ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Тверской государственный технический университет

Кафедра информатики и прикладной математики

ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MATLAB В МОДЕЛЯХ КОНТРОЛЯ БЕЗОПАСНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Методическое пособие к лабораторным работам для студентов специальности 280102 "Безопасность технологических процессов и производств"

Тверь 2010

УДК 681.3.06: 681.3(075.8)

ББК 32.973.202я7

Методическое пособие к лабораторным работам по курсу "Математические методы и модели в расчетах на ЭВМ" предназначены для студентов очной, заочной форм обучения и дополнительного профессионального образования.

Целью пособия является обучение студентов решению задач статистического управления технологическими процессами на их математических моделях. Обработка результатов моделирования проводится с помощью интерактивной системы компьютерной математики и моделирования MATLAB с пакетом расширения Statistics Toolbox (Statistical Process Control).

Пособие содержит функции контроля качества процессов, необходимые при разработки инфорационного инструментария оценки качества и стабильности технологического процесса, которые являются базовыми условиями обеспечения его безопасности.

Рассмотрено и рекомендовано к изданию на заседании кафедры информатики и прикладной математики (протокол № 3 от 22 марта 2010 г.).

Предисловие

Одним из базовых принципов управления безопасностью технологических процессов является принятие решений, основанных на фактах. Во многом это связано с тем, что большинство производственно-технологических закономерностей имеют статистическую природу. Любой измеренный параметр может быть объектом статистического анализа состояния производственного процесса и оборудования. При выборе объекта анализа следует искать параметры, оказывающие наибольшее воздействие на организм работника и обладающие значительной изменчивостью.

В пособии приводится описание функций интерактивной системы компьютерной математики и моделирования MATLAB с пакетом расширения Statistics Toolbox (Statistical Process Control), используемых в лабораторных работах студентов специальности 280102.

Применение системы MATLAB в учебном процессе определяется следующими факторами: созданием гибких моделей технологического процесса и инструментария его анализа, повышением интенсивности учебного процесса, стремлением исключения из учебного процесса рутинных операций, отсутствием у студента времени на разработку сложных компьютерных программ, требованиями многовариантного пересчета задач при изменении параметров процесса.

В пособии описываются следующие функции:

NORMRND – функция генерации псевдослучайных чисел по нормальному закону (модель значений параметра технологического процесса).

HISTFIT – гистограмма по негруппированным экспериментальным данным с наложенной на нее кривой (графиком) функции плотности распределения вероятностей нормального закона.

CAPAPLOT – график воспроизводимости процесса.

NORMSPECS – график плотности распределения вероятностей нормального закона с границами допусков параметра.

CAPABLE – расчет индексов воспроизводимости процесса Cp, Cpk.

XBARPLOT – контрольная карта средних арифметических значений (x-карта)

SCHART – контрольная карта средних квадратических отклонений (**s**-карта).

EWMAPLOT – контрольная карта экспоненциально взвешенного скользящего среднего (EWMA-карта).

Изначально предполагается, что студент имеет первоначальные навыки работы на персональном компьютере, знаком с файловой системой, имеет опыт работы с ОС Windows и приложением MATLAB, знаком с высшей математикой в объеме вузовского курса.

Функция NORMRND

Синтаксис

```
data = normrnd(MU,SIGMA)
data = normrnd(MU,SIGMA,m)
data = normrnd(MU,SIGMA,m,n)
```

Описание

data = normrnd(MU,SIGMA) – функция предназначена для генерации псевдослучайного числа по нормальному закону для каждой пары параметров **MU** (математического ожидания) и **SIGMA** (среднего квадратического отклонения). Размерность векторов или матриц параметров **MU** и **SIGMA** должна быть одинаковой. Скалярный параметр увеличивается до размера остальных входных аргументов. Размерность матрицы **data** равна размерности входных параметров.

data = normrnd(MU,SIGMA,m) – позволяет получить вектор псевдослучайных чисел на m элементов, распределенных по нормальному закону для параметров **MU** и **SIGMA**, где m – вектор размерностью 1×2, определяющий размерность матрицы **data**.

data = normrnd(MU,SIGMA,m,n) – позволяет получить матрицу псевдослучайных чисел с размерностью $m\times n$ элементов, распределенных по нормальному закону для параметров **MU**, **SIGMA**.

Примеры использования функции генерации псевдослучайных чисел

Генерация одного числа, соответствующего заданной паре значений параметров **MU**, **SIGMA**

```
MU = 0;
SIGMA = 1;
data = normrnd(MU,SIGMA)

data =
      -0.2953

MU = [0 1 2 3];
SIGMA = [1 2 3 4];
data = normrnd(MU,SIGMA)

data =
       1.4561    2.8025    0.6664    3.3873
```

Генерация вектора псевдослучайных чисел с размерностью 1×5

```
MU = 0;
SIGMA = 1;
m =[1 5];
R = normrnd(MU,SIGMA,m)
```

```
R =
   -0.0228    0.1106    0.8128   -1.0091   -1.0046
```

Второй вариант генерации вектора с размерностью 1×5

```
MU = 0;
SIGMA = 1;
m = 1; n = 5;
R = normrnd(MU,SIGMA,m,n)
```

```
R =
    0.2830    0.2898   -0.2473   -0.2189    0.8987
```

Генерация матрицы псевдослучайных чисел с размерностью 4×4

```
MU = 0;
SIGMA = 1;
m = [4 4];
data = normrnd(MU,SIGMA,m)
```

```
data =
       -0.6422    1.5489   -0.5539   -2.5996
       -0.1804   -0.0442    0.9324    0.7801
        0.7179   -0.0297   -1.3158    0.6029
        0.3014   -0.3821   -0.3015    0.9428
```

Другой вариант генерации матрицы с размерностью 4×4

```
MU = 0;
SIGMA = 1;
m = 4;
n = 4;
data = normrnd(MU,SIGMA,m,n)
```

```
data =
        -1.0239   -1.7813    0.1668   -0.0986
        -0.0678   -0.6604   -1.7052    0.1764
         0.0818    1.3514    0.2765   -1.8379
        -1.7670    2.1364    0.3945   -1.5023
```

Функция HISTFIT

Синтаксис

```
histfit(data)
histfit(data,nbins)
h = histfit(data,nbins)
```

Описание

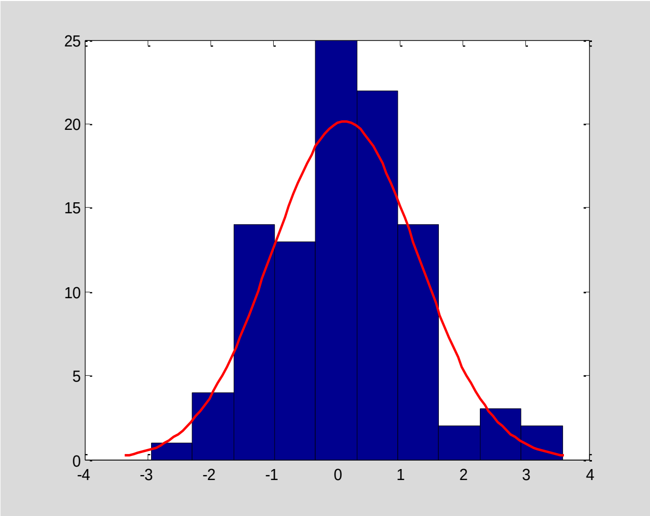
`histfit(data,nbins)` - функция позволяет построить гистограмму с наложенной функцией плотности вероятности нормального закона по выборке **`data`** с числом интервалов **`nbins`**. Выборка data должна быть задана как вектор негруппированных значений. Группировка выборки **data** выполняется по интервалам равной длины. Если параметр **nbins** не задан, он принимается равным ближайшему целому из корня квадратного числа элементов выборке **data**.

h = histfit(data,nbins) - в качестве выходного параметра выступает вектор указателей на элементы графика. Первый элемент вектора **h(1)** является указателем на гистограмму, **h(2)** – указатель на кривую плотности вероятности нормального закона.

Пример 1

Построить гистограмму с наложенным графиком функции плотности распределения вероятностей для нормального закона. Число интервалов группирования определяется по умолчанию как ближайшее целое к корню квадратному из объема выборки.

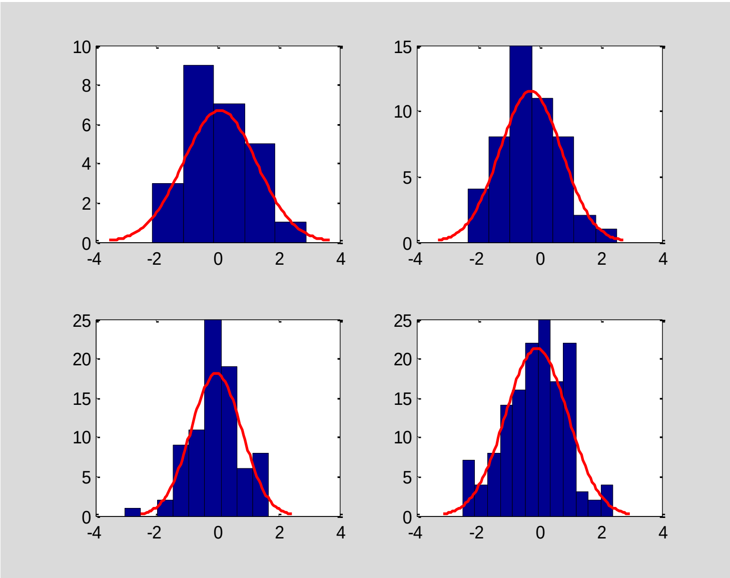
```
data= normrnd(0,1,100,1);

histfit(data)
```



Пример 2

Построить графики зависимости одинаковых параметров генерируемой выборки от ее объема.

```
data = normrnd(0,1,25,1);

subplot(2,2,1)
histfit(data)
data = normrnd(0,1,49,1);

subplot(2,2,2)
histfit(data)
data = normrnd(0,1,81,1);

subplot(2,2,3)
histfit(data)
data = normrnd(0,1,144,1);

subplot(2,2,4)
histfit(data)
```



Функция CAPAPLOT

Синтаксис

```
p = capaplot(data,specs)
[p,h] = capaplot(data,specs)
```

Описание

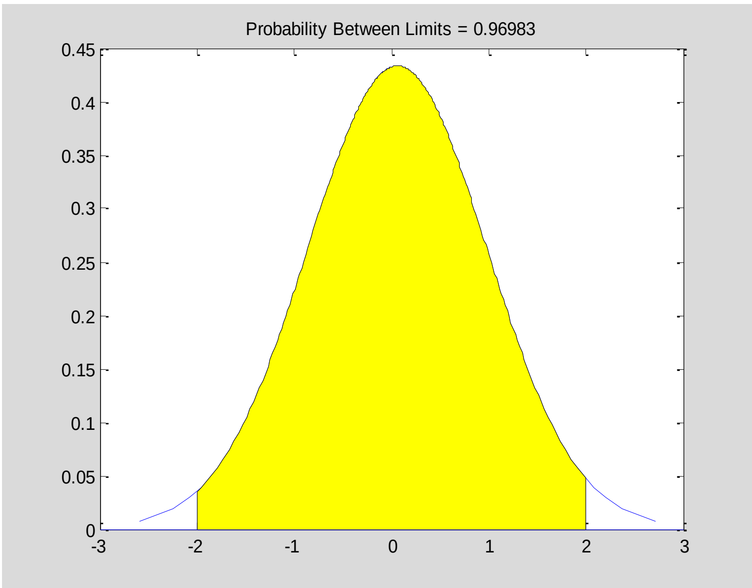
`p = capaplot(data,specs)` – позволяет построить график функции плотности нормального закона по точечным оценкам математического ожидания и среднего квадратического отклонения выборки **`data`** с наложенными границами допусков параметра **`specs`**. Выборка входных значений **`data`** должна быть представлена как вектор. Предполагается, что выборка **`data`** не противоречит нормальному закону. Выходной параметр **`p`** является вероятностью попадания значения случайной величины в границы допусков **`specs`**. Границы допусков задаются в виде двухэлементного вектора: **`specs(1)`** – нижняя граница допуска, **`specs(2)`** – верхняя граница допуска. Вероятность попадания значений параметра технологического процесса на графике представляется закрашенной областью между границами допусков **`specs`**, осью абсцисс и кривой функции плотности распределения вероятности нормального закона.

`[p,h] = capaplot(data,specs)` – функция, кроме величины **`p`**, возвращает массив указателей на элементы графика воспроизводимости **`h`**.

Пример 3

Несмещенный технологический процесс с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Нижняя и верхняя границы допусков равны *LSL* = -2; *USL* = 2.

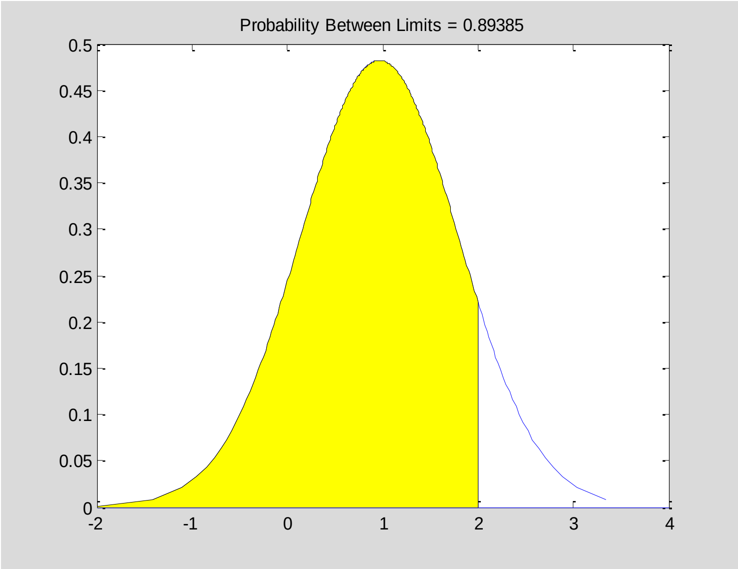
```
data = normrnd(0,1,50,1);
p = capaplot(data,[-2 2])

p =
    0.9698
```



Пример 4

Смещенный технологический процесс с единичным математическим ожиданием и единичной дисперсией. Нижняя и верхняя границы допусков равны *LSL* = -2; *USL* = 2.

```
data = normrnd(1,1,50,1);
p = capaplot(data,[-2 2])

p =
    0.8939
```



Функция NORMSPECS

Синтаксис

```
p = normspec(specs,mu,sigma)
[p,h] = normspec(specs,mu,sigma)
```

Описание

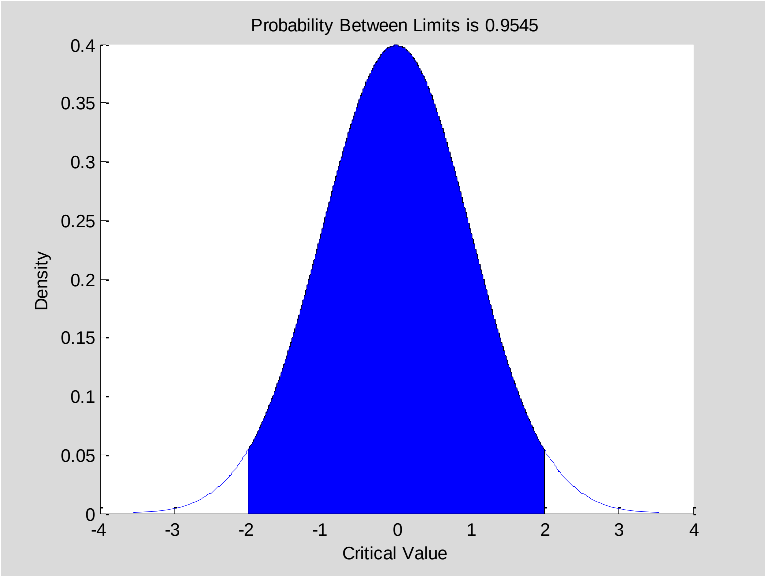
`p = normspec(specs,mu,sigma)` – функция предназначена для построения графика плотности распределения вероятностей нормального закона с заданными параметрами: математическим ожиданием **`mu`**, средним квадратическим отклонением **`sigma`** и границами допусков параметра **`specs`**. Границы допусков определяются как вектор с двумя элементами: **`specs(1)`** – нижняя граница допуска, **`specs(2)`** – верхняя граница допуска. Выходной параметр **`p`** – вероятность попадания значения параметра технологического процесса в границы допусков **`specs`**. Если допуск на параметр является односторонним, то отсутствующая граница допуска задается как бесконечное значение. При одностороннем ограничении слева правая граница задается как *Inf*, т.е. **`specs(1)`** = A, **`specs(2)`** = *Inf*, или **`specs`** = [*A Inf*], где *A* – нижняя граница допуска. При одностороннем ограничении справа левая граница задается как –*Inf*, т.е. **`specs(1)`** = -*Inf*, **`specs(2)`** = B, или **`specs`** = [-*Inf B*], где *B* – верхняя граница допуска.

[p,h] = normspec(specs,mu,sigma) – в этом варианте синтаксиса, кроме вероятности попадания значения параметра технологического процесса в границы допусков **p**, возвращается вектор указателей элементов графика **h**.

Пример 5

Построить график плотности распределения вероятностей несмещенного нормального технологического процесса с двусторонними границами допусков на параметр и единичной дисперсией.

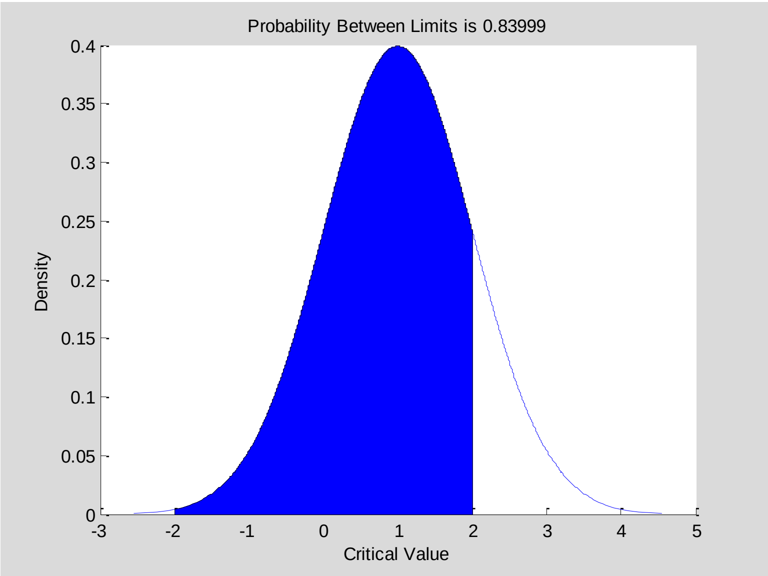
```
mu = 0;
sigma = 1;
specs = [-2 2];
p = normspec(specs,mu,...
sigma)

p =
    0.9545
```



Пример 6

Построить график плотности распределения вероятностей смещенного нормального технологического процесса с двусторонними границами допусков на параметр и единичной дисперсией.

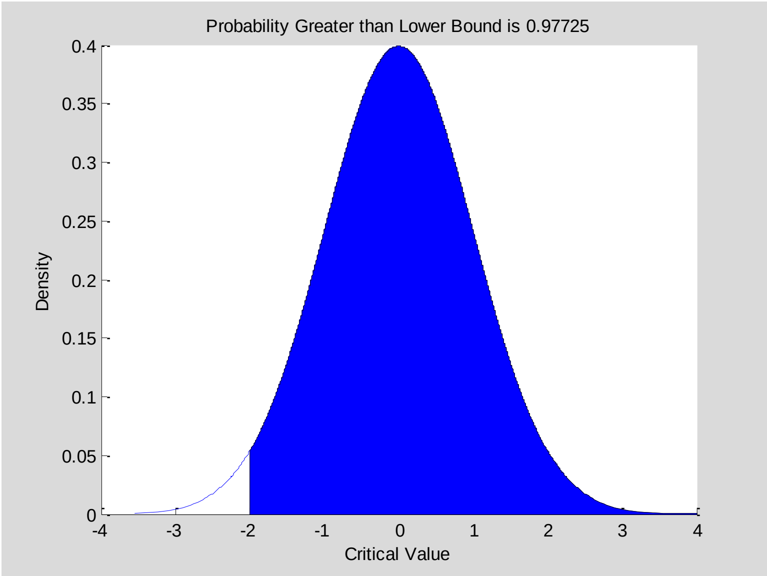
```
mu = 1;
sigma = 1;
specs = [-2 2];
p = normspec(specs,mu,sigma)

p =
    0.8399
```



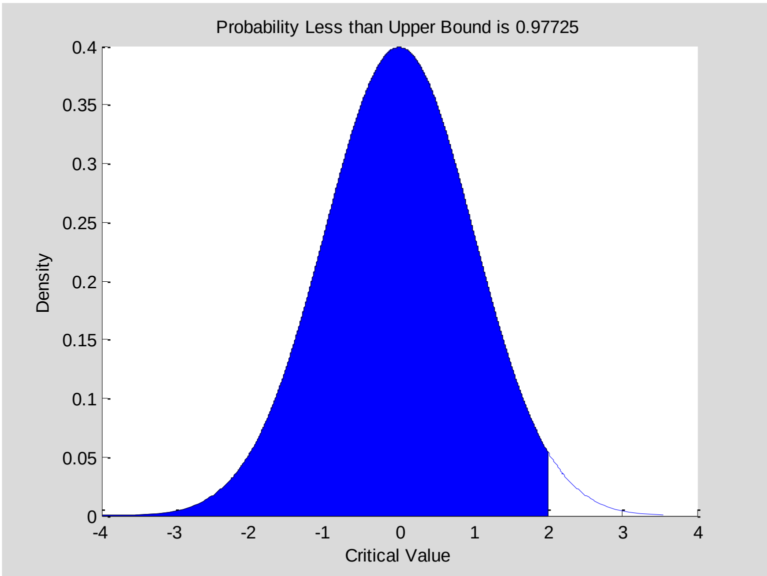
Пример 7

Построить график плотности распределения вероятностей несмещенного нормального технологического процесса с односторонними границами допусков на параметр и единичной дисперсией.

```
mu = 0;
sigma = 1;
specs = [-2 Inf];
p = normspec(specs,mu,...
sigma)

p =
    0.9772
```




```
specs = [-Inf 2];
p = normspec(specs,mu,sigma)

p =
    0.9772
```



Функция CAPABLE

Синтаксис

```
p = capable(data,specs)
[p,Cp,Cpk] = capable(data,specs)
```

Описание

`p = capable(data,specs)` – функция позволяет рассчитать вероятность **`p`** выхода значений технологического процесса выборки **`data`** за границы допусков **`specs`**. Выборка **`data`** задается как вектор. Границы допусков представляются в виде двухэлементного вектора: **`specs(1)`** – нижняя граница допуска, **`specs(2)`** – верхняя граница допуска.

Исходными предположениями при расчете **`p`** являются:

1) непротиворечие выборки **`data`** нормальному закону с постоянными математическим ожиданием и дисперсией;

2) статистическая независимость результатов измерений в выборке.

`[p,Cp,Cpk] = capable(data,specs)` – позволяет рассчитать вероятность **`p`** выхода значений выборки **`data`** за границы допусков **`specs`**, индексы воспроизводимости процесса *Cp*, *Cpk*.

Индекс *Cp* (индекс потенциальной пригодности) представляет собой отношение разностей верхней *USL* и нижней *LSL* границ поля допуска к произведению $6 \cdot \sigma$, где σ – точечная оценка среднего квадратического отклонения выборки:

$$Cp = \frac{USL - LSL}{6\sigma}.$$

Для центрированного технологического процесса (выборочное среднее совпадает с номинальным значением параметра технологического процесса) значение *Cp* = 1 соответствует отношению числа дефектов к числу изделий, равному 1/ 1000. Согласно положениям метода "шесть сигма" долю дефектов необходимо снижать до величин 1 / 100 000 и менее. Величина доли дефектов 1 / 1000000 соответствует значению *Cp* = 1.6. Таким образом, уменьшение величины коэффициента *Cp* соответствует улучшению качества технологического процесса по уровню дефектности при центрированном технологическом процессе.

Индекс *Cpk* (индекс смещенности технологического процесса) рассчитывается по формуле

$$Cpk = \min\left[\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right],$$

где μ – среднее арифметическое выборки **`data`**.

Из приведенной выше формулы следует, что индекс воспроизводимости *Cpk* является отношением минимальной разности среднего арифметического выборки **`data`** и верхней или нижней границы поля допуска параметра к трем точечным оценкам среднего квадратического отклонения. Индекс *Cpk* = 1 для центрированного технологического процесса при *Cp* = 1.

Пример 8

Рассчитать вероятность дефектных значений технологического процесса при границах допуска **`specs`** = [-2 2].

```
data = normrnd(0,1,100,1);
```

```
specs = [-2 2];
p = capable(data,specs)

p =
     0.0368
```

Пример 9

Рассчитать вероятность дефектных значений и индексов воспроизводимости *Cp*, *Cpk* технологического процесса при границах допуска **specs** = [-2 2].

```
data = normrnd(0,1,100,1);              p = 0.0392
specs = [-2 2];                        Cp = 0.6873
[p,Cp,Cpk] = capable(data,specs)      Cpk = 0.6816
```

Пример 10

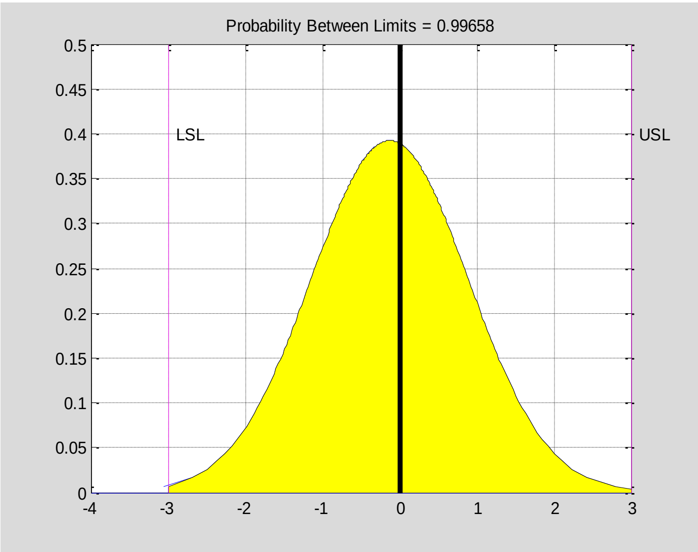
Рассчитать вероятность дефектов и индексов воспроизводимости процесса *Cp*, *Cpk* центрированного процесса с границами рассеяния параметра $(\mu \pm 3\sigma)$ совпадающими с границами допусков.

```
data = normrnd(0,1,100,1);               p = 0.0034
specs = [-3 3];                         Cp = 0.9833
[p,Cp,Cpk] = capable(data,specs)       Cpk = 0.9419
```

Пример 11

Представить графическое решение примера 10.

```
capaplot(data,specs)
H = line([0 0],[0 0.5])
set(H,'LineWidth',3,
'Color','k')
H1=line([specs(1) specs(1)],...
[0 0.5])
set(H1,'Color','m')
text(specs(1) + 0.1,0.4,'LSL');
H2=line([specs(2) specs(2)],...
[0 0.5])
set(H2,'Color','m')
text(specs(2) + 0.1,...
0.4,'USL');
grid on
```



Пример 12

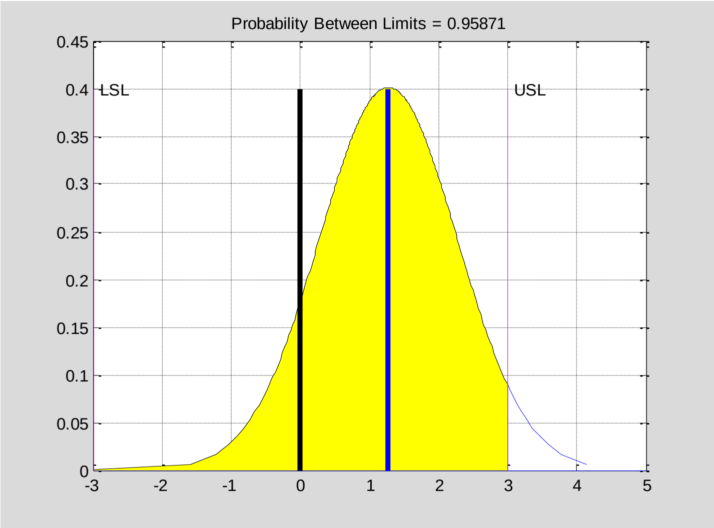
Изменить условия примера 10. Параметр технологического процесса смещен вправо с границами рассеяния параметра, совпадающими с границами допусков. Номинальное значение параметра равно нулю.

```
data=normrnd(1.5,1,100,1);               p = 0.0413
specs=[-3 3];                           Cp = 1.0054
[p,Cp,Cpk] = capable(data,specs)       Cpk = 0.5787
```

Пример 13

Представить графическое решение примера 12.

```
data = normrnd(1.5,1,100,1)
specs = [-3 3];
capaplot(data,specs)
H = line([0 0],[0 0.4]);
set(H,'LineWidth',3,...
Color','k')
H0 = line([mean(data)
mean(data)],[0 0.4]);
set(H0,'LineWidth',3,...
'Color','b')
H1=line([specs(1) specs(1)],...
[0 0.4]);
set(H1,'Color','m')
text(specs(1) + 0.1,0.4,'LSL');
H2=line([specs(2) specs(2)],...
[0 0.4]);
set(H2,'Color','m')
text(specs(2) + 0.1, 0.4,'USL');
grid on
```



Функция XBARPLOT

Синтаксис

```
xbarplot(DATA)
xbarplot(DATA,conf)
xbarplot(DATA,conf,specs,'sigmaest')
[outlier,h] = xbarplot(DATA,conf,specs)
```

Описание

`xbarplot(DATA)` – функция позволяет получить контрольную x-карту средних арифметических значений $(\overline{X})$ для выборки `DATA`. Размерность матрицы `DATA` равна $n \times m$, где n – количество выборок (строк `DATA`), m – объем выборки (число столбцов `DATA`). Последовательность выборок должна соответствовать порядку сбора исходных данных. На графике контрольной x-карты отображаются выборочные средние значения $\overline{X}_i,\ i = 1 \ldots n$, центральная линия, соответствующая общему среднему арифметическому $\overline{\overline{X}}$, верхняя *UCL* и нижняя *LCL* контрольные границы.

Общее среднее арифметическое рассчитывается по формуле

$$\overline{\overline{X}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\overline{X}_i .$$

Верхняя и нижняя контрольные границы определяются как

$$UCL = \overline{\overline{X}} + 3\sigma_{\overline{X}},\ LCL = \overline{\overline{X}} - 3\sigma_{\overline{X}},$$

где $\sigma_{\overline{X}}$ – среднее квадратическое отклонение $\overline{\overline{X}}$.

Если технологический процесс является управляемым, то при 1000 выборок количество точек, вышедших за контрольные пределы не должно превышать трех в случайном порядке. Таким образом, при малом количестве выборок выход выборочного среднего арифметического $\overline{X}_i$ за контрольные границы означает потерю процессом статистической управляемости.

`xbarplot(DATA,conf)` **-** функция предназначена для построения $\overline{X}$ контрольной x-карты для выборки **`DATA`** с заданной доверительной вероятностью **`conf`** для верхней и нижней контрольных границ. По умолчанию значение **`conf`** принимается равным 0.9973. Величина **`conf`** = 0.9973 соответствует интервалу $\pm 3\sigma_{\overline{X}}$ средних квадратических отклонений общего среднего.

Для расчета доверительной вероятности **`conf`** соответствующей $\pm k\sigma_{\overline{X}}$ используется выражение **`1-2*(1-normcdf(k))`**.

Например, для **`k`** = 2 значение **`conf = 0.9545`**

`xbarplot(DATA,conf,specs)` – функция предназначена для получения контрольной x-карты средних арифметических значений с заданной доверительной вероятностью расположения контрольных границ **`conf`** и границами допусков на параметр технологического процесса **`specs`**. Границы допусков определяются как вектор с двумя элементами: **`specs(1)`** – нижняя граница допуска, **`specs(2)`** – верхняя граница допуска.

`xbarplot(DATA,conf,specs,'`*`sigmaest`*`')` **–** позволяет получить $\overline{X}$ контрольную x-карту с заданной доверительной вероятностью **`conf`**. Строковый параметр **`'`*`sigmaest`*`'`** служит для определения способа расчета точечной оценки стандартного отклонения общего среднего. Возможны следующие способы расчета $\sigma_{\overline{X}}$:

Значение '*sigmaest*'	Способ расчета точечной оценки стандартного отклонения
'*range*', '*r*'	Для расчета точечной оценки $\sigma_{\overline{X}}$ используется средний выборочный размах. Применяется для объема выборки не более 25 элементов
'*variance*','*v*'	Точечная оценка $\sigma_{\overline{X}}$ принимается равной корню квадратному из дисперсии, рассчитанной по всем выборкам
'*s*'	Точечная оценка $\sigma_{\overline{X}}$ принимается равной среднему арифметическому средних квадратических отклонений выборок

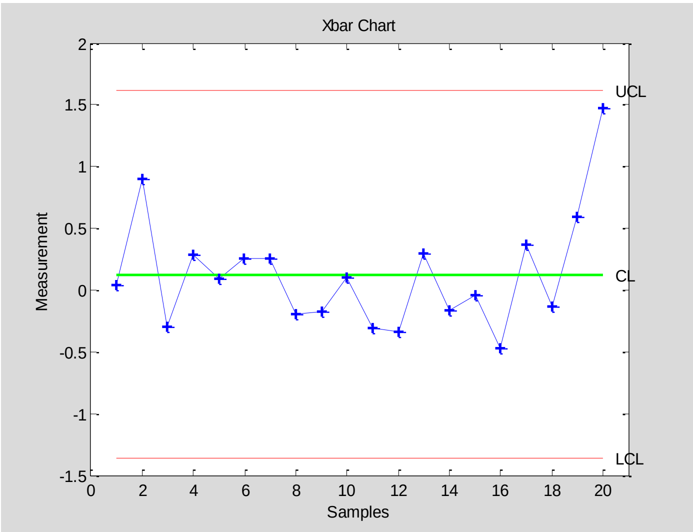
[outlier,h] = xbarplot(DATA,conf,specs) – выходными параметрами функции являются: **outlier** – вектор номеров выборок (строк матрицы **DATA**), средние арифметические значения которых вышли за контрольные границы, **h** – вектор указателей на объекты графика контрольной x-карты.

Пример 14

Построить контрольную x-карту для технологического процесса **DATA**.

```
DATA = normrnd(0,1,20,4)

DATA =
-0.5936    1.5233   -0.9382    0.1685
 0.4364    1.7985    1.6742   -0.3012
-0.5044   -0.1169    0.1250   -0.6987
 0.1021   -0.3202    0.5301    0.8328
 1.1963    0.8175   -0.9521   -0.6946
 0.1203    0.4902    0.8540   -0.4619
-1.0368    0.7653    0.3891    0.8836
-0.8571    0.7783   -1.1560    0.4359
-0.1699   -1.4803    0.0397    0.8967
-0.1917    0.5404   -0.4506    0.5047
-0.8658   -0.0915    0.1092   -0.4009
 0.1807   -0.7603   -0.2506   -0.5138
 1.2665   -0.6936   -0.1899    0.7964
-0.2512    1.2815   -1.0329   -0.6712
-0.2046   -0.8097   -0.3233    1.1867
-2.2015   -1.2368    0.7665    0.7907
-0.7745    0.2147    1.7447    0.2877
-1.3933    2.0108   -1.1605    0.0032
-0.3862    0.0256    2.3774    0.3656
 0.5256    0.3083    1.5261    3.5267
```

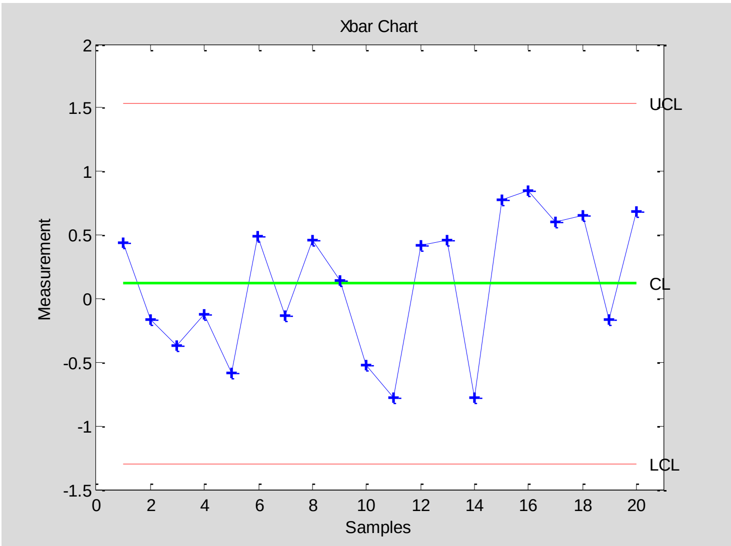
```
xbarplot(DATA)
```



Пример 15

Построить контрольную x-карту с контрольными границами, равными $\pm 2{,}5\sigma_{\bar{X}}$.

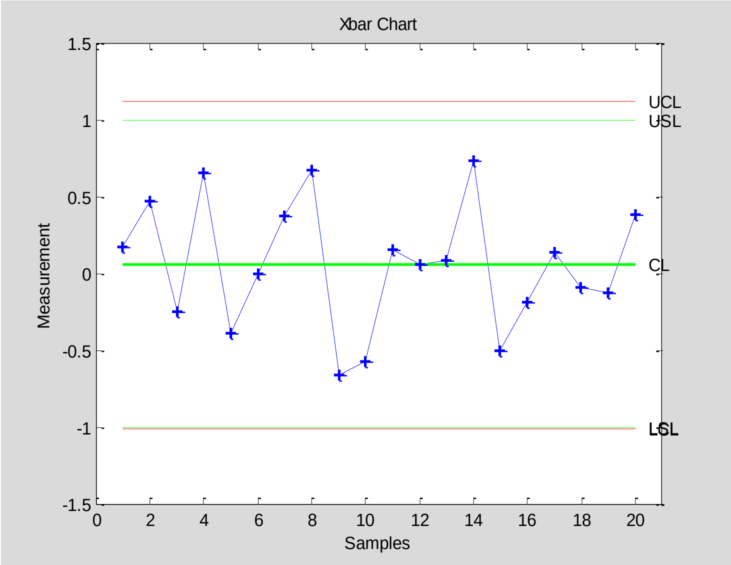
```
DATA = normrnd(0,1,20,4);
k = 2.5;
conf = 1-2*(1-normcdf(k))

conf =
        0.9876

xbarplot(DATA,conf)
```



Пример 16

Построить контрольную x-карту технологического процесса с контрольными границами, равными $\pm 2\sigma_{\bar{X}}$, и границами допусков технологического параметра -1; 1.

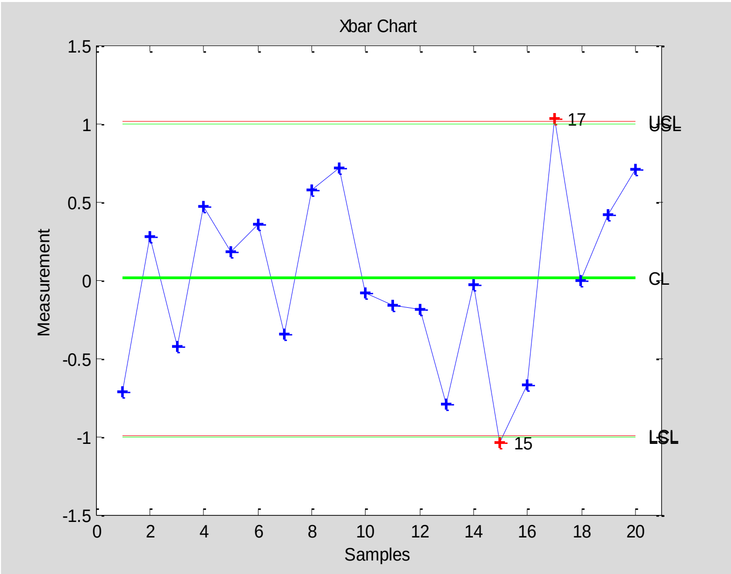
```
DATA = normrnd(0,1,20,4);
k = 2;
conf = 1-2*(1-normcdf(k));
specs = [-1 1];


xbarplot(DATA,conf,specs)
```



Пример 17

Построить контрольную x-карту технологического процесса с контрольными границами, равными $\pm 2\sigma_{\bar{X}}$. Для расчета точечной оценки стандартного отклонения $\sigma_{\bar{X}}$ используется средний выборочный размах.

```
DATA=normrnd(0,1,20,4);
k=2;
conf =1-2*(1-normcdf(k));
specs=[-1 1];
sigmaest='range';


xbarplot(DATA,conf,specs,...
sigmaest)
```

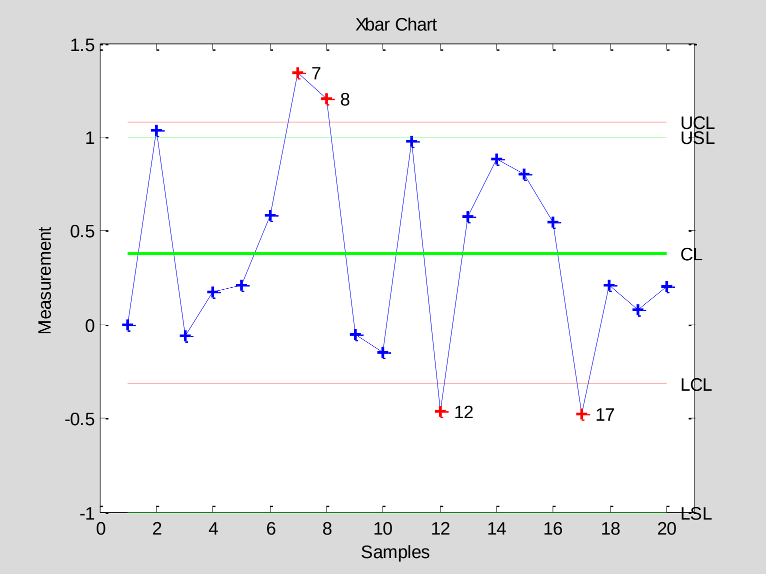


Следует отметить, в этом варианте синтаксиса функции **`xbarplot`** не предусмотрено построение границ допусков на технологический параметр. Согласно тексту файла *xbarplot.m* границы допусков будут построены только при трех входных параметрах.

Пример 18

Построить контрольную x-карту с контрольными границами, равными $\pm 1{,}5\sigma_{\bar{X}}$, и границами допусков технологического параметра в интервале -1; 1. В качестве выходных параметров выступают вектор номеров выборок, вышедших за контрольные границы – **`outlier`**, и вектор указателей объектов графика – **`h`**.

```
DATA=normrnd(0,1,20,4);
k=1.5;
conf =1-2*(1-normcdf(k));
specs=[-1 1];
[outlier,h] = xbarplot(DATA,conf,specs)

outlier =
     7
     8
    12
    17
h =
  171.0111
  172.0106
  173.0106
  174.0106
  175.0106
  176.0106
  186.0106
  187.0106
```



Функция SCHART

Синтаксис

```
schart(DATA,conf)
schart(DATA,conf,specs)
[outliers,h] = schart(DATA,conf,specs)
```

Описание

`schart(DATA,conf)` – функция позволяет получить контрольную карту средних квадратических отклонений выборочных значений **`DATA`**. Размерность матрицы **`DATA`** равна $n \times m$, где n – количество выборок (строк **`DATA`**), m – объем выборки (число столбцов **`DATA`**). Последовательность выборок должна соответствовать порядку сбора исходных данных. На графике контрольной карты отображаются выборочные средние квадратические отклонения $(s_i,\ i = 1 \ldots n)$, центральная линия $(\bar{s})$, верхняя *UCL* и нижняя *LCL* контрольные границы.

Среднее арифметическое выборочных средних квадратических отклонений рассчитывается по формуле

$$\bar{s} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} s_i \,.$$

Верхняя и нижняя контрольные границы рассчитываются по формулам:

$$UCL = \bar{s} + 3\sigma_s, \ LCL = \bar{s} - 3\sigma_s,$$

где σ_s – среднее квадратическое отклонение $\bar{s}$.

Если технологический процесс является статистически управляемым, то при 1000 выборок количество точек, вышедших за контрольные пределы не должно превышать трех в случайном порядке. Таким образом, при малом количестве выборок выход выборочного среднего квадратического отклонения за контрольные границы означает потерю процессом статистической управляемости. Параметр **`conf`** – доверительная вероятность для верхней и нижней контрольных границ. По умолчанию значение **`conf`** принимается равным 0,9973. Величина **`conf`** = 0,9973 соответствует интервалу $\pm 3\sigma_s$.

Для расчета доверительной вероятности **`conf`** соответствующей $\pm k\sigma_s$ используется выражение **`1-2*(1-normcdf(k))`**.

Например, для **`k`** = 2 значение **`conf`** = 0.9545

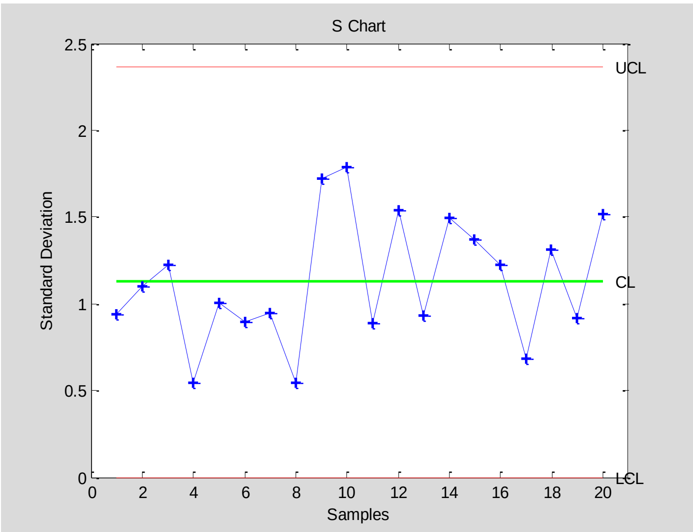
`schart(DATA,conf,specs)` – функция предназначена для построения контрольной карты с заданной доверительной вероятностью расположения контрольных границ **`conf`** и границами допусков **`specs`**. Границы допусков определяются как вектор с двумя элементами: **`specs(1)`** – нижняя граница допуска, **`specs(2)`** – верхняя граница допуска.

`[outliers,h] = schart(DATA,conf,specs)` выходными параметрами функции являются: **`outlier`** – вектор номеров выборок (строк матрицы **`DATA`**), среднее квадратические отклонения которых вышли за контрольные границы, **`h`** – вектор указателей на объекты графика контрольной карты.

Пример 19

Используя функцию **`schart`** построить s-карту процесса **`DATA`**.

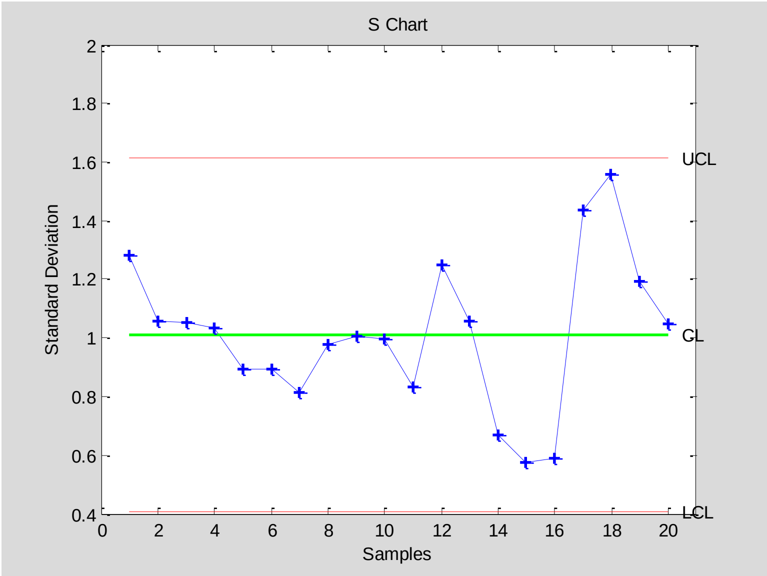
```
DATA = normrnd(0,1,20,5)
schart(DATA)
```




```
DATA =
 0.5377    0.6715   -0.1022   -1.0891    1.4193
 1.8339   -1.2075   -0.2414    0.0326    0.2916
-2.2588    0.7172    0.3192    0.5525    0.1978
 0.8622    1.6302    0.3129    1.1006    1.5877
 0.3188    0.4889   -0.8649    1.5442   -0.8045
-1.3077    1.0347   -0.0301    0.0859    0.6966
-0.4336    0.7269   -0.1649   -1.4916    0.8351
 0.3426   -0.3034    0.6277   -0.7423   -0.2437
 3.5784    0.2939    1.0933   -1.0616    0.2157
 2.7694   -0.7873    1.1093    2.3505   -1.1658
-1.3499    0.8884   -0.8637   -0.6156   -1.1480
 3.0349   -1.1471    0.0774    0.7481    0.1049
 0.7254   -1.0689   -1.2141   -0.1924    0.7223
-0.0631   -0.8095   -1.1135    0.8886    2.5855
 0.7147   -2.9443   -0.0068   -0.7648   -0.6669
-0.2050    1.4384    1.5326   -1.4023    0.1873
-0.1241    0.3252   -0.7697   -1.4224   -0.0825
 1.4897   -0.7549    0.3714    0.4882   -1.9330
 1.4090    1.3703   -0.2256   -0.1774   -0.4390
 1.4172   -1.7115    1.1174   -0.1961   -1.7947
```

Пример 20

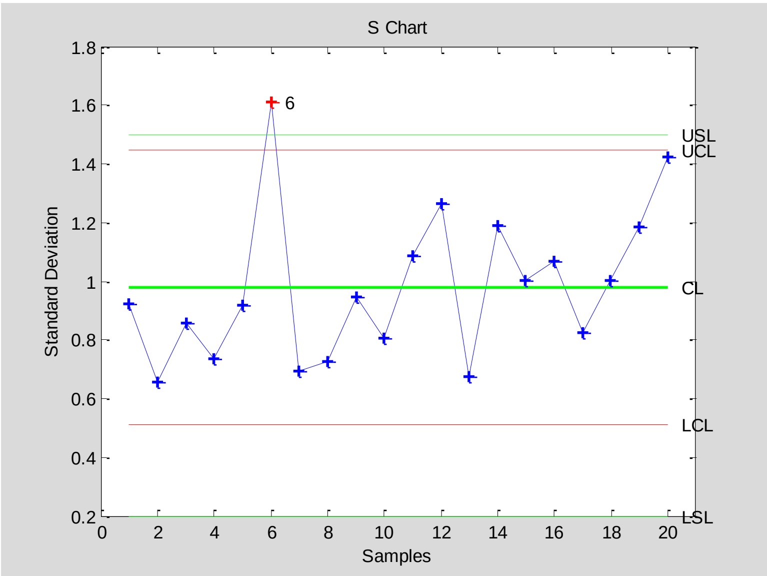
Построить s-карту с контрольными границами, равными $\pm 2{,}5\sigma_s$.




```
DATA = normrnd(0,1,20,10);
k = 2.5;
conf = 1-2*(1-normcdf(k))

conf =
    0.9876


schart(DATA,conf)
```

Пример 21

Построить контрольную s-карту для контрольных границ, равных $\pm 2\sigma_s$, и границами допусков $LSL = 0{,}2$; $USL = 1{,}5$.



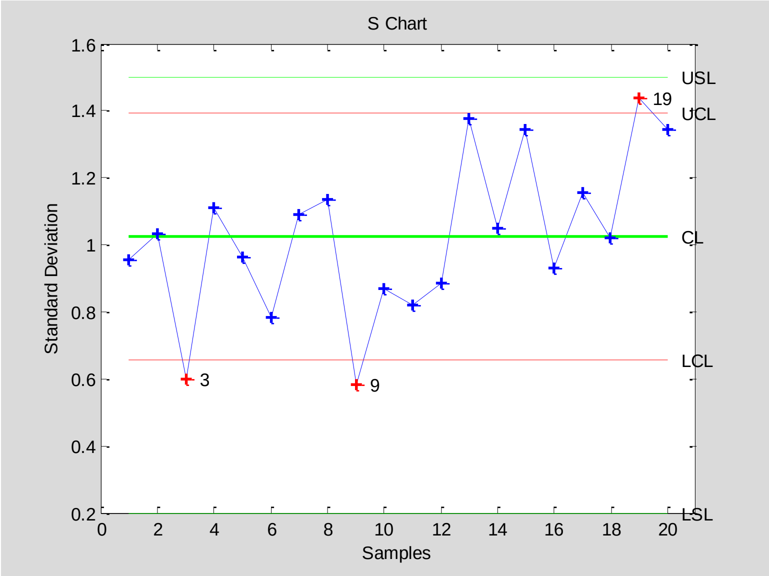

```
DATA = normrnd(0,1,20,10);
k = 2;
conf = 1-2*(1-normcdf(k));
specs = [0.2 1.5];


chart(DATA,conf,specs)
```

Пример 22

Построить контрольную s-карту для контрольных границ, равных $\pm 1{,}5\sigma_s$, и границами допусков $LSL = 0{,}2$; $USL = 1{,}5$. В качестве выходных параметров выступают вектор номеров выборок вышедших за контрольные границы – **`outlier`**, и вектор указателей на объекты графика – **`h`**.

```
DATA = normrnd(0,1,20,10);
k = 1.5;
conf = 1-2*(1-normcdf(k));   [outlier,h] = schart(DATA,conf,specs)
```

```
specs = [0.2 1.5];

outlier =
     3
     9
    19
h =
  171.0035
  172.0021
  173.0021
  174.0021
  175.0021
  176.0021
  185.0020
  186.0020
```



Функция EWMAPLOT

Синтаксис

```
ewmaplot(DATA)
ewmaplot(DATA,lambda)
ewmaplot(DATA,lambda,alpha)
ewmaplot(DATA,lambda,flpha,specs)
h = ewmaplot(…)
```

Описание

ewmaplot(DATA) – функция предназначена для построения контрольной карты экспоненциально взвешенного скользящего среднего для выборки **DATA.** Размерность матрицы **DATA** равна $n \times m$, где n – количество выборок (строк **DATA**), m – объем выборки (число столбцов **DATA**). Последовательность выборок (строк матрицы **DATA**) должна соответствовать порядку сбора исходных данных. На графике контрольной карты отображаются выборочные скользящие средние $\overline{X}_i$, $i = 1 \ldots n$, центральная линия, соответствующая общему среднему $\overline{\overline{X}}$, верхняя UCL и нижняя LCL контрольные границы.

Верхняя и нижняя контрольные границы определяются как

$$UCL = \overline{\overline{X}} + 3\sigma_{\overline{X}},\ LCL = \overline{\overline{X}} - 3\sigma_{\overline{X}},$$

где $\sigma_{\overline{X}}$ – среднее квадратическое отклонение $\overline{\overline{X}}$.

ewmaplot(DATA,lambda) – функция предназначена для построения контрольной карты экспоненциально взвешенного скользящего среднего для выборки **DATA** и переменной **lambda**, отвечающей за степень влияния предыдущих значений на текущее скользящее среднее. Большее значение **lambda** соответствует большему весу предыдущих наблюдений. Величина **lambda** должна находиться в интервале [0 1]. По умолчанию **lambda** = 0.4.

ewmaplot(DATA,lambda,alpha) – функция позволяет построить контрольную карту экспоненциально взвешенного скользящего среднего для выборки **DATA** с заданным весом предыдущих наблюдений **lambda** и уровнем значимости **alpha** для верхней и нижней контрольных границ. По умолчанию **alpha** = 0.0027, это соответствует $\pm 3\sigma_{\bar{X}}$:

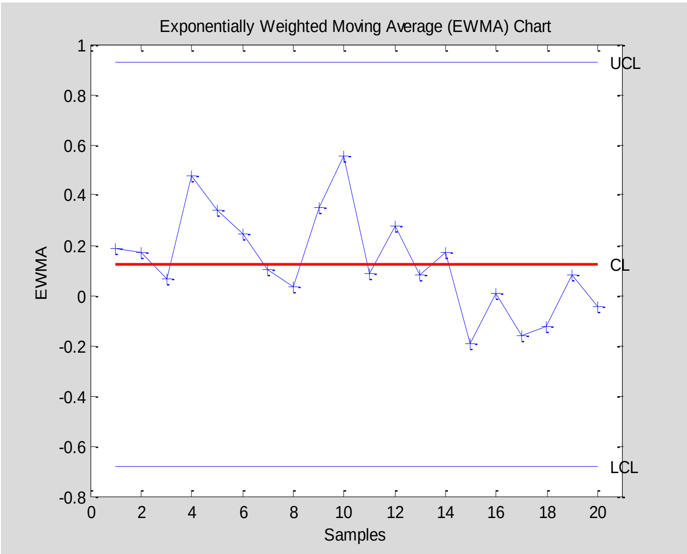
Для расчета уровня значимости **alpha**, соответствующего $\pm k$ средних квадратических отклонений скользящего среднего, используется выражение **2*(1-normcdf(k))**. Например, для **k** = 2 значение **alpha** = 0.0455

ewmaplot(DATA,lambda,flpha,specs) функция служит для построения контрольной карты экспоненциально взвешенного скользящего среднего для выборки **DATA** с заданным весом предыдущих наблюдений **lambda**, уровнем значимости **alpha** и границ допуска параметра **specs**. Границы допусков определяются как вектор с двумя элементами: **specs(1)** – нижняя граница допуска, **specs(2)** – верхняя граница допуска.

h = ewmaplot(…) – в этом варианте синтаксиса допустимы любые перечисленные выше входные параметры, выходным параметром **h** является вектор указателей на объекты графика контрольной карты.

Пример 23

Используя функцию **ewmaplot**, построить для технологического процесса с постоянным нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсии контрольную EWMA-карту.



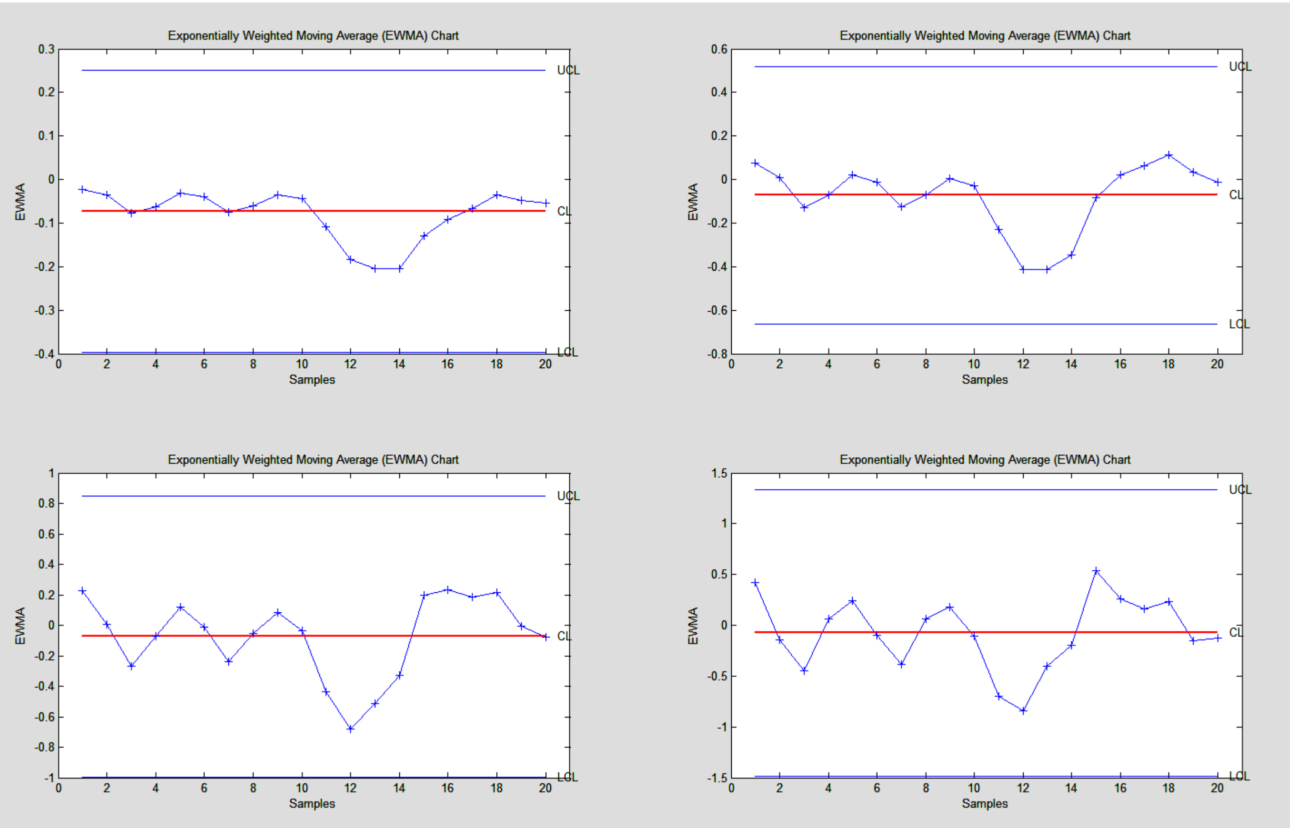

```
DATA = normrnd(0,1,20,5)

ewmaplot(DATA)
```

```
DATA =
  0.5377    0.6715   -0.1022   -1.0891    1.4193
  1.8339   -1.2075   -0.2414    0.0326    0.2916
 -2.2588    0.7172    0.3192    0.5525    0.1978
  0.8622    1.6302    0.3129    1.1006    1.5877
  0.3188    0.4889   -0.8649    1.5442   -0.8045
 -1.3077    1.0347   -0.0301    0.0859    0.6966
 -0.4336    0.7269   -0.1649   -1.4916    0.8351
  0.3426   -0.3034    0.6277   -0.7423   -0.2437
  3.5784    0.2939    1.0933   -1.0616    0.2157
  2.7694   -0.7873    1.1093    2.3505   -1.1658
 -1.3499    0.8884   -0.8637   -0.6156   -1.1480
  3.0349   -1.1471    0.0774    0.7481    0.1049
  0.7254   -1.0689   -1.2141   -0.1924    0.7223
 -0.0631   -0.8095   -1.1135    0.8886    2.5855
  0.7147   -2.9443   -0.0068   -0.7648   -0.6669
 -0.2050    1.4384    1.5326   -1.4023    0.1873
 -0.1241    0.3252   -0.7697   -1.4224   -0.0825
  1.4897   -0.7549    0.3714    0.4882   -1.9330
  1.4090    1.3703   -0.2256   -0.1774   -0.4390
  1.4172   -1.7115    1.1174   -0.1961   -1.7947
```

Пример 24

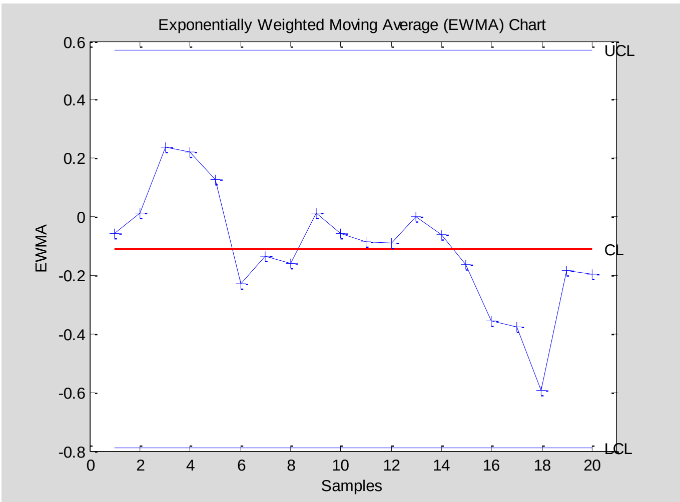
Построить EWMA-карту для технологического процесса с постоянным нулевым математическим ожиданием, единичной дисперсией и коэффициентом влияния **`lambda`** = [0.1 0.3 0.6 1].

```
data=normrnd(0,1,20,5);
lambda=0.1;
subplot(2,2,1)
ewmaplot(data,lambda)
lambda=0.3;
subplot(2,2,2)
ewmaplot(data,lambda)
lambda=0.6;
subplot(2,2,3)
ewmaplot(data,lambda)
lambda=1;
subplot(2,2,4)
ewmaplot(data,lambda)
```



Пример 25

Построить EWMA-карту для технологического процесса с постоянным нулевым математическим ожиданием, единичной дисперсией, коэффициентом влияния **`lambda`** = 0.5 и контрольными границами на уровне $\pm 2{,}5\sigma_{\overline{X}}$.



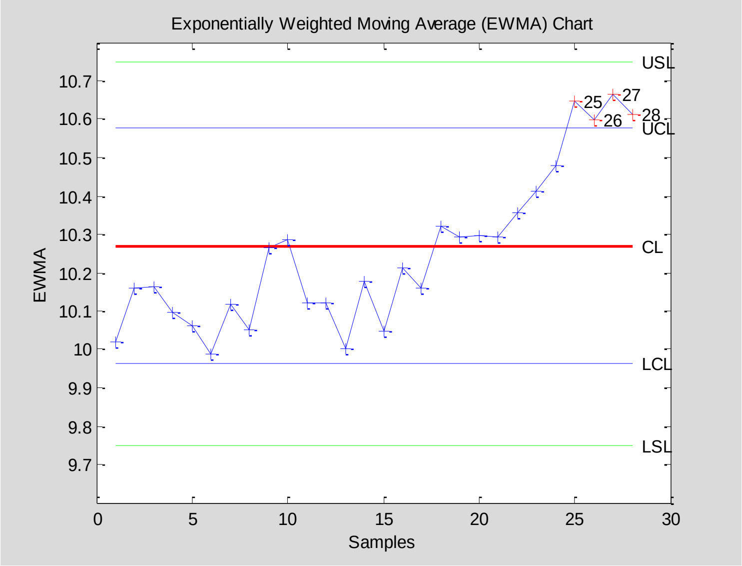

```
DATA = normrnd(0,1,20,5);
lambda = 0.5;
```

```
k = 2.5;
alpha = 2*(1-normcdf(k))
alpha =
        0.0124

ewmaplot(DATA,lambda,alpha)
```

Пример 26

Построить EWMA-карту для технологического процесса с линейно нарастающим математическим ожиданием, равным `10+0.02*t(:,ones(4,1))` при `t = (1:28)'`, постоянной дисперсией, равной $0{,}5^2$. Выборка исходных данных **DATA** является матрицей с размерностью 28×4, где количество выборок равно 28, число измерений в выборке – 4. EWMA-карта строится для постоянной сглаживания **lambda** =0.4, контрольных границ, соответствующих уровню значимости **alpha** = 0.01. Границы допусков параметра равны *LSL* = 9,75; *USL* = 10,75.

```
t = (1:28)';
data =
normrnd(10+0.02*t(:,...
ones(4,1)),0.5);
lambda =0.4;
alpha =0.01;
specs=[9.75 10.75];


ewmaplot(data,...
lambda, alpha, specs)
```



Библиографический список

1. Система компьютерной математики MATLAB 7.4 + Statistics Toolbox (Statistical Process Control).

2. ГОСТ Р 50779.42–99 (ИСО 8258-91) – Статистические методы. КОНТРОЛЬНЫЕ КАРТЫ ШУХАРТА.

3. ГОСТ Р 50779.40-96 (ИСО 7870-93) – Контрольные карты. Общее руководство и введение.

4. ГОСТ Р ИСО серии 9000 – 2001. Системы менеджмента качества. Основные положения и словарь. М.: Госстандарт России, 2001.

СОДЕРЖАНИЕ

ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MATLAB
В МОДЕЛЯХ БЕЗОПАСНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Методические указания к лабораторным работам
для студентов специальности 280102
«Безопасность технологических процессов и производств»

Составитель Г.П. Шматов
Редактор В.А. Крылова

Подписано в печать 31.03.10
Формат 60x84/16 Бумага писчая
Физ.печ.л. 1,5 Усл.печ.л. 1,4 Уч.-изд.л. 1,3
Тираж 50 экз. Заказ№ 2 С – 62

РИЦ ТГТУ
170026, г. Тверь, наб. А. Никитина, 22