}^{s} v_i}=\frac{l_1 v_i + l_2 v_2 + l_3 v_3 + \ldots + l_s v_s}{v_1+v_2+v_3+\ldots+v_s}. \qquad (5.19)$$

Найдем среднее квадратическое отклонение (σ_1) в классе ω_1:

$$\sigma_1^2=\frac{\sum_{i=1}^{s}(l_i-m_1)^2 v_i}{\sum_{i=1}^{s} v_i}; \qquad (5.20)$$

$$\sigma_1=\sqrt{\frac{(l_1-m_1)^2 v_1+(l_2-m_1)^2 v_2+(l_3-m_1)^2 v_3+\ldots+(l_s-m_1)^2 v_s}{v_1+v_2+v_3+\ldots+v_s}}. \qquad (5.21)$$

Аналогично находятся m_2, m_3, m_4 и σ_2, σ_3, σ_4.

Построим законы распределения признаков классов – оценок студентов. Поскольку на изучаемый процесс оказывает влияние большое количество разнообразных факторов, то в силу центральной предельной теоремы приближенно можно считать, что это законы распределения нормальных случайных величин с m_j и σ_j.

По таблицам нормального распределения строим $f_i\ (m_j,\ \sigma_j)$ (рис. 5.9). Для более точного решения задачи можно построить гистограммы и произвести их аппроксимацию в соответствии с критерием Пѝрсона.

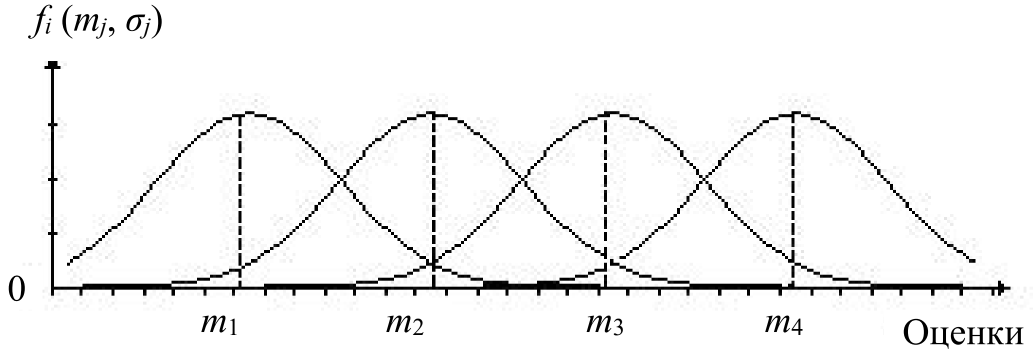


Рис. 5.9

Для анализа изменения успеваемости студентов построим разделительные границы между классами обучаемых. При известных законах распределения признаков и априорных вероятностях появления классов наиболее целесообразно применять критерий максимума вероятности, полученной в опыте (байесовское решающее правило), минимизирующей ошибку решения [79, 134, 139]:

$$p\ \frac{\omega_i}{x} \qquad p\ \frac{\omega_j}{x} \ \to x \quad \omega_i,\ p\ \frac{\omega_i}{x} \ = \frac{p\ \frac{x}{\omega_i} \quad p(\omega_i)}{p(x)}. \qquad (5.22)$$

Поэтому решающее правило выглядит как

$$p\ \frac{x}{\omega_i} \quad p(\omega_i) \quad p\ \frac{x}{\omega_j} \quad p(\omega_j) \to x \quad \omega_i. \qquad (5.23)$$

На графиках решающее правило имеет следующую интерпретацию: графики, соответствующие законам распределения, умножаются на априорные (предшествующие опыту) вероятности появления классов $p(\omega_i)$ (рис. 5.10).

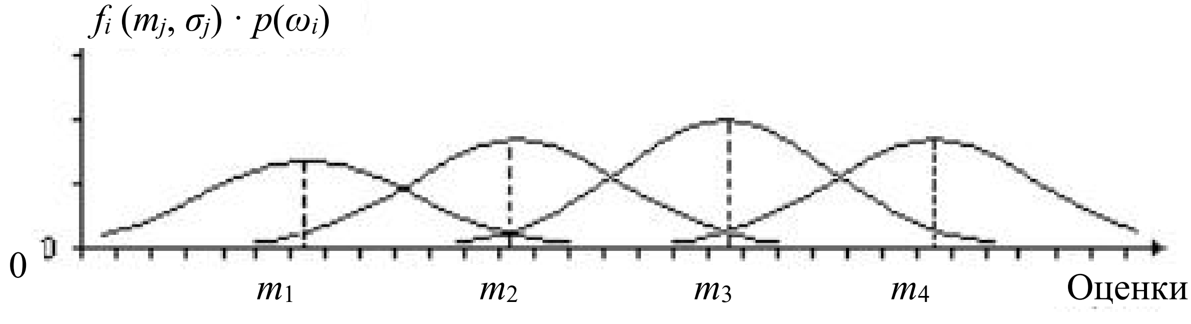


Рис. 5.10

Затем находим разделяющие границы: они соответствуют абсциссам точек пересечения графиков (рис. 5.11).

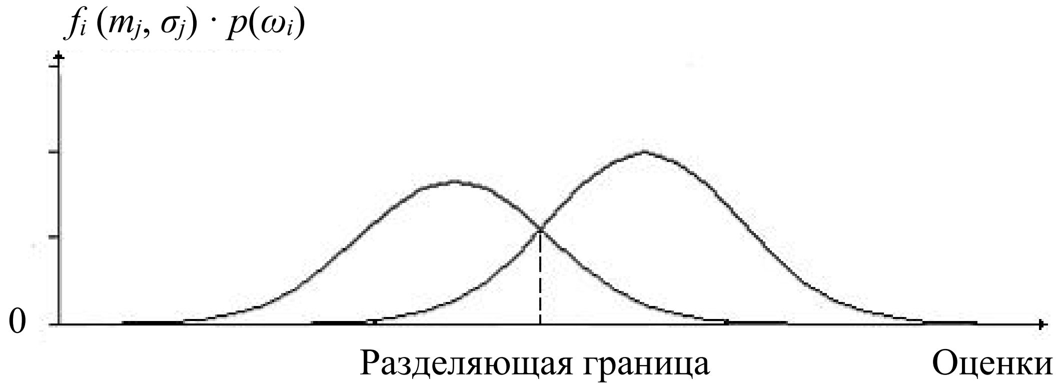


Рис. 5.11

На основе полученных разделяющих границ можно классифицировать студенческие группы. При неоднократном проведении классификации в одних и тех же условиях можно определить *динамику успеваемости*.

Допустим, по результатам следующей сессии средние оценки по группам стали равны $\tilde{m}_1$, $\tilde{m}_2$, $\tilde{m}_3$, $\tilde{m}_4$. С помощью построенных разделяющих границ снова можно определить, к каким классам относятся учебные группы.

По результатам следующих сессий можно повторно посчитать априорные (предшествующие опыту) вероятности, построить новые разделительные границы (на том же графике другим цветом) и проследить годовую динамику успеваемости.

Разумеется, рассмотренная классификация групп обучаемых не единственная и достаточно упрощенная. Реально количество классов должно быть увеличено согласно более «чувствительной» к динамике успеваемости градации. Так, приведем следующую классификацию:

1. Динамично и устойчиво (стабильно) развивающаяся группа, для которой характерны:

возрастание среднего балла;
стабильное посещение занятий;
участие в конференциях и других проводимых мероприятиях;
наличие стабильного «ядра» группы;
возрастающий или стабильный интерес к учебе;
дружественная обстановка в коллективе.

2. Стабильная группа обучаемых, для которой характерны:

устойчивость среднего балла;
стабильное посещение занятий;
наличие стабильного «ядра»;
благоприятная обстановка в коллективе;
стабильный средний интерес к учебе.

3. Неустойчивая группа, для которой характерны:
колебания среднего балла (оценок);
колебания в отношении к учебе;
отсутствие стабильного «ядра»;
большой разброс оценок относительно среднего балла;
колебательный характер интереса к проводимым мероприятиям.
4. Деградирующая группа, для которой характерны:
снижение среднего балла;
снижение интереса к учебе;
отсутствие стабильного «ядра»;
нерегулярное посещение занятий;
снижение интереса к проводимым мероприятиям.
5. Крах группы вследствие:
низкого среднего балла;
отсутствия интереса к учебе;
отсутствия стабильного «ядра»;
нерегулярного посещения занятий;
обилия конфликтных ситуаций.

На основе такой классификации можно распознавать учебные ситуации и принимать управленческие решения для повышения качества учебно-воспитательного процесса. Использование классификации обучаемых по группам успеваемости для повышения эффективности учебного процесса рассмотрено в статье [58].

§ 5.6. Использование синергетического свойства при организации учебного процесса

При организации учебного процесса необходимо учитывать тот факт, что преподаватель и учащийся (группа учащихся) образуют динамически развивающуюся систему. В данном параграфе эта система рассматривается в двух аспектах: планирования учебных часов и организации контрольных мероприятий (экзаменов, зачетов).

Преподаватель предлагает обучаемым для изучения определенные темы $A_i\,(i=\overline{1,n})$ (согласно ГОСТу) в соответствии с расчасовкой, при которой на изучение i-й темы отводится a_i часов. Обучаемому (группе обучаемых) требуется определенное время $b_j\,(j=\overline{1,n})$ для изучения темы $B_j\,(j=\overline{1,n})$, и довольно часто оно не совпадает с временем, которое предлагает преподаватель. Известна полезность c_{ij} того, что при изучении j-й темы используется материал i-й темы. В терминах транспортной задачи $b_j\,(j=\overline{1,n})$ – это заявки, $a_i\,(i=\overline{1,n})$ – предложения, $x_{ij}\,(i,j=\overline{1,n})$ – часть часов, которая отводится на изучение каких-то фрагментов i-й темы, используемых при изучении j-й темы. Разумно считать, что $x_{ii} = \min\{a_i, b_i\}$, $i = \overline{1,n}.$ В самом деле, если $a_i > b_i$, это означает, что обучаемому на изучение i-й темы требуется меньше часов, чем предполагает преподаватель; если $a_i < b_i$, то обучаемому на изучение i-й темы нужно больше часов. Поэтому данное время будет компенсироваться часами, отводимыми на другие темы, в которых используется или рассматривается материал, связанный с этой. Требуется определить переменные x_{ij} так, чтобы суммарная полезность $L = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\ x_{ij}$ была максимальной (c_{ij} – полезность, связанная с изучением i-й и j-й тем). Это задача типа транспортной, которая решается, например, поэтапно методами «северо-западного угла» и «потенциалов» [97].

Возникает вопрос: как оптимальным образом на основе статистических данных определить полезность c_{ij} $(i, j = \overline{1,n})$? В определенной балльной системе преподаватель и обучаемый (группа обучаемых) для изучаемой в данный период j-й темы (j-го вопроса) $(j = \overline{1,n})$ оценивают: 1) актуальность; 2) сложность; 3) новизну; 4) возможное использование; 5) насколько данная тема или вопрос интересны.

Тогда оцениваемая полезность c_j изучения j-й темы (j-го вопроса) оценивается как средняя арифметическая (возможно, взвешенная) полученных результатов оценивания. Для i-й темы ($i = \overline{1,n}$), материал которой в данное время используется при изучении j-й темы, вводится показатель целесообразности c_{ij}^* использования i-й темы при изучении j-й. Коэффициент полезности c_{ij} равен сумме $c_j + c_{ij}^*$ оценок c_j j-й темы (j-го вопроса) и показателя c_{ij}^*.

Итак, в предложенной методике планирования используется синергетическое свойство: преподаватель и обучаемый (группа обучаемых) рассматриваются в системе при планировании часов, отводимых на каждую тему (учебный вопрос), а также общего количества часов по всем изучаемым темам (вопросам). Задача может быть сформулирована в аспекте количества исследуемых вопросов (заданий) по данным темам. Эти количества можно рассматривать в долях единицы.

Приведем ***пример***. Курс по математике для специальности «Бухгалтерский учет, анализ и аудит» содержит в первом семестре четыре темы. Ниже указаны часы, отводимые на изучение этих тем по программе (столбец «п») и необходимые для изучения этих тем данным студентом (строка «с»):

с \ п	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	10	6	6	9	12
A_2	0	10	0	7	18
A_3	0	0	10	8	26
A_4	0	9	6	10	28
b_j	10	20	28	26	

На пересечении i-й строки и j-го столбца указаны соответствующие полезности. В последнем столбце дана расчасовка согласно учебной программе, а в последней строке – расчасовка в соответствии с потребностью данного обучаемого.

Отметим, что максимальное значение полезности целесообразно приписывать ситуации (A_i, B_i), когда преподаватель излагает тему A_i и студент изучает эту же тему, которая условно для него обозначена через B_i. Для рассматриваемого примера из опроса преподавателя и обучаемых было условлено, что максимальное значение полезности равно 10 условным единицам, т. е. $\max c_{ij} = 10$. Остальные полезности определяются с учетом важности темы B_j и целесообразности использования при ее изучении материала темы A_i $(i, j = \overline{1,4})$.

Требуется так спланировать учебные часы x_{ij} $(i, j = \overline{1,4})$, чтобы общая сумма полезности $L = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} c_{ij}\, x_{ij} \to \max$, т. е. стремилась к максимуму, при ограничениях $\sum_{j=1}^{4} x_{ij} = a_i \; (i = \overline{1,4})$, $\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = b_j \; (j = \overline{1,4})$, $x_{ii} = \min\{a_i, b_i\}$, $i = \overline{1,4}$.

Для решения данного примера использовалось средство «Поиск решения» MS Excel, которое дало следующий ответ: $x_{11} = 10$; $x_{13} = x_{42} = 2$; $x_{22} = 18$; $x_{33} = x_{44} = 26$; $x_{12} = x_{14} = x_{21} = x_{23} = x_{24} = x_{31} = x_{32} = x_{34} = x_{41} = x_{43} = 0$.

Замечание. Рассмотренный пример представляет собой транспортную задачу с правильным балансом ($\Sigma a_i = \Sigma b_j = 84$). При неправильном балансе вводится соответствующая фиктивная тема в столбце «п» или в строке «с».

На экзамене, зачете или контрольной работе важную роль играет априорная оценка сдачи, поэтому преподавателю, исходя из личного опыта, целесообразно «проиграть» сдачу для каждого обучаемого как с собственных позиций, так и с позиций обучаемого, т. е. рассматривать сдачу контрольного мероприятия как систему «преподаватель – обучаемый».

Один из возможных подходов заключается в следующем. Для данного студента (группы студентов) по каждой теме составляется биматричная игра: студент (с) сдает данную тему преподавателю (п), при этом стратегия $с_1$ означает, что студент подготовился по этой теме; $с_2$ –

не подготовился по данной теме; п$_1$ – преподаватель поставит зачет по теме; п$_2$ – преподаватель не поставит зачет.

Используя шкалу [–α, α], возможные ситуации можно представить платежными матрицами:

с		
n_j \ c_i	n_1	n_2
c_1	a_{11}	a_{12}
c_2	a_{21}	a_{22}

п		
c_i \ n_j	c_1	c_2
n_1	b_{11}	b_{12}
n_2	b_{21}	b_{22}

Здесь a_{ij} и b_{ij} $(i, j = 1,\ 2)$ – полезности соответствующих исходов.

В этих задачах необходимо найти *компромиссное решение*, которое удовлетворяло бы и преподавателя, и обучаемого, т. е. *равновесную* ситуацию, отклонение от которой уменьшает полезность ситуации.

Рассмотрим игру 2 × 2 с платежными матрицами $A = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix}$ и $B = \begin{matrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{matrix}$. Пусть $H_A(p,\ q)$ и $H_B(p,\ q)$ – средние выигрыши, которые вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} H_A(p, q) &= a_{11}p \cdot q + a_{12}p \cdot (1 - q) + \\ &+ a_{21}(1 - p) \cdot q + a_{22}(1 - p)(1 - q); \\ H_B(p, q) &= b_{11}p \cdot q + b_{12}p \cdot (1 - q) + \\ &+ b_{21}(1 - p) \cdot q + b_{22}(1 - p)(1 - q). \end{aligned} \tag{5.24}$$

Доказано [142], что всякая биматричная игра имеет хотя бы одну равновесную ситуацию, т. е. такую точку равновесия (p*, q*) в смешанных стратегиях, что $0 \le p^*,\ q^* \le 1$ и для любых $0 \le p,\ q \le 1$ выполняются неравенства

$$\begin{aligned} &H_A(p, q^*) \quad H_A(p^*, q^*), \\ &H_B(p^*, q) \quad H_B(p^*, q^*). \end{aligned} \tag{5.25}$$

Можно показать, что система (5.25) эквивалентна системе соотношений:

$$\begin{aligned} &(p-1)\ (C q - \alpha) \quad 0; \\ &p\ (C q - \alpha) \quad 0; \\ &(q-1)\ (D\ \ p - \beta) \quad 0; \\ &q\ (D\ \ p - \beta) \quad 0; \\ &0 \quad p, q \quad 1, \end{aligned} \tag{5.26}$$

где $C = a_{11} - a_{12} - a_{21} + a_{22}$; $\alpha = a_{22} - a_{12}$; $D = b_{11} - b_{12} - b_{21} + b_{22}$; $\beta = b_{22} - b_{21}$.

Условие (5.26) является необходимым и достаточным условием равновесной ситуации, т. е. точка (p, q) является точкой равновесия тогда и только тогда, когда ее координаты удовлетворяют системе (5.26).

Таким способом находятся активные стратегии $S_c^* = \{p^*, 1 - p^*\}$, $S_n^* = \{q^*, 1 - q^*\}$ и соответствующие средние выигрыши H_c и H_n. Из статистических данных определяются веса этих выигрышей α_c и α_n. Тогда в качестве *полезности сдачи данного контрольного мероприятия* можно рассматривать среднее взвешенное значение выигрышей H_c и H_n: $(\alpha_c \cdot H_c + \alpha_n \cdot H_n) / (\alpha_c + \alpha_n)$.

Приведем ***пример***. Для оценки использовалась шкала [–3, 3], возможные ситуации на зачете представлены платежными матрицами, у которых $a_{11} = 3$, $a_{12} = 3$, $a_{21} = 1$, $a_{22} = 0$, $b_{11} = 3$, $b_{12} = -2$, $b_{21} = -2$, $b_{22} = -1$. Найдем: $C = 3 + 3 - 1 + 0 = 5$; $\alpha = 0 + 3 = 3$; $D = 3 + 2 + 2 - 1 = 6$; $\beta = -1 + 2 = 1$. Система (5.25) примет вид

$$\begin{aligned}
&(p-1)\ (5\ q-3)\quad 0;\\
&p\ \ (5\ \ q-35)\quad 0;\\
&(q-1)\ (6\ \ p-1)\quad 0;\\
&q\ \ (6\ \ p-1)\quad 0.
\end{aligned} \tag{5.27}$$

Возможны следующие случаи:

а) $p = 1$, тогда из системы (5.27) получаем $0 \geq 0$; $q \quad \frac{3}{5}$; $q \geq 1$; $q \geq 0$, т. е. $q = 1$;

б) $p = 0$, тогда получаем $q \quad \frac{3}{5}$; $q \leq 1$; $q \leq 0$, т. е. $q = 0$;

в) $0 < p < 1$, тогда $\begin{array}{l} 5\ q-3 \quad 0 \\ 5\ q-5 \quad 0 \end{array}$, откуда $q = \frac{3}{5}$. Подставив $q = \frac{3}{5}$ во вторые два неравенства (5.27), получим $\begin{array}{l} 6p-3 \quad 0 \\ 6p-3 \quad 0 \end{array}$, т. е. $p = \frac{1}{2}$.

Следовательно, имеем три точки равновесия (1, 1), (0, 0) и $(\frac{1}{2}, \frac{3}{5})$. Соответствующие оптимальные стратегии игроков:

1) $S_c^* = \ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\ $, $S_n^* = \ \frac{3}{5}, \frac{2}{5}\ $ – студент чередует стратегии с равной вероятностью, преподаватель применяет стратегию $п_1$ с вероятностью 3/5, стратегию $п_2$ – с вероятностью 2/5;

2) $S_c^* = \{1, 0\}$, $S_n^* = \{1, 0\}$ – студент и преподаватель применяют только первую стратегию;

3) $S_c^* = \{0, 1\}$, $S_n^* = \{0, 1\}$ – студент и преподаватель применяют только вторую стратегию.

Найдем средние выигрыши при $\alpha_c = 1$ и $\alpha_n = 2$:

1. $H_c = 3\ \frac{1}{2}\ \frac{3}{5} - 3\ \frac{1}{2}\ \frac{2}{5} + 1\ \frac{1}{2}\ \frac{3}{5} + 0 = \frac{2}{5}$; $H_n = 3\ \frac{1}{2}\ \frac{3}{5} - 2\ \frac{1}{2}\ \frac{2}{5} - 2$ $\frac{1}{2}\ \frac{3}{5} - 1\ \frac{1}{2}\ \frac{2}{5} = -\frac{4}{5}$; среднее взвешенное $(1\ \frac{2}{5} - 2\ \frac{4}{5}) / (1+2) = -\frac{2}{5}$.

2. $H_c = 3 \cdot 1 \cdot 1 - 3 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \cdot 0 = 3$; $H_n = 3 \cdot 1 \cdot 1 - 2 \times$ $\times 1 \cdot 0 - 2 \cdot 0 \cdot 1 - 1 \cdot 0 \cdot 0 = 3$; среднее взвешенное $(1 \cdot 3 + 2 \cdot 3) / (1 + 2) = 3$.

3. $H_c = 3 \cdot 0 \cdot 0 - 3 \cdot 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 0 + 0 = 0$; $H_n = 3 \cdot 0 \cdot 0 - 2 \cdot 0 \cdot 1 - 2 \times$ $\times 1 \cdot 0 - 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$; среднее взвешенное $(1\ 0 + 2\ 1) / (1+2) = \frac{2}{3}$.

Вывод: наибольшее среднее взвешенное соответствует случаю, когда и преподаватель, и студент придерживаются первых стратегий, т. е. студент готовится к зачету и преподаватель ставит ему зачет.

Таким образом, при организации учебного процесса большое значение имеет учет проявления синергетических свойств в данной системе.

§ 5.7. Учебный процесс – информационная среда формирования научного знания

Одна из главных задач учебного процесса состоит в формировании системы научных знаний обучаемых. Учеба представляет собой управляемый процесс передачи знаний (первичной информации) с последующей переработкой учащимися полученного материала и формированием системы представлений о предмете (нового информационного продукта) [37, 41]. Уже около четырех десятилетий назад наука была провозглашена самостоятельной движущей силой общества. В связи с этим возникла необходимость привнесения в учебники, учебные пособия, лекционные курсы прикладных трактовок рассматриваемого учебного материала. Такой подход, во-первых, развивает интерес у обучаемых к предмету; во-вторых, позволяет уже со студенческой скамьи приобрести навыки моделирования и обработки имеющихся данных, относящихся к конкретному явлению, процессу, объекту или ситуации; в-третьих, помогает осознать необходимость изучения данной дисциплины в силу наличия «переходного мостика» к будущей специальности [42, 54].

Рассмотрим вариант возможного преподнесения студентам экономического профиля курса дифференциального и интегрального исчисления [22] и курса «Теории вероятностей» [49].

При изучении темы «Множества и функции» важно рассмотреть применение функциональных зависимостей в экономике (например, определение ставки по кредиту, расчет реальной ставки процента, потребление домашних хозяйств, расчет валового национального продукта, показатели эффективности работы фирмы, потребительский спрос, зависимость величины спроса от дохода (функции Л. Торнквиста)). Все соответствующие формулы достаточно простые, углубленное их изучение предполагается в специализированных курсах. Уже на начальном этапе прохождения данного математического курса у студентов формируется *осознанная необходимость* его изучения. Рекомендуется рассмотреть также принятие решений на основе рисковых ситуаций и процессов [56, 66, 67]. При рассмотрении такой абстрактной и сложной для усвоения темы, как «Основы теории пределов», можно прежде всего поговорить об известных со школьного курса арифметической и геометрической прогрессиях (последовательностях), в качестве соответствующих примеров привести простые и сложные проценты в банке, а также исследовать силу сложного процента. При вычислении пределов следует остановиться на их применении при решении задач физики, биологии и социальных наук. Так, второй замечательный предел связан с показательным законом роста (убывания), возникающим при выводе количественного закона, которому подчиняются многие естественные процессы: рост народонаселения, рост количества древесины в лесных массивах, рост капиталовложений и т. д.

При рассмотрении функций нескольких переменных возможны те же приложения, что и для функции одной переменной. Прикладной аспект математических дисциплин для студентов экономических, психологических, юридических и других специальностей достаточно просто и интересно представлен, например, в работах [26, 74].

В курсе теории вероятностей желательно показать вероятностное описание ситуации [49], адаптивный байесовский метод [151]. Большую роль в развитии творческого подхода к обучению играет вовлечение студентов в научную работу. На младших курсах это работы реферативного характера, на старших – исследовательские работы, связанные с моделированием, анализом и обработкой статистического материала. Необходимой базой для такого вида работ как раз и является прикладной аспект изучаемых дисциплин. В связи с этим предлагается следующий перечень направлений научной работы студентов, групп студентов, аспирантов, преподавателей и преподавательских коллективов:

1) разработка математических моделей совершенствования учебно-воспитательного процесса в вузе;

2) моделирование музыкального, цветового, теплового, психологического и кулинарного пространства;

3) использование новых информационных технологий для построения компьютерных моделей экономики и социальной жизни общества (образование, наука, культура, инновации, инвестиции, менеджмент, маркетинг и т. д.);

4) исследование проблем современного гуманитарного образования (социальные, философские, филологические и др.);

5) применение формулы красоты (золотого сечения, чисел Фибоначчи) в архитектуре, живописи, иконописи, музыке, поэзии, экономике, сельском хозяйстве;

6) исследование психологических, философских и социальных проблем поведения людей и человека в обществе, коллективе;

7) исследование проблем социальной информатики (например, проблем формирования человека информационного общества);

8) исследование влияния психологических свойств личности на принятие решений в социально-экономической сфере.

§ 5.8. Требования к учебным прикладным задачам, их анализ и типизация

Компетентностный подход в настоящее время является одним из основных в образовательных системах. Он предполагает не только освоение обучаемыми определенных знаний и умений и получение способности применять их на практике, но и развитие интереса к познанию для развития их личностей. Таким образом, компетентностный подход ориентирует преподавателей на практическую направленность изучения дисциплин [98].

В профессиональной подготовке специалиста важную роль играет его умение проводить исследование тех или иных практических ситуаций. Инструментом подобных исследований часто являются математические методы, поэтому иллюстрация решения производственных задач посредством применения таких методов имеет актуальное значение при изучении студентами математических дисциплин.

Вопросы использования профессионально ориентированных математических задач в качестве средства повышения профессиональной компетентности обучаемых исследованы в статье [51]. Развитие интереса обучаемых при решении прикладных задач показано в статье [42]. В статьях [43, 152] рассмотрены различные аспекты компетентностного подхода к процессу образования.

Проведем анализ влияния прикладных задач на формирование интереса обучаемых к учебному процессу в сельскохозяйственных вузах.

В процессе совершенствования профессиональной подготовки студентов сельскохозяйственных вузов при изучении курса высшей математики большую роль играет применение в учебном процессе прикладных задач. Более того, рассмотрение прикладных задач в курсе математики в сельскохозяйственном вузе необходимо, так как именно они, особенно по избранной студентами специальности, раскрывают мотивации, естественность и необходимость математического образования.

Удачно подобранные прикладные задачи дают студенту первоначальные навыки решения профессиональных задач математическими методами. Следует особо отметить значение прикладных задач в курсе математики, так как они являются формой привлечения студентов к научной работе уже на первом курсе обучения.

Поиск прикладной задачи – творческий процесс. Он начинается с внимательного изучения учебной литературы по специальным и общетехническим дисциплинам с целью выявления профессиональной задачи. Целесообразно построить математическую модель, решение которой и анализ этого решения позволят сделать практические выводы. При этом методика решения построенной модели обязана должным образом иллюстрировать изучаемый в данный момент раздел математики и способствовать тому, чтобы студенты убеждались в необходимости получения математического образования для более глубокого овладения профессией.

Как правило, практическая задача имеет некоторую неопределенность с точки зрения ее математического решения, поэтому в формулировку вводятся некоторые достаточно четкие дополнительные условия, принципиально не нарушающие производственную ситуацию, но проясняющие задачу составления ее математической модели.

Исходя из сказанного, можно сформулировать достаточно естественные требования к прикладной задаче:

1) задача должна нести в себе познавательную информацию о производстве и процессах, связанных с ним и методикой их выполнения;

2) постановка задачи должна соответствовать реальной ситуации, изучаемой в рамках специальных, общеинженерных и экономических дисциплин вузов;

3) при решении прикладной задачи изучаемая в данный момент учебного процесса математическая теория должна использоваться;

4) условие задачи не должно быть перегружено специальной терминологией, связанной с производством или социальной сферой, и быть доступным студентам младших курсов, еще не совсем знакомым с будущей специальностью.

Прикладные задачи могут быть использованы не только для иллюстрации математических приемов решения социально-производственных задач на лекциях и практических занятиях при аудиторном изучении курса высшей математики, но и в расчетно-графических и научно-исследовательских работах студентов, а также при написании соответствующих рефератов. Они играют важнейшую роль в привитии студентам навыков исследовательской работы.

В силу того, что математика изучается студентами вузов, как правило, на первом и втором курсах, когда студенты еще не обладают глубокими профессиональными знаниями, решение расчетно-графических задач сводится к демонстрации применения математических методов в ходе решения производственных задач. Это, на наш взгляд, должно послужить толчком к более глубокому анализу студентами практических задач с помощью математических методов на старших курсах при изучении ими специальных дисциплин.

Разнородность студенческой аудитории по степени подготовленности и заинтересованности в качестве математической подготовки не позволяет достаточно глубоко проследить связи со специальными дисциплинами и реализовать индивидуальный подход в образовании. Эти недостатки отчасти могут быть устранены организацией учебно-исследовательской работы студентов. С этой целью по профилям факультетов разрабатываются задания, которые могут служить темами реферативных работ (например, «Биологические приложения теории вероятностей», «Временные ряды в задачах экономики», «Составление балансовых моделей в экономике и их решение» и др.).

Положительные моменты подобной учебно-исследовательской работы студентов заключаются в развитии у них навыков самостоятельного теоретического исследования, работы с научной и учебной литературой, логического изложения полученных результатов, практического применения математических методов при решении социально-производственных задач.

Математические методы решения задач должны применяться не только в курсе высшей математики на соответствующих факультетах, но и при изучении специальных дисциплин, что требует расширения научно-методических контактов между кафедрой математики и специальными кафедрами. Эти контакты необходимы еще и потому, что в специальной литературе математический аппарат часто применяется неверно и без должного обоснования, используются формулы без надлежащего их объяснения, таблицы – без расшифровки того, из каких законов они получаются, и т. д.

Рассмотрим, например, прикладные экономические задачи, возникающие при работе агрофирм и коммерческих предприятий, связанных с аграрно-производственным комплексом, для типизации этих задач и определения необходимых требований для отнесения их к разряду учебных прикладных задач.

Указанные задачи можно разбить на две группы. К первой группе относятся задачи простейшего вида: о непрерывном начислении процентов, вычислении некоторых экономических показателей и предельных величин по известным производственным функциям, об определении дисконтированного дохода и т. д.

Задача о непрерывном начислении процентов формулируется следующим образом. Первоначальный вклад в банк составил Q_0 денежных единиц. Банк ежегодно выплачивает p %. Необходимо определить размер вклада Q через t лет. Задача об определении дисконтированного дохода связана с вычислением интеграла

$$K = \int_{O}^{T} f(t) e^{\lambda t} dt,$$

где $f(t)$ – функция, описывающая изменение ежегодно поступающего дохода во времени t; λ – удельная норма непрерывно начисляемого процента; K – дисконтированный доход; T – период наблюдения.

Другая группа практических задач имеет более сложный характер и требует специальных экономико-математических методов. Успешная деятельность предприятий зависит от решения довольно сложных управленческих задач. Такие практические задачи связаны с известной комплексной математической дисциплиной – исследованием операций. Среди данной группы можно выделить три типа в зависимости от имеющейся информации относительно результата принятия решения:

1) детерминированные задачи, т. е. имеющие определенное и единственное решение;

2) вероятностные задачи (задачи с риском), возникающие в ситуации, когда могут быть получены различные решения с известными вероятностями;

3) задачи в условиях неопределенности.

Кроме того, по содержанию можно выделить задачи следующих классов:

1) оптимизационные, приводящиеся к задаче линейного программирования, транспортной задаче, задаче о назначениях и другим известным моделям;

2) задачи теории массового обслуживания;

3) состязательные, определяемые теоретико-игровыми моделями;

4) задачи, решение которых основано на применении специально разработанных методов математической статистики.

Для каждого класса таких задач разработаны методы построения их моделей и получения решений на этих моделях.

Математическая постановка задачи и построение математической модели – сложный исследовательский процесс, если рассматривать его в полном объеме. Началом любого моделирования становится замысел, выявляющий некоторую проблему, затем формулируются цель исследования и общая математическая постановка задачи, приводится анализ количественных характеристик, указывается их взаимосвязь, строится пробная экономико-математическая модель или модели, которые должны быть впоследствии проверены на адекватность поставленной задаче.

К учебным практическим задачам следует отнести лишь те, для которых были четко сформулированы условия, имеющие выраженные особенности известной математической модели. Такие практические задачи помогают выработать простой и доступный алгоритм моделирования по известным образцам с примерами решения задач по нарастающей сложности, начиная с простейших для данной модели.

Рассмотрим типичную эконометрическую задачу, связанную с анализом многомерной регрессионной модели. Проводилось изучение пяти случайно выбранных семей, определялся их среднегодовой доход и устанавливались накопления, а также давалась общая оценка имущества. Требуется для некоторой семьи по данным дохода и оценки имущества найти прогнозируемую величину ее накоплений.

Важным требованием к учебной практической задаче является ее актуальность, профессиональная значимость. В связи с этим в условиях рыночной экономики на первый план выдвигаются, например, модели теории массового обслуживания. К системам массового обслуживания можно отнести малые предприятия и фирмы, имеющие рыночные связи с рядом других предприятий и фирм или обслуживающие клиентов, информационные, торговые, транспортные, энергетические системы, системы информационных технологий. В борьбу за клиента в современной экономике вкладываются огромные средства. По оценкам западных экономистов, завоевание фирмой нового клиента обходится ей в шесть раз дороже, чем удержание существующих покупателей. Практические задачи, решаемые с помощью теории массового обслуживания, приобретают особое значение.

Можно привести анализ конкретной системы массового обслуживания, например торгового предприятия, с целью выбора оптимальных параметров: количества продавцов, емкости подсобных помещений, количества кассовых аппаратов и т. д. Такая комплексная задача может быть представлена рядом конкретных задач практического характера, подобных следующей. Торговая организация получает ранние овощи и зелень из теплиц пригородного совхоза. В среднем с товаром прибывают три автомашины в день. Подсобные помещения и оборудование для подготовки овощей к продаже позволяют обработать и хранить товар объемом не более двух автомашин одновременно. В организации имеется пять работников, их можно использовать для фасовки товара. Каждый фасовщик за полтора дня в среднем обрабатывает товар одной автомашины. Какова должна быть емкость подсобных помещений, чтобы с большой вероятностью (более 97 %) обслужить прибывающие автомашины?

Практические задачи можно сгруппировать по сфере их применения. Так, задачи, связанные с экономическим анализом деятельности предприятия, разбиваются на задачи оптимизации производства продукции, ее сбыта, финансовые задачи, задачи управления запасами, задачи замены, ремонта и определения надежности оборудования и т. д.

В каждой группе задач можно также выделить типичные по известным математическим моделям и решениям, создать комплекс учебных практических задач, призванных совершенствовать профессиональную подготовку обучаемых.

§ 5.9. Управление рисками учебного процесса

Управление процессом обучения должно осуществляться на основе инновационных подходов, одним из которых является управление рисками. Риск заключается в недостижении заинтересованными сторонами целей, определяющих качество образования. В публикациях преимущественно рассматриваются вопросы управления рисками в банковской, страховой и инвестиционной сферах, которые переносятся на управление рисками высших учебных заведений [94, 121, 140]. Однако сфера образования – это достаточно специфическая область, для нее характерны свои особые риски.

Следует отметить и многоаспектность риска в образовательной среде. На качество образования в первую очередь влияют риски, связанные с организацией учебно-воспитательного процесса и содержанием образования. Мы будем рассматривать только их. Образовательный процесс должен соответствовать установленным стандартам и нормам, быть обеспечен необходимыми качественными ресурсами. Такими ресурсами являются образовательные программы, кадровый потенциал, контингент обучающихся, материально-техническое и информационное обеспечение, финансы и т. д.

В образовательной деятельности вузы сталкиваются с совокупностью различных видов риска, которые различаются между собой по месту и времени возникновения. Эти риски взаимосвязаны, при этом изменение одного вида может вызывать изменение большинства остальных. Поэтому важно не только идентифицировать каждый из рисков, но и учитывать их взаимозависимость и совокупное влияние на достижение главной цели вуза – оказание качественных образовательных услуг. Для этого должно осуществляться управление рисками, т. е. использование различных мер, позволяющих в определенной степени выявлять, анализировать, оценивать и прогнозировать наступление рискового события, а также предпринимать действия для снижения степени риска.

На качество учебного процесса в наибольшей степени оказывают влияние следующие группы рисков:

1) связанные с организацией и управлением учебно-воспитательным процессом (управленческая некомпетентность; личностные особенности администрации; отсутствие условий для обучения студентов; отсутствие команды единомышленников в педагогическом коллективе; большой объем учебной нагрузки преподавателей; недостаточная квалификация профессорско-преподавательского состава; несовершенство системы контроля качества образования; невозможность создать благоприятные условия для активной научной, научно-практической деятельности; неудачи в налаживании связей с предприятиями для организации практической подготовки студентов и отсутствие программ практической подготовки в самом вузе);

2) связанные с содержанием образования (большой объем непрофильной учебной нагрузки для обучаемых; некачественные учебно-методические материалы; неумение решать сложные творческие задачи; невозможность обеспечить студентов современной литературой и доступом к информационным ресурсам; невозможность обеспечить современную материально-техническую базу достаточного объема);

3) связанные с взаимоотношениями педагога и обучаемого (предельное напряжение умственных сил обучаемого на учебном занятии; невнимание к эмоциональной сфере обучаемого, психоэмоциональные перегрузки учащихся; низкая коммуникативная компетентность; недоброжелательное отношение; несоответствие методик и технологий индивидуальным возможностям обучаемого; нерациональная организация образовательного процесса; завышенная требовательность; грубость; безразличие);

4) связанные со взаимоотношениями в студенческих группах (нарушение межличностных отношений; нетерпимость; отсутствие поддержки; соперничество; зависть; публичное унижение; оскорбление; высмеивание; угрозы);

5) связанные с качеством научных исследований и разработок преподавателей и студентов (недостаточная научность разработок; неперспективный ассортимент тем научных исследований; неудачная коммерциализация результатов научных исследований и разработок).

На основе анализа рисков образовательного процесса следует создать базу данных (каталог) факторов риска, что позволит осуществить комплексный учет влияния факторов риска и сформировать на его основе совокупность показателей, характеризующих риски образовательной деятельности вуза.

Методика управления рисками образовательного процесса состоит из следующих этапов:

1) распознавание рисков (опасностей);
2) анализ рисков;
3) оценка рисков и прогнозирование их последствий.

Распознавание рисков заключается в выявлении и идентификации рисковой ситуации. Выявление риска (опасности) связано с ответом на вопрос «в чем может заключаться будущий ущерб?» Идентификация риска – это отнесение его к одной из возможных групп (классов) риска, отождествление с эталонным риском. При идентификации опасностей важными факторами являются полнота и качество используемой информации.

Анализ рисков заключается в установлении возможных причин, последствий и возможностей применения существующих методов обнаружения опасности.

Оценка риска предназначена для качественной или количественной оценки величины возможного ущерба и установления приоритетов тех рисков, которые должны быть предотвращены или снижены до приемлемого уровня [66, 67]. Данный этап предполагает определение уровня риска для каждой выявленной опасности, влияющей на процесс. Например, риску присваивается одна из характеристик: «неприемлемый риск», «умеренный риск», «критический риск», «незначительный риск». Возможна и другая градация: «низкий риск», «средний риск», «высокий риск» и «очень высокий риск».

На всех этапах управления рисками можно привлекать экспертов и использовать методы экспертных решений. После проведения этапов общей оценки риска производится выработка управляющих воздействий на образовательный процесс, т. е. разработка конкретных эффективных стратегий и планов действий по уменьшению количества потенциальных угроз, смягчению их последствий. При этом степень мероприятий и усилий при управлении рисками образовательного процесса соизмеряется с критичностью риска.

Для управления рисками целесообразно строить дерево рисков. Технология его разработки во многом аналогична технологии построения дерева принятия решений. На самом нижнем уровне древовидной структуры должны быть представлены риски, которые можно оценить количественно, описать в виде того или иного конечного события (или совокупности событий, имеющих одинаковые последствия).

Дерево решений имеет следующие элементы:

1) точки принятия решений – моменты времени, когда происходит выбор альтернатив;

2) точки случайного события (точки возникновения последствий) – моменты времени, когда с тем или иным результатом наступает случайное событие;

3) ветви дерева – линии, соединяющие точки принятия решений с точками случайного события. Ветви, исходящие из точки принятия решений, показывают возможные решения, а исходящие из узлов случайных событий – возможные результаты случайного события; на ветвях дерева пишутся вероятности наступления событий.

Построение дерева рисков начинается с отображения начальной точки, имеющей вид квадрата. Из этой точки рисуют количество ветвей, равное числу проектных альтернативных решений. В конце каждой ветви рисуют кружок, обозначающий возникновение допустимого случайного события, из которого выходят две ветви – возможные результаты вероятностного события. Ветви дерева берут свое начало в точке принятия решений и разрастаются до получения конечных результатов. Путь вдоль ветвей дерева состоит из последовательности отдельных решений и случайных событий.

Следует иметь в виду, что решения, которые принимаются в процессе управления рисками, должны соответствовать долгосрочным приоритетам вуза. В случае когда для устранения или уменьшения риска может быть использовано несколько возможных стратегий, следует выбирать те, которые экономически наиболее целесообразны (по критерию эффективности/стоимости). В последующем разработанные мероприятия проводятся в рамках управления образовательным процессом. При этом следует учесть наличие необходимых ресурсов для реализации управляющих воздействий на образовательный процесс.

Рассмотрим возможные мероприятия в зависимости от степени опасности. Если риск незначительный, то специальные меры не принимаются, а его возможность принимается к сведению. Если риск умеренный, то оценивается целесообразность мероприятий по устранению или уменьшению риска. При критическом уровне риска принимаются срочные меры по его устранению, а если это невозможно, то по уменьшению. В случае неприемлемого риска незамедлительно предпринимаются действия по его устранению, а если это невозможно, то решается вопрос о целесообразности продолжения учебного процесса в данном вузе.

Снижение рисков образовательного процесса может осуществляться различными методами, в том числе посредством уклонения от риска, локализации, компенсации и предупреждения риска, распределения риска между несколькими объектами, направлениями деятельности (диверсификации) и др.

Многие факторы создают условия возникновения риска в учебно-воспитательной деятельности вуза, поэтому непременной частью менеджмента качества является необходимость внедрения и использования системы управления рисками в образовательной деятельности.

Управление рисками образовательного процесса является составной частью интеллектуального управления процессом обучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей монографии исследовано одно из наименее разработанных в научном и практическом планах направление математического моделирования учебного процесса – моделирование психолого-педагогических ситуаций в учебном процессе.

В первой главе изучены вопросы моделирования интересов участников учебного процесса. Разработана многоуровневая иерархическая система согласования целей участников образовательного процесса. Для описания системы и построения модели введены предикаты согласованности уровней, координации и взаимодействия на различных уровнях их функционирования. Раскрыты возможные способы взаимодействия интересов, определены факторы, влияющие на варианты реализации и согласования интересов. Рассмотрено согласование интересов при проектном управлении образовательными системами. Создан новый метод описания и анализа целей учебного процесса и структурных подразделений вуза на основе аппарата формальных грамматик. Показано согласование целей структурных подразделений вуза. Исследован вывод цепочки для «куста зависимостей», а также приведено построение «куста зависимостей».

Во второй главе выполнено математическое моделирование типологии личности учащихся и преподавателей. Разработан новый метод оценивания свойств личности. Введено понятие психолого-педагогического портрета участника образовательного процесса. Показано, как учитывать психологические характеристики индивида в учебном процессе. Введены понятия психолого-педагогических портретов преподавателей и обучаемых. Созданы векторные, матричные модели портретов, а также модели на основе теории нечетких множеств.

В третьей главе введены методы и модели коммуникационных процессов в образовательных системах. Предложен новый метод моделирования барьеров в образовательных коммуникациях на основе прямой и обратной изопериметрических задач Дидоны. Построена оптимизационная модель барьеров в образовании. Изучены вопросы полезности коммуникаций в зависимости от психологических характеристик индивида. Показано, как использовать страхование знаний для повышения качества обучения. Выполнен структурно-гармонический анализ волнового характера показателей учебного процесса. Рассмотрен вопрос оценки качественных показателей специалиста и анализ их стабильности.

Четвертая глава посвящена математическому моделированию портретов учащихся и преподавателей, а также образовательного процесса. Разработаны метод векторно-стохастического описания совместного портрета преподавателя и учащегося и модель согласования портретов преподавателей и обучаемых на основе аппарата формальных грамматик. Показано, как создать модель динамического портрета, рассчитывать его характеристики и графически изобразить портреты, описываемые КС-грамматиками. Придуман новый метод структурного описания сцен и сценариев обучения. Показана схема порождающей грамматики. Предложены характеристики сцен и сценариев, а также приведены формульные выражения для их расчетов. Разработана математическая модель структурного портрета образовательного процесса в учебном заведении. Дан графолингвистический метод описания динамических сцен. Метод отличается наглядностью и простотой восприятия, позволяет объективно, быстро и наглядно проводить анализ и оценку (в том числе сравнительную) успеваемости учащегося, представлять процесс обучения в динамике.

В пятой главе изучены вопросы моделирования учебно-воспитательного процесса в высшем учебном заведении. Представлены преимущества использования векторных оценок для совершенствования контроля знаний обучаемых, анализа инновационной деятельности вуза, моделирования воспитательного процесса. Показано применение нечетких грамматик для контроля успеваемости обучаемых. Разработана нечеткая грамматика рейтинговой системы. Рассмотрены методы классификации групп учащихся и практическое применение результатов классификации. Сформулированы требования к учебным прикладным задачам, сделан их их анализ и предложена типизация. Создана методика управления рисками учебного процесса.

Для лучшего понимания излагаемого в монографии материала подробно рассмотрены конкретные числовые примеры. Работа написана доступно, кратко, математически корректно. Библиографический список содержит 161 источник, в том числе использованы материалы 60 статей авторов настоящей монографии.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Акимова Ю.Н. Типы личности студентов в современных условиях высшего образования России: дис. … канд. психол. наук. Ярославль, 2007. 187 с.

2. Александрова С.А. Продуктивное взаимодействие субъектов образовательного процесса как условие преодоления коммуникативных барьеров в управлении школой // Вестник Новгородского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. 2008. № 48. С. 7–9.

3. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Физматлит, 2005. 384 с.

4. Андреева Е.А., Цветкова Е.Г., Савичева Ю.А. Решение задач геометрии двойственным методом. Тверь: ТГУ, 2007. 180 с.

5. Андреева Э.В. Современный преподаватель вуза глазами студентов // Аллея науки. 2018. № 4 (20). С. 874–876.

6. Антохина Ю.А., Варжанетян А.Г., Тисенко В.Н. Оценка уровня компетентности обучающихся // Качество. Инновации. Образование. 2012. № 2 (81). С. 31–36.

7. Анциферова А.Г. Взаимодействие преподавателя и студента как фактор воздействия на личностный и профессиональный рост обучающегося // Электронный научно-методический журнал Омского ГАУ. 2016. № 3 (6). С. 144–147.

8. Баранова Н.М. Опыт исследования психолого-познавательных барьеров в обучении студентов экономических специальностей на примере Российского университета дружбы народов // Теория и практика современной науки. 2015. № 3 (3). С. 178–184.

9. Барсова А. Как прожить свою, а не чужую жизнь, или Типология личности. М.: Аст-Пресс, 2001. 416 с.

10. Бреслав Г.Э., Маслова Я.Л. Динамика представлений студентов об «идеальном» преподавателе // Концепт: научно-методический электронный журнал. 2017. № 21. С. 6–10.

11. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, 1986. 544 с.

12. Булатова Д.С., Казбекова А.А., Либерман Я.Л. Современный студент технического вуза: элементы психологического портрета // Педагогическое образование в России. 2016. № 4. С. 87–92.

13. Васильев В.Н. Модели управления вузом на основе информационных технологий. Петрозаводск: ПетрГУ, 2000. 164 с.

14. Васютинская С.И. Модели в виртуальных образовательных технологиях // Перспективы науки и образования. 2016. № 6 (24). С. 88–95.

15. Ващенко А.Н. Экономические интересы и закономерности формирования мотивации труда // Бизнес. Образование. Право. Вестник Волгоградского института бизнеса. 2012. № 2. С. 72–82.

16. Вовк О.Л., Гайдукова О.А. Математическая модель оценки конкурентоспособности предприятий на основе мультимножеств // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія «Проблеми моделювання та автоматизації проектування». 2008. Вып. 7 (150). С. 129–139.

17. Ганичев А.В. Метод оптимального объединения решений алгоритмов распознавания при их комплексном использовании // Радиопромышленность. 1996. Вып. 4. С. 112–118.

18. Ганичев А.В. Согласование интересов при проектном управлении образовательными системами // Повышение качества образования как фактор конкурентоспособности образовательной организации: материалы научно-практической конференции. Тверь: ТГТУ, 2015. С. 22–30.

19. Ганичев А.В., Ганичева А.В. Способы оптимизации портфеля оценочных баллов // Вестник Тверского государственного технического университета. 2008. Вып. 13. С. 267–273.

20. Ганичев А.В., Ганичева А.В. Структурное распознавание образов: монография. Тверь: ТвГТУ, 2018. 108 с.

21. Ганичева А.В. Векторный анализ менеджмента качества работы преподавателей // Информационная среда вуза XXI века: материалы Международной научно-практической конференции. Петрозаводск: ПетрГУ, 2011. С. 54–55.

22. Ганичева А.В. Высшая математика. Тверь: ТФ МЭСИ, 2004. 331 с.

23. Ганичева А.В. Интеллектуальная информационная система оптимального контроля знаний // Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ. 2014. № 101. С. 358–374.

24. Ганичева А.В. Использование классификации обучаемых по группам успеваемости для повышения эффективности учебного процесса // Актуальные вопросы современной науки: материалы Международной интернет-конференции. Таганрог – М.: Спутник+, 2010. С. 23–27.

25. Ганичева А.В. Исследование влияния психологических характеристик индивида на величину страховой суммы // Проблемы анализа риска. 2011. Т. 8. № 5. С. 44–55.

26. Ганичева А.В. Математика для юристов: учебное пособие. СПб.: Лань, 2017. 204 с.

27. Ганичева А.В. Математическая модель оценки качества обучения // В мире научных открытий. 2015. № 61 (66). С. 313–326.

28. Ганичева А.В. Математическая модель планирования мероприятий // В мире научных открытий. Серия «Экономика и инновационное образование». 2011. № 6 (18). С. 254–260.

29. Ганичева А.В. Математические модели и методы оценки бизнеса, имущества, интеллектуальной собственности: учебное пособие. Тверь: ЦНИОТ, 2016. 166 с.

30. Ганичева А.В. Математические модели и методы оценки событий, ситуаций и процессов: учебное пособие. СПб.: Лань, 2017. 188 с.

31. Ганичева А.В. Математическое описание типологии учащихся // Мир лингвистики и коммуникации. 2014. № 35. С. 36–42.

32. Ганичева А.В. Матрично-вероятностное моделирование обучения // Современные исследования социальных проблем. 2011. № 3 (07). С. 23–32.

33. Ганичева А.В. Метод определения оптимальных модулей и компетентности обучаемых // Качество. Инновации. Образование. 2013. № 10. С. 19–23.

34. Ганичева А.В. Модели оценки эффективности учебно-воспитательного процесса в вузе // Дискуссия: журнал научных публикаций. Тематический выпуск «Инновации гуманитарных и естественных наук». Екатеринбург: УГТУ, 2010. С. 14–16.

35. Ганичева А.В. Модели развития учебного процесса // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В.И. Вернадского. 2011. № 3 (34). С. 35–41.

36. Ганичева А.В. Моделирование показателей качества учебного процесса // В мире научных открытий. 2011. № 19.2 (22). С. 1016–1028.

37. Ганичева А.В. Модель менеджмента качества учебных планов // Качество. Инновации. Образование. 2012. № 4 (83). С. 37–41.

38. Ганичева А.В. Оптимальное решение и оценка эффективности организационных вопросов // Ярославский педагогический вестник. 2011. Т. 3 (Естественные науки). № 2. С. 53–59.

39. Ганичева А.В. Оценка психолого-педагогических портретов преподавателей и обучаемых // Экономические и гуманитарные исследования регионов. 2018. № 5. С. 30–33.

40. Ганичева А.В. Оценка эффективности процесса обучения // Бизнес. Образование. Право. Вестник Волгоградского института бизнеса. 2014. № 4. С. 301–304.

41. Ганичева А.В. Процессно-ситуационный менеджмент качества обучения // Информационная среда вуза XXI века: материалы Международной научно-практической конференции. Петрозаводск: ПетрГУ, 2012. С. 49–53.

42. Ганичева А.В. Развитие интереса – движущая сила учебного процесса // Инновационные образовательные технологии и методы их реализации в формате ФГОС ВПО: материалы Всероссийской научно-методической конференции. Тверь: ТГСХА, 2014. С. 203–208.

43. Ганичева А.В. Сетевое планирование и управление формированием компетенций и компетентности // Вестник Тверского государственного университета. Серия «Педагогика и психология». 2014. Вып. 3. С. 81–90.

44. Ганичева А.В. Синергетический эффект коллективного решения // Седьмые Курдюмовские чтения «Синергетика в естественных науках»: материалы Международной междисциплинарной научной конференции. Тверь: ТГУ, 2011. С. 323–327.

45. Ганичева А.В. Согласование интересов участников учебного процесса // Бизнес. Образование. Право. 2017. № 4 (41). С. 350–355.

46. Ганичева А.В. Согласование портретов преподавателей и обучаемых // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании: материалы Международной научной конференции. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2020. С. 78–82.

47. Ганичева А.В. Структурное описание онтологий в математике // Образование в XXI веке: материалы Всероссийской конференции. Вып. 13. Тверь: ТвГТУ, 2014. С. 74–79.

48. Ганичева А.В. Структурный метод описания и анализа учебного процесса // Девятые Курдюмовские чтения «Синергетика в общественных и естественных науках»: материалы Международной научной конференции. Тверь: ТвГТУ, 2013. С. 306–310.

49. Ганичева А.В. Теория вероятностей: учебное пособие. СПб.: Лань, 2017. 140 с.

50. Ганичева А.В. Теория логического вывода. СПб.: Лань, 2021. 92 с.

51. Ганичева А.В. Требования к учебным прикладным задачам, их анализ и типизация // Саморазвивающаяся среда технического университета: материалы Всероссийской научно-практической конференции. Тверь: ТвГТУ, 2017. С. 78–84.

52. Ганичева А.В. Учебное пособие как интеллектуальная система обучения // Перспективы науки и образования. 2018. № 2 (32). С. 224–229.

53. Ганичева А.В. Учебные динамические сцены // Научно-образовательная информационная среда XXI века: материалы Международной научно-практической конференции. Петрозаводск: ПетрГУ, 2014. С. 42–46.

54. Ганичева А.В. Учебный процесс – информационная среда формирования научного знания // Учебно-методическая деятельность вуза в изменяющихся условиях реализации образовательных программ: материалы Всероссийской научно-методической конференции. Тверь: ТГСХА, 2018. С. 222–224.

55. Ганичева А.В. Эконометрические модели показателей качества учебного процесса // Образование в XXI веке: материалы Всероссийской научной конференции. Вып. 9. Тверь: Купол, 2009. С. 197–204.

56. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Адаптивный байесовский метод принятия решений // В мире научных открытий. 2014. № 2.1 (50). С. 618–633.

57. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Грамматический подход к описанию и анализу целей учебного процесса // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2018. Т. 6. № 4 (23). С. 410–420. DOI: 10.26102/2310-6018/2018.23.4.030.

58. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Классификации групп обучаемых // Актуальные проблемы качества образования в высшей школе: материалы научно-практической конференции. Тверь: ТвГТУ, 2021. С. 34–37.

59. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Классификации групп учащихся при дифференцированно-групповой форме обучения // Саморазвивающаяся среда технического университета: материалы Всероссийской научно-практической конференции. Тверь: ТвГТУ, 2017. С. 74–78.

60. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Математическая модель взаимоотношений индивидуумов // Научное обозрение: международный научно-практический журнал. 2018. № 3. С. 4.

61. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Математические модели сцен и сценариев обучения // Информатизация образования и науки. 2019. № 4 (44). С. 104–116.

62. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Метод структурно-гармонического анализа движущихся объектов // В мире научных открытий. 2012. № 1-1 (25). С. 202–217.

63. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Модель согласования портретов преподавателей и обучаемых // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2020. Т. 8. № 3 (30). С. 16–17. DOI: 10.26102/2310-6018/2020.30.3.009.

64. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Преодоление барьеров в образовательных коммуникациях // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Проблемы высшего образования. 2019. № 4. С. 30–35.

65. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Применение нечетких грамматик для контроля успеваемости обучаемых // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно-математические и технические науки. 2018. № 3 (226). С. 33–37.

66. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Принятие решений на основе рисковых ситуаций и процессов // Бизнес. Образование. Право. Вестник Волгоградского института бизнеса. 2014. № 4. С. 226–230.

67. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Риск и полезность ситуаций и процессов // Бизнес. Образование. Право. Вестник Волгоградского института бизнеса. 2015. № 2 (31). С. 247–251.

68. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Согласование портретов преподавателей и обучаемых // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании: материалы Международной научной конференции. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2020. С. 78–82.

69. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Структурно-гармонический анализ показателей качества учебного процесса // Качество. Инновации. Образование. 2014. № 1 (104). С. 24–30.

70. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Структурное распознавание объектов при коммуникациях // Мир лингвистики и коммуникаций: электронный научный журнал. 2012. № 3 (24). С. 1–11.

71. Ганичева А.В., Ганичев А.В. Структурный метод распознавания динамических сцен // Мир лингвистики и коммуникации. 2013. Т. 1. № 33. С. 55–62.

72. Ганичева А.В., Ганичев А.В., Виноградов Г.П. Структурное распознавание сложных объектов на основе стохастических грамматик // Нечетные системы и мягкие вычисления: материалы Всероссийской научной конференции. Волгоград: ВолгГТУ, 2009. Т. II. С. 111–120.

73. Ганичева А.В., Ганичева А.В. Математическая модель взаимоотношений индивидуумов // Научное обозрение: международный научно-практический журнал. 2018. № 3. С. 4.

74. Ганичева А.В., Козлов В.П. Математика для психологов. М.: Аспект-Пресс, 2005. 239 с.

75. Гельманова З.С., Осик Ю.И. Деятельность вуза в контексте качества подготовки специалистов // Международный журнал экспериментального образования. 2016. № 1. С. 31–36.

76. Гладкий А.В. Формальные грамматики и языки. М.: Наука, 1973. 368 с.

77. Глушков В.М. Современные проблемы научного управления. Киев: ИК АН УССР, 1969. 19 с.

78. Голованова М.А., Каменева З.В., Билашенко Э.В. Экономико-математическая модель оценки конкурентоспособности промышленной продукции // Экономика и управление предприятиями машиностроительной отрасли: проблемы теории и практики. 2014. № 3 (27). С. 78–90.

79. Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания: учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1984. 208 с.

80. Горькавый М.А., Соловьев В.А. Синтез нечеткой модели компетенций технического персонала промышленного предприятия // Интеллектуальные системы. 2010. № 1 (23). С. 128–140.

81. Грязнов А.Н., Масленникова В.Ш., Боговарова В.А. Социально-психологический портрет студента // Казанский педагогический журнал. 2013. № 3 (98). С. 160–167.

82. Губко М.В., Караваев А.П. Согласование интересов в матричных структурах управления // Автоматика и телемеханика. 2001. № 10. С. 132–146.

83. Двуличанская Н.Н., Еркович О.С. Средства формирования и оценивания компетенций студентов вуза // Инновации в образовании. 2016. № 7. С. 24–37.

84. Денисенко А.С., Крылов Г.О., Корнев И.А. О применении метода главных компонент в задачах финансового мониторинга // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2015. Т. 17. № 2-5. С. 1131–1140.

85. Дихтяр В.И. О преодолении психолого-познавательных барьеров в обучении // Вопросы экономики и права. 2015. № 11. С. 199–205.

86. Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталев Е.Ю. Моделирование рисковых ситуаций в экономике и бизнесе М.: Финансы и статистика, 2000. 176 с.

87. Ефимова Г.З., Сорокин А.Н., Грибовский М.В. Идеальный педагог высшей школы: личностные качества и социально-профессиональные компетенции // Образование и наука. 2021. Т. 23. № 1. С. 202–230. DOI: 10.17853/1994-56392021-1-202-230.

88. Жилин В.А. Информационные технологии как средство выявления и преодоления познавательных барьеров в обучении // Фундаментальные и прикладные научные исследования: актуальные вопросы, достижения и инновации: материалы Международной научно-практической конференции. Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение», 2018. С. 188–192.

89. Жилина Е.В. Нечеткие модели оценки успешности освоения дисциплины студентом // Управление экономическими системами. 2011. № 35. С. 70–79.

90. Загороднюк А.Н. Психолого-педагогический портрет современного преподавателя вуза // Kant. 2018. № 4 (29). С. 26–30.

91. Канивец П.И. Модели и методы оценки качества подготовки и повышения конкурентоспособности специалистов: дис. … канд. экон. наук. Новочеркасск, 2004. 231 с.

92. Качество высшего образования / М.П. Карпенко [и др.]. М.: СГУ, 2012. 291 с.

93. Когукова М.В., Допов А.Н. Скорость забывания знаний студентами различного уровня подготовки // Международный научно-исследовательский журнал. 2015. № 3-4 (34). С. 23–25.

94. Костюкова Т.П., Лысенко И.А. Образовательное учреждение как объект управления в условиях риска // Вестник Уфимского авиационного технического университета. 2011. Т. 15. № 5. С. 208–215.

95. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. М.: Радио и связь, 1982. 432 с.

96. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов. 3-е изд., перераб. и доп. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. 479 с.

97. Кремер Н.Ш. Исследование операций в экономике: учебное пособие. М.: ЮНИТИ, 2001. 407 с.

98. Кузьменко О.И. Математические задачи как средство формирования профессиональной компетентности студентов агрономических специальностей высших учебных заведений: дис. … канд. пед. наук. Омск, 2010. 169 с.

99. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1971. 431 с.

100. Лаптев В.В., Ларченкова Л.А. Феномен психолого-познавательных барьеров и его значение в современном школьном обучении // Известия Российского государственного педагогического университета имени А.И. Герцена. 2016. № 182. С. 5–18.

101. Лапшов В.А. Социально-типический портрет преподавателя отечественного вуза // Социология образования. 2016. № 4. С. 4–14.

102. Лисовский В.Т. Советское студенчество. М.: Высшая школа, 1990. 403 с.

103. Лукьянова Л.М. Интеллектуальная технология автоматизированного формирования целей систем производственной сферы // Балтийский экономический журнал. 2018. № 1 (21). С. 100–108.

104. Лукьянова Л.М., Федорченко Л.Н. Средства формализации целей и проблем сложных систем производственной сферы // Вестник Бурятского государственного университета. Серия: Математика и информатика. 2012. № 9. С. 42–48.

105. Макарова Л.Н., Старцев М.В. Проблемные зоны взаимодействия преподавателей и студентов // Социально-экономические явления и процессы. 2017. Т. 12. № 5. С. 210–216.

106. Марухина О.В., Берестнева О.Г., Боброва М.В. Оценка качества деятельности преподавателя вуза на основе методов многомерного анализа данных // Международный журнал экспериментального образования. 2015. № 3-2. С. 180–185.

107. Марценюк М.А., Поляков В.Б., Селетков И.П. Нечеткий алгоритм многофакторной оценки рейтинга студента // Прикладная информатика. 2014. № 5 (53). С. 41–49.

108. Матричные игры: сборник переводов / под ред. Н.Н. Воробьева. М.: Издательство физико-математической литературы, 1961. 280 с.

109. Махиянова А.В. Современный портрет вуза: оценка качества образования и деятельности как агента социализации // Казанский педагогический журнал. 2018. № 5 (130). С. 230–234.

110. Медведев А.В., Якунин Ю.Ю., Ярещенко Д.И. О математическом моделировании образовательного процесса в университете // Высшее образование сегодня. 2016. № 11. С. 45–51.

111. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973. 344 с.

112. Наследов А.Д. Математические методы психологического исследования // Анализ и интерпретация данных. СПб.: Речь, 2012. 392 с.

113. Неудакин В.А. Модель целей образовательного процесса // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2012. № 1 (60). С. 272–278.

114. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1986. 312 с.

115. Николаева Л.В., Саввинова Р.В. Взаимодействие преподавателя и студента как условие эффективности профессиональной подготовки будущих специалистов // Современные наукоемкие технологии. 2015. № 12 (2). С. 351–354.

116. Новиков Д.А. Теория управления образовательными системами. М.: Народное образование, 2009. 416 с.

117. Новиков Д.А., Новиков А.М. Как оценивать качество образования? // Директор школы. 2012. № 32. С. 43–49.

118. Новиков П.С. Элементы математической логики. М.: Наука, 1973. 400 с.

119. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование: теория принятия решений: учебник. М.: КНОРУС, 2010. 568 с.

120. Пилипенко А.И., Дихтяр В.И. О групповом подходе в преодолении психолого-познавательных барьеров при обучении в магистратуре // Экономика и управление народным хозяйством. Экономические науки. 2016. № 11 (144). С. 47–53.

121. Применение математических методов и моделей в управлении организационно-экономическими факторами конкурентоспособности промышленного предприятия / Т.Г. Садовская [и др.] // Аудит и финансовый анализ. 2009. № 3. С. 364–379.

122. Путрич С.В. Формализация стратегии высшего учебного заведения в среде Business Studio // Актуальные проблемы науки XXI века: материалы научно-практического семинара молодых ученых. Минск, 2011. С. 97–101.

123. Райгородский Д.Я. Практическая психодиагностика. Самара: БАХРАХ-М, 2008. 672 с.

124. Рачков В.С., Копнов В.А. Атрибуты целей образовательной организации // Научный диалог. Серия: Психология. Педагогика. 2014. № 11 (35). С. 56–74.

125. Розен В.В. Математические модели принятия решений в экономике. М.: Высшая школа, 2002. 288 с.

126. Романів Т.В. Аналіз моделей управління комунікаційними бар’єрами складних проектів на основі ціннісного підходу // Восточно-европейский журнал передовых технологий. 2014. № 4/3 (70). С. 23–28.

127. Седых И.Ю. Проблемы оценки качества образования // Инновации в образовании. 2016. № 1. С. 69–78.

128. Склярова Ю.Н. Современные образовательные технологии личностно-ориентированного подхода в образовании // Актуальные вопросы современной педагогики: материалы Международной научной конференции. Уфа: Лето, 2015. С. 33–36.

129. Сорокин Л.В. Преодоление психолого-познавательных барьеров, связанных с анализом и визуализацией больших данных // Международный научно-исследовательский журнал. 2017. № 1-3 (55). С. 59–62.

130. Субетто А.И. Компьютерная квалиметрия в образовании: перспективы развития // Экономика качества. 2016. № 1 (13). С. 25–36.

131. Сучилин В.А., Архипова Т.Н. Формализация процесса контроля успеваемости студентов на основе нечеткой логики // Сервис в России и за рубежом. 2014. № 5 (52). С. 148–156.

132. Татарина Т.М. Портрет компетентного (идеального) преподавателя: точка зрения студентов и преподавателей (на материале

языковой кафедры неязыкового вуза) // Самарский научный вестник. 2020. Т. 9. № 2 (31). С. 290–293. DOI: 10.17816/snv202314.

133. Успенский В.А. Математическое и гуманитарное: преодоление барьера. М.: МЦНМО, 2011. 48 с.

134. Фор А. Восприятие и распознавание образов. М.: Машиностроение, 1989. 272 с.

135. Фрейман В.И. Разработка метода дешифрации результатов диагностирования уровня освоения элементов компетенций с использованием нечеткой логики // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2014. № 12. С. 26–30.

136. Хованова Е.В. Графовая модель барьеров межкультурных коммуникаций в региональном вузе // Общественные науки. 2010. № 2. С. 58–63.

137. Цветков В.Я. Когнитивные аспекты построения виртуальных образовательных моделей // Перспективы науки и образования. 2013. № 3. С. 38–46.

138. Цветков В.Я. Паралингвистические информационные единицы в образовании // Перспективы науки и образования. 2013. № 4. 30–38.

139. Чернов Г., Мозес Л. Элементарная теория статистических решений. М.: Советское радио, 1962. 408 с.

140. Чубарова О.И. Образовательный риск как экономическая категория, его сущность // Ползуновский вестник. 2005. № 1. С. 199–208.

141. Шапкин В.В. Использование статистических методов при оценке результатов педагогического эксперимента // Инновации в образовании. 2017. № 10. С. 62–69.

142. Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. М.: Дело, 2002. 440 с.

143. Шуваев М.А. Экономико-математическое моделирование оценки конкурентоспособности предприятий // Экономические науки. 2012. № 2. С. 321–324.

144. Шувалов И.А., Семенчин Е.А. Математическое моделирование конкурентоспособности микроэкономических систем // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 4. С. 1–8.

145. Яковлев П.В., Яковлева М.Ю. Моделирование циклических процессов в образовательных системах // Вестник АГТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2012. № 2. С. 197–202.

146. Ярошенко С.Н. Моделирование конкурентоспособности выпускников вуза // Вестник Южно-Уральского государственного университета. 2012. № 26. С. 77–81.

147. A complete validated learning analytics framework: designing issues from data preparation perspective / A. Tlili [et al.] // International Journal of Information and Communication Technology Education. 2018. № 14 (2). Pp. 1–16. DOI: 10.4018/IJICTE.2018040101.

148. Babad E., Avani-Babad D., Rosenthal R. Prediction of students' evaluations from brief instances of professors' nonverbal behavior in defined instructional situations // Social Psychology of Education. 2004. № 7. Pp. 3–35.

149. First impressions and professor reputation: influence on student evaluations of instruction / S. Buchert [et al.] // Social Psychology of Education. 2008. № 11. Pp. 397–408.

150. Frost A.J., Prechter R.R. Elliott wave principle: key to market behavior. Gainesville: New Classics Library, 1998. 256 p.

151. Ganicheva A., Ganichev A. Bayesian approach to object recognition under the conditions of fuzzy information // Applied Methods of Statistical Analysis. Nonparametric Approach. Proceedings of the International Workshop. 2015. Pp. 456–460.

152. Ganicheva A.V. Optimization models of components of educational process // British Journal of Mathematics and Computer Science. 2016. № 14 (5). Pp. 7–11.

153. Göncz A., Göncz L., Pekić J. The influence of students'personality traits on their perceptionof a good teacher within the five-factor model of personality // Acta Polytechnica Hungarica. 2014. № 11. Pp. 65–86. DOI: 10.12700/APH.11.03.2014.03.5.

154. Göncz L. Teacher personality: a review of psychological researched guidelines for a more comprehensive theory in educational psychology // Open Review of Educational Research. 2017. № 4 (1). Pp. 75–95. DOI: 10.1080/23265507.2017.1339572.

155. Griffiths D., García-Peñalvo F.J. Informal learning recognition and management // Computers in Human Behavior. 2016. № 55A. Pp. 501–503. DOI: 10.1016/j.chb.2015.10.01.

156. Kovalsky R.M. Impression management: a literature review and two-component model // Psychologicalbulletin. 2013. № 107 (1). Pp. 46–58.

157. Learners' working memory capacity modeling based on fuzzy logic / M.A. Khenissi [et al.]. New Jersey: IEEE, 2014. Pp. 520–521.

158. Murphy N.A., Hall J.A., Colvin C.R. Accurate intelligence assessments in social interaction: Mediators and gender effects // Journal of Personality. 2013. № 71 (3). Pp. 465–493. DOI: 10.1111/1467-6494.7103008.

159. Romanov D.K., Dauksha L.M. Psychological aspects of perception and inderstanding of teachers by university students // Integration of Education. 2016. № 2 (20). Pp. 228–237. DOI: 10.15507/1991-9468.083.020.201602.228-237.

160. Sein-Echaluce M.L., Fidalgo-Blanco Á., García-Peñalvo F.J. Innovative trends in flipped teaching and adaptive learning. USA: IGI Global, 2019. 306 p. DOI: 10.4018/978-1-5225-8142-0.

161. Tsvetkov V.Ya. Virtual modeling // European Journal of Technology and Design. 2016. Vol. 11. Iss. 1. Pp. 35–44.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Антонина Валериановна Ганичева
Алексей Валерианович Ганичев

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СИТУАЦИЙ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Монография

Редактор Я.А. Петрова
Корректор С.В. Борисов

Подписано в печать 21.03.2023		
Формат 60×84/16		Бумага писчая
Физ. печ. л. 10,25	Усл. печ. л. 9,53	Уч.-изд. л. 8,92
Тираж 50 экз.	Заказ № 13	С – 13

Редакционно-издательский центр
Тверского государственного технического университета
170026, г. Тверь, наб. Афанасия Никитина, 22