



ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

А. Н. Гармаш, И. В. Орлова, В. В. Федосеев

ЭКОНОМИКО- МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И ПРИКЛАДНЫЕ МОДЕЛИ

УЧЕБНИК ДЛЯ БАКАЛАВРИАТА И МАГИСТРАТУРЫ

4–е издание, переработанное и дополненное

Под редакцией **В. В. Федосеева**

*Рекомендовано Учебно–методическим отделом высшего образования
в качестве учебника для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по экономическим специальностям*

*Рекомендовано Учебно–методическим центром «Профессиональный
учебник» в качестве учебника для студентов высших учебных
заведений, обучающихся по экономическим специальностям*

**Книга доступна в электронной библиотечной системе
biblio-online.ru**



2013

Москва ■ Юрайт ■ 2014

УДК 51
ББК 22.1я73
Э40

Авторы:

Гармаш Александр Николаевич — кандидат экономических наук, доцент, профессор кафедры моделирования экономических и информационных систем факультета прикладной математики и информационных технологий Финансового университета при Правительстве Российской Федерации;

Орлова Ирина Владленовна — кандидат экономических наук, профессор, заместитель заведующего кафедрой моделирования экономических и информационных систем факультета прикладной математики и информационных технологий Финансового университета при Правительстве Российской Федерации;

Федосеев Владилен Валентинович — кандидат экономических наук, доцент, заведующий кафедрой экономических дисциплин филиала РГСУ в г. Люберцы, руководитель авторского коллектива, редактор издания.

Рецензенты:

кафедра экономических информационных систем и информационных технологий Московского государственного университета экономики, статистики и информатики (МЭСИ);

Еришов А. Т. — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики Государственного университета управления.

Э40 **Экономико-математические методы и прикладные модели** : учебник для бакалавриата и магистратуры / А. Н. Гармаш, И. В. Орлова, В. В. Федосеев ; под ред. В. В. Федосеева. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2014. — 328 с. — Серия : Бакалавр. Академический курс.

ISBN 978-5-9916-3698-8

Изложена система экономико-математических и математико-статистических методов и моделей для решения широкого класса теоретических и прикладных задач анализа и прогнозирования социально-экономических процессов. Теоретическое рассмотрение указанных моделей сопровождается конкретными числовыми примерами. Приведены вопросы, задания и упражнения для контроля усвоения изучаемых тем.

Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту высшего образования четвертого поколения.

Для студентов экономических направлений и специальностей, преподавателей дисциплин экономико-математического цикла, а также для практических работников в области финансово-экономической деятельности.

УДК 51
ББК 22.1я73

© Гармаш А. Н., Орлова И. В., Федосеев В. В., 2012
© Гармаш А. Н., Орлова И. В., Федосеев В. В., 2014, с изменениями
© ООО «Издательство Юрайт», 2014

ISBN 978-5-9916-3698-8

Оглавление

Предисловие	6
Глава 1. Основные понятия математического моделирования социально-экономических систем	11
1.1. Социально-экономические системы, методы их исследования и моделирования	11
1.2. Этапы экономико-математического моделирования	15
1.3. Классификация экономико-математических методов и моделей.....	19
<i>Вопросы и задания</i>	23
Глава 2. Основы линейного программирования.....	24
2.1. Принцип оптимальности в планировании и управлении, общая задача оптимального программирования.....	24
2.2. Формы записи задачи линейного программирования и ее экономическая интерпретация.....	30
2.3. Математический аппарат линейного программирования.....	36
2.4. Геометрическая интерпретация задачи	53
2.5. Симплексный метод решения задачи.....	60
<i>Вопросы и задания</i>	70
<i>Упражнения</i>	71
Глава 3. Оптимизационные экономико-математические модели	73
3.1. Теория двойственности в анализе оптимальных решений экономических задач	73
3.2. Транспортная задача	93
3.3. Целочисленное программирование	106
3.4. Задачи многокритериальной оптимизации	112
3.5. Нелинейное и динамическое программирование; понятие об имитационном моделировании	118
3.6. Модели сетевого планирования и управления	129
<i>Вопросы и задания</i>	140
<i>Упражнения</i>	140

Глава 4. Методы и модели анализа динамики экономических процессов	143
4.1. Понятия экономических рядов динамики.....	143
4.2. Предварительный анализ и сглаживание временных рядов экономических показателей.....	147
4.3. Расчет показателей динамики развития экономических процессов	155
4.4. Методы анализа сезонных колебаний в экономике	160
<i>Вопросы и задания</i>	169
<i>Упражнения</i>	169
Глава 5. Модели прогнозирования экономических процессов	171
5.1. Трендовые модели на основе кривых роста.....	171
5.2. Оценка адекватности и точности трендовых моделей	179
5.3. Прогнозирование экономической динамики на основе трендовых моделей	188
5.4. Адаптивные модели прогнозирования	195
<i>Вопросы и задания</i>	206
<i>Упражнения</i>	207
Глава 6. Балансовые модели	208
6.1. Балансовый метод. Принципиальная схема межпродуктового баланса	208
6.2. Экономико-математическая модель межотраслевого баланса	214
6.3. Коэффициенты прямых и полных материальных затрат.....	217
6.4. Межотраслевые балансовые модели в анализе экономических показателей	224
6.5. Динамическая межотраслевая балансовая модель.....	230
<i>Вопросы и задания</i>	235
<i>Упражнения</i>	236
Глава 7. Эконометрические модели.....	238
7.1. Общие понятия эконометрических моделей.....	238
7.2. Задачи экономического анализа, решаемые на основе регрессионных эконометрических моделей	243
7.3. Оценка качества эконометрических регрессионных моделей и прогнозирование на их основе.....	251
7.4. Производственные функции	254
<i>Вопросы и задания</i>	262
<i>Упражнения</i>	262

Глава 8. Некоторые прикладные и теоретические модели микро- и макроэкономических процессов	264
8.1. Моделирование спроса и потребления.....	265
8.2. Модели управления запасами.....	285
8.3. Моделирование систем массового обслуживания.....	300
8.4. Элементы теории игр в задачах моделирования экономических процессов	311
8.5. Динамические модели макроэкономики.....	317
8.5.1. Каноническая модель Кейнса.....	318
8.5.2. Модель Самуэльсона — Хикса.....	320
8.5.3. Модель Солоу	321
<i>Вопросы и задания</i>	324
<i>Упражнения</i>	325
Библиографический список	327

Предисловие

Предлагаемый вниманию читателей учебник является третьим изданием учебного пособия с тем же названием. Он подготовлен в соответствии с программой дисциплины «Экономико-математические методы и прикладные модели», читаемой авторами в ФУ при Правительстве РФ, и требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования третьего поколения для экономических специальностей при изучении дисциплин экономико-математического цикла. В результате освоения дисциплин этого цикла на основе предлагаемого учебника студенты должны обладать следующими компетенциями.

Знать

- общие понятия и этапы математического моделирования социально-экономических систем и процессов;
- основы оптимального (математического) программирования;
- сущность методов математико-статистического анализа и прогнозирования экономической динамики;
- основные понятия балансовых методов в экономике;
- суть эконометрических методов анализа социально-экономических процессов;
- основные типовые модели макро- и микроэкономики.

Уметь

- формулировать экономико-математические модели (ЭММ) реальных экономических процессов и задач;
- выбирать конкретное математическое обеспечение для рассматриваемых типов ЭММ;
- решать задачи на основе сформулированных моделей как аналитическими методами, так и с использованием ЭВМ;
- давать экономическую интерпретацию как параметров модели, так и полученных результатов решения.

Владесть

- методами постановки экономических задач, включая задачи макроэкономики;
- методами решения оптимизационных задач, в том числе задач линейного программирования, балансовых и эконометрических задач, а также задач математико-статистического анализа экономических процессов;
- математическим аппаратом исследования широкого класса типовых и прикладных задач экономического анализа и принятия решений.

Круг вопросов, рассматриваемых в указанных требованиях ФГОС ВПО третьего поколения для дисциплин экономико-математического цикла, определил структуру данной книги. В главе 1 «Основные понятия математического моделирования социально-экономических систем» раскрываются общие понятия системного анализа и моделирования систем и процессов в экономике, рассматривается сущность основных этапов экономико-математического моделирования, приводится краткая классификация экономико-математических методов и моделей.

В главе 2 «Основы линейного программирования» даются примеры экономических задач, которые в процессе экономико-математического моделирования сводятся к задачам линейного программирования. Приводятся основные сведения о математическом аппарате линейного программирования. Излагается геометрический метод решения простейших задач линейного программирования. Основное внимание уделено изложению алгоритмов симплексного метода решения задач линейного программирования, включая симплексный метод с искусственным базисом. Рассматриваемые методы и алгоритмы иллюстрируются на конкретных экономических задачах.

Глава 3 «Оптимальные экономико-математические модели» посвящена вопросам применения методов математического программирования для решения ряда оптимизационных экономических задач. В параграфе 3.1 рассматриваются вопросы применения теории двойственности линейного программирования для анализа оптимальных решений. В параграфе 3.2 изучаются специальные задачи линейного программирования на примере открытых и закрытых транспортных задач. Отдельные параграфы

посвящены методам дискретного (целочисленного) программирования, задачам многокритериальной (векторной) оптимизации, основным понятиям нелинейного и динамического программирования, сетевым моделям управления. Приводится также ряд сведений о методах имитационного моделирования.

В главе 4 «Методы и модели анализа динамики экономических процессов» изучаются основные понятия временных рядов экономических показателей на примере одномерных временных рядов. Рассматриваются методы выявления и устранения аномальных наблюдений, методы определения наличия тренда во временных экономических рядах. Исследуются методы механического сглаживания рядов, включая метод экспоненциального сглаживания. Приводятся формулы и примеры расчета основных показателей динамики развития экономических систем. Особое внимание уделено анализу сезонности в экономических процессах, а также исследованию явления автокорреляции во временных экономических рядах.

В главе 5 «Модели прогнозирования экономических процессов» рассматриваются методологические вопросы экономического прогнозирования, в том числе такие принципы разработки прогнозов, как системность, адекватность и альтернативность. Исследуются проблемы экономического прогнозирования на основе принципов экстраполяции с использованием кривых роста; при этом анализируются основные типы кривых роста, методы выбора наилучших из них, описывается порядок определения параметров кривых роста на основе одномерных временных рядов экономических показателей. Особое внимание уделено оценке адекватности и точности трендовых моделей на основе кривых роста. Отдельный параграф посвящен вопросам составления точечных и интервальных прогнозов экономической динамики на базе рассматриваемых трендовых моделей. Приводятся также основные сведения об адаптивных методах и моделях прогнозирования.

Глава 6 «Балансовые модели» посвящена проблеме применения балансовых методов в экономико-математическом моделировании. Рассмотрены основные понятия балансового метода в экономических исследованиях, описана принципиальная схема межотраслевого баланса. Изучается экономико-математическая модель межотраслевого баланса в статической постановке, описывается порядок расчета

на ее основе коэффициентов прямых, косвенных и полных материальных затрат. Приводятся примеры использования балансовых моделей для анализа экономических показателей, а также кратко обсуждаются вопросы разработки и применения динамических межотраслевых балансовых моделей.

В главе 7 «Эконометрические модели» рассмотрены общие понятия об эконометрических моделях, параметры которых оцениваются с помощью методов математической статистики. Изучаются такие наиболее распространенные эконометрические модели, как регрессионные факторные модели и производственные функции. Описан порядок решения основных задач регрессионного анализа (установление формы связи результативного признака с влияющими факторами, определение тесноты этой связи, анализ влияния отдельных факторов) на примере линейных моделей. Рассмотрены конкретные примеры решения этих задач с использованием линейных моделей парной и множественной регрессии.

Глава 8 «Некоторые прикладные и теоретические модели микро- и макроэкономических процессов» посвящена рассмотрению ряда прикладных задач маркетинга, менеджмента и других областей управления в экономике: моделирование спроса и потребления, научное управление запасами, аналитическое моделирование систем массового обслуживания, принятие решений на основе теории игр. В заключительном параграфе главы рассматриваются динамические модели макроэкономики на примере моделей Кейнса, Самуэльсона — Хикса и Солоу.

При подготовке третьего издания в учебник внесены следующие изменения и дополнения:

глава 3 — полностью переработан параграф 3.6, посвященный сетевым моделям планирования и управления;

глава 4 — переработан параграф 4.4, при этом детальное описание итерационных методов исследования сезонности, достаточно сложных для изучения и применения на практике, заменено описанием статистических методов анализа сезонных колебаний в экономических процессах, как без тренда, так и с наличием тренда;

глава 5 — при рассмотрении в параграфе 5.4 адаптивных методов прогнозирования иллюстрирующие теоретические выводы примеры заменены другими, более экономически содержательными;

глава 8 — расширен учебный материал главы путем добавления параграфа, связанного с изучением некоторых

основных макроэкономических моделей, в связи с чем внесены корректировки в название главы.

Внесены также необходимые исправления и дополнения в материалы других глав.

При подготовке учебника к 4-му изданию были исправлены выявленные опечатки и неточности в тексте. Библиографический список дополнен новыми учебными пособиями 2012–2013 гг. выпуска. Кроме того, используемые в примерах статистические данные приближены к современному периоду времени.

Авторы надеются, что настоящее издание, как и предыдущие, окажется полезным большому кругу читателей. В то же время авторы будут весьма признательны за все замечания и предложения по структуре и содержанию этой книги, которые следует направлять в адрес издательства Юрайт.

Глава 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

— Социально-экономические системы, методы их исследования и моделирования

— Этапы экономико-математического моделирования

— Классификация экономико-математических методов и моделей

В результате изучения этой главы студенты должны:

знать

- особенности социально-экономических систем как объекта моделирования;

- этапы экономико-математического моделирования;

- основные подходы к классификации экономико-математических методов и моделей;

уметь

- формулировать такие понятия, как «метод» и «модель»;

- дать характеристику основных этапов экономико-математического моделирования;

- различать типы экономико-математических моделей по всем основным классификационным рубрикам;

владеть

- основными принципами системного подхода к анализу экономических процессов;

- общими понятиями математического моделирования в экономике.

1.1. Социально-экономические системы, методы их исследования и моделирования

Использование в данном учебнике термина «социально-экономическая система» требует, строго говоря, некоторого предварительного обсуждения. Если понятие «экономическая система» более или менее сложилось и в широком смысле трактуется как система общественного производства и потребления материальных благ, то социальные аспекты жизни общества весьма многогранны и не всегда

доступны для детального анализа, моделирования и прогнозирования.

Вместе с тем некоторые социальные проблемы являются объектом исследования для практических работников тех специальностей финансово-экономического профиля, на которые ориентирован этот учебник. В качестве примера можно привести проблему анализа и прогнозирования покупательского спроса в маркетинге, задачу анализа распределения работников по уровню заработной платы в экономике и социологии труда и др. Многие из такого рода проблем могут быть решены с использованием экономико-математических методов и моделей, и именно такие проблемы имеют в виду авторы учебника, используя термин «социально-экономическая система».

Рассмотрим ряд основных понятий, связанных с системным анализом и моделированием социально-экономических систем, чтобы с их помощью более полно раскрыть суть такого ключевого понятия, как экономико-математические методы. Термин *экономико-математические методы* понимается в свою очередь как обобщающее название комплекса экономических и математических научных дисциплин, объединенных для изучения социально-экономических систем и процессов.

Под *социально-экономической системой* будем понимать сложную вероятностную динамическую систему, охватывающую процессы производства, обмена, распределения и потребления материальных и других благ. Она относится к классу кибернетических систем, т.е. систем управляемых. Рассмотрим, прежде всего, понятия, связанные с такими системами и методами их исследования.

Центральным понятием кибернетики является понятие «система». Единого определения этого понятия нет; возможна такая формулировка: *системой* называется комплекс взаимосвязанных элементов вместе с отношениями между элементами и между их атрибутами. Исследуемое множество элементов можно рассматривать как систему, если выявлены следующие четыре признака:

- целостность системы, т.е. принципиальная несводимость свойств системы к сумме свойств составляющих ее элементов;
- наличие цели и критерия исследования данного множества элементов;

- наличие более крупной, внешней по отношению к данной, системы, называемой «средой»;
- возможность выделения в данной системе взаимосвязанных частей (подсистем).

Основным методом исследования систем является *метод моделирования*, т.е. способ теоретического анализа и практического действия, направленный на разработку и использование моделей. При этом под *моделью* будем понимать образ реального объекта (процесса) в материальной или идеальной форме (т.е. описанный знаковыми средствами на каком-либо языке), отражающий существенные свойства моделируемого объекта (процесса) и замещающий его в ходе исследования и управления. Метод моделирования основывается на принципе аналогии, т.е. возможности изучения реального объекта не непосредственно, а через рассмотрение подобного ему и более доступного объекта, его модели. В дальнейшем мы будем говорить только об экономико-математическом моделировании, т.е. об описании знаковыми математическими средствами социально-экономических систем.

Практическими задачами экономико-математического моделирования являются:

- анализ экономических объектов и процессов;
- экономическое прогнозирование, предвидение развития экономических процессов;
- выработка управленческих решений на всех уровнях хозяйственной иерархии.

Следует, однако, иметь в виду, что далеко не во всех случаях данные, полученные в результате экономико-математического моделирования, могут использоваться непосредственно как готовые управленческие решения. Они скорее могут быть рассмотрены как «консультирующие» средства. Принятие управленческих решений остается за человеком. Таким образом, экономико-математическое моделирование является лишь одним из компонентов (пусть очень важным) в человеко-машинных системах планирования и управления экономическими системами.

Важнейшим понятием при экономико-математическом моделировании, как и при всяком моделировании, является понятие *адекватности модели*, т.е. соответствия модели моделируемому объекту или процессу. Адекватность модели — в какой-то мере условное понятие, так как полного

соответствия модели реальному объекту быть не может, что характерно и для экономико-математического моделирования. При моделировании имеется в виду не просто адекватность, но соответствие модели тем свойствам, которые считаются существенными для исследования. Проверка адекватности экономико-математических моделей является весьма серьезной проблемой, тем более что ее усложняет трудность измерения экономических величин. Однако без такой проверки применение результатов моделирования в управленческих решениях может не только оказаться мало полезным, но и принести существенный вред.

Социально-экономические системы относятся, как правило, к так называемым *сложным системам*. Сложные системы в экономике обладают рядом свойств, которые необходимо учитывать при их моделировании, иначе невозможно говорить об адекватности построенной экономической модели. Важнейшие из этих свойств:

— эмерджентность как проявление в наиболее яркой форме свойства целостности системы, т.е. наличие у экономической системы таких свойств, которые не присущи ни одному из составляющих систему элементов, взятому в отдельности, вне системы. Эмерджентность есть результат возникновения между элементами системы так называемых синергических связей, которые обеспечивают увеличение общего эффекта до величины большей, чем сумма эффектов элементов системы, действующих независимо. Поэтому социально-экономические системы необходимо исследовать и моделировать в целом;

— массовый характер экономических явлений и процессов. Закономерности экономических процессов обнаруживаются на основании небольшого числа наблюдений. Поэтому моделирование в экономике должно опираться на массовые наблюдения;

— динамичность экономических процессов, заключающаяся в изменении параметров и структуры экономических систем под влиянием среды (внешних факторов);

— случайность и неопределенность в развитии экономических явлений. Поэтому экономические явления и процессы носят в основном вероятностный характер, и для их изучения необходимо применение экономико-математических моделей на базе теории вероятностей и математической статистики;

— невозможность изолировать протекающие в экономических системах явления и процессы от окружающей среды, чтобы наблюдать и исследовать их в чистом виде;

— активная реакция на появляющиеся новые факторы, способность социально-экономических систем к активным, не всегда предсказуемым действиям в зависимости от отношения системы к этим факторам, способам и методам их воздействия.

Выделенные свойства социально-экономических систем, естественно, осложняют процесс их моделирования, однако эти свойства следует постоянно иметь в виду при рассмотрении различных аспектов экономико-математического моделирования, начиная с выбора типа модели и кончая вопросами практического использования результатов моделирования.

1.2. Этапы экономико-математического моделирования

Процесс моделирования, в том числе и экономико-математического, включает в себя три структурных элемента: объект исследования; субъект (исследователь); модель, опосредующая отношения между познающим субъектом и познаваемым объектом. Рассмотрим общую схему процесса моделирования, в котором можно выделить четыре стадии.

Пусть имеется некоторый объект, который мы хотим исследовать методом моделирования. На *первой стадии* мы конструируем (или находим в реальном мире) другой объект — модель исходного объекта-оригинала. Стадия построения модели предполагает наличие определенных сведений об объекте-оригинале. Познавательные возможности модели определяются тем, что модель отображает лишь некоторые существенные черты исходного объекта, поэтому любая модель замещает оригинал в строго ограниченном смысле. Из этого следует, что для одного объекта может быть построено несколько моделей, отражающих определенные стороны исследуемого объекта или характеризующих его с разной степенью детализации.

На *второй стадии* процесса моделирования модель выступает как самостоятельный объект исследования. Например, одну из форм такого исследования составляет

проведение модельных экспериментов, при которых целенаправленно изменяются условия функционирования модели и систематизируются данные о ее «поведении». Конечным результатом этой стадии является совокупность знаний о модели в отношении существенных сторон объекта-оригинала, которые отражены в данной модели.

Третья стадия заключается в переносе знаний с модели на оригинал, в результате чего мы формируем множество знаний об исходном объекте и при этом переходим с языка модели на язык оригинала. С достаточным основанием переносить какой-либо результат с модели на оригинал можно лишь в том случае, если этот результат соответствует признакам сходства оригинала и модели (другими словами, признакам *адекватности*).

На *четвертой стадии* осуществляются практическая проверка полученных с помощью модели знаний и их использование как для построения обобщающей теории реального объекта, так и для его целенаправленного преобразования или управления им. В итоге мы снова возвращаемся к проблематике объекта-оригинала.

Моделирование представляет собой циклический процесс, т.е. за первым четырехстадийным циклом может последовать второй, третий и т.д. При этом знания об исследуемом объекте расширяются и уточняются, а первоначально построенная модель постепенно совершенствуется. Таким образом, в методологии моделирования заложены большие возможности самосовершенствования.

Перейдем теперь непосредственно к процессу экономико-математического моделирования, т.е. к описанию экономических и социальных систем и процессов в виде экономико-математических моделей. Эта разновидность моделирования обладает рядом существенных особенностей, связанных как с объектом моделирования, так и с применяемым аппаратом и средствами моделирования. Поэтому целесообразно более детально проанализировать последовательность и содержание этапов экономико-математического моделирования, выделив следующие шесть этапов: постановка экономической проблемы и ее качественный анализ; построение математической модели; математический анализ модели; подготовка исходной информации; численное решение; анализ численных результатов и их применение. Рассмотрим каждый из этапов более подробно.

1. Постановка экономической проблемы и ее качественный анализ. На этом этапе требуется сформулировать сущность проблемы, принимаемые предпосылки и допущения. Необходимо выделить важнейшие черты и свойства моделируемого объекта, изучить его структуру и взаимосвязь его элементов, хотя бы предварительно сформулировать гипотезы, объясняющие поведение и развитие объекта.

2. Построение математической модели. Это этап формализации экономической проблемы, т.е. выражения ее в виде конкретных математических зависимостей (функций, уравнений, неравенств и др.). Построение модели подразделяется в свою очередь на несколько стадий. Сначала определяется тип экономико-математической модели, изучаются возможности ее применения в данной задаче, уточняются конкретный перечень переменных и параметров и форма связей. Для некоторых сложных объектов целесообразно строить несколько разноаспектных моделей; при этом каждая модель выделяет лишь некоторые стороны объекта, а другие стороны учитываются агрегированно и приближенно. Оправданно стремление построить модель, относящуюся к хорошо изученному классу математических задач, что может потребовать некоторого упрощения исходных предпосылок модели, не искажающего основных черт моделируемого объекта. Однако возможна и такая ситуация, когда формализация проблемы приводит к неизвестной ранее математической структуре.

3. Математический анализ модели. На этом этапе чисто математическими приемами исследования выявляются общие свойства модели и ее решений. В частности, важным моментом является доказательство существования решения сформулированной задачи. При аналитическом исследовании выясняется, единственно ли решение, какие переменные могут входить в решение, в каких пределах они изменяются, каковы тенденции их изменения и т.д. Однако модели сложных экономических объектов с большим трудом поддаются аналитическому исследованию; в таких случаях переходят к численным методам исследования.

4. Подготовка исходной информации. В экономических задачах это, как правило, наиболее трудоемкий этап моделирования, так как дело не сводится к пассивному сбору данных. Математическое моделирование предъявляет жесткие требования к системе информации; при этом надо принимать во внимание не только принципиальную

возможность подготовки информации требуемого качества, но и затраты на подготовку информационных массивов. В процессе подготовки информации используются методы теории вероятностей, теоретической и математической статистики для организации выборочных обследований, оценки достоверности данных и т.д. При системном экономико-математическом моделировании результаты функционирования одних моделей служат исходной информацией для других.

5. Численное решение. Этот этап включает разработку алгоритмов численного решения задачи, подготовку программ на ЭВМ и непосредственное проведение расчетов; при этом значительные трудности вызываются большой размерностью экономических задач. Обычно расчеты на основе экономико-математической модели носят многовариантный характер. Многочисленные модельные эксперименты, изучение поведения модели при различных условиях стало возможно проводить благодаря высокому быстродействию современных ЭВМ. Численное решение существенно дополняет результаты аналитического исследования, а для многих моделей является единственно возможным.

6. Анализ численных результатов и их применение. На этом этапе, прежде всего, решается важнейший вопрос о правильности и полноте результатов моделирования и применимости их как в практической деятельности, так и в целях усовершенствования модели. Поэтому в первую очередь должна быть проведена проверка адекватности модели по тем свойствам, которые выбраны в качестве существенных (другими словами, должны быть произведены верификация и валидация модели)¹. Применение численных результатов моделирования в экономике направлено на решение практических задач (анализ экономических объектов, экономическое прогнозирование развития хозяйственных и социальных процессов, выработка управленческих решений на всех уровнях хозяйственной иерархии).

Перечисленные этапы экономико-математического моделирования находятся в тесной взаимосвязи, в частности, могут иметь место возвратные связи этапов. Так, на этапе построения модели может выясниться, что постановка за-

¹ *Верификация* модели — проверка правильности структуры (логики) модели; *валидация* модели — проверка соответствия данных, полученных на основе модели, реальному процессу.

дачи или противоречива, или приводит к слишком сложной математической модели; в этом случае исходная постановка задачи должна быть скорректирована. Наиболее часто необходимость возврата к предшествующим этапам моделирования возникает на этапе подготовки исходной информации. Если необходимая информация отсутствует или затраты на ее подготовку слишком велики, приходится возвращаться к этапам постановки задачи и ее формализации, чтобы приспособиться к доступной исследователю информации.

Выше уже было сказано о циклическом характере процесса моделирования. Недостатки, которые не удастся исправить на тех или иных этапах моделирования, устраняются в последующих циклах. Однако результаты каждого цикла имеют и вполне самостоятельное значение. Начав исследование с построения простой модели, можно получить полезные результаты, а затем перейти к созданию более сложной и более совершенной модели, включающей в себя новые условия и более точные математические зависимости.

1.3. Классификация экономико-математических методов и моделей

Суть экономико-математического моделирования заключается в описании социально-экономических систем и процессов в виде экономико-математических моделей. В параграфе 1.1 кратко рассмотрен смысл понятий «метод моделирования» и «модель». Исходя из этого, экономико-математические методы следует понимать как инструмент, а экономико-математические модели — как продукт процесса экономико-математического моделирования.

Рассмотрим вопросы классификации экономико-математических методов. Эти методы, как отмечено выше, представляют собой комплекс экономико-математических дисциплин, являющихся сплавом экономики, математики и кибернетики. Поэтому классификация экономико-математических методов сводится к классификации научных дисциплин, входящих в их состав. Хотя общепринятая классификация этих дисциплин пока не выработана, с известной степенью приближения в составе экономико-математических методов можно выделить следующие разделы:

— *экономическая кибернетика*: системный анализ экономики, теория экономической информации и теория управляющих систем;

— *математическая статистика*: экономические приложения данной дисциплины — выборочный метод, дисперсионный анализ, корреляционный анализ, регрессионный анализ, многомерный статистический анализ, факторный анализ, теория индексов и др.;

— *математическая экономика* и изучающая те же вопросы с количественной стороны *эконометрика*: теория экономического роста, теория производственных функций, межотраслевые балансы, национальные счета, анализ спроса и потребления, региональный и пространственный анализ, глобальное моделирование и др.;

— *методы принятия оптимальных решений*, в том числе исследование операций в экономике. Это наиболее объемный раздел, включающий в себя следующие дисциплины и методы: оптимальное (математическое) программирование, в том числе методы ветвей и границ, сетевые методы планирования и управления, программно-целевые методы планирования и управления, теория и методы управления запасами, теория массового обслуживания, теория игр, теория и методы принятия решений, теория расписаний. В оптимальное (математическое) программирование входят в свою очередь: линейное программирование, нелинейное программирование, динамическое программирование, дискретное (целочисленное) программирование, дробно-линейное программирование, параметрическое программирование, сепарабельное программирование, стохастическое программирование, геометрическое программирование;

— *методы и дисциплины, специфичные отдельно как для централизованно планируемой экономики, так и для рыночной (конкурентной) экономики*. К первым можно отнести теорию оптимального функционирования экономики, оптимальное планирование, теорию оптимального ценообразования, модели материально-технического снабжения и др. Ко вторым — методы, позволяющие разработать модели свободной конкуренции, модели капиталистического цикла, модели монополии, модели индикативного планирования, модели теории фирмы и т.д. Многие из методов, разработанных для централизованно планируемой экономики, могут оказаться полезными и при экономико-математическом моделировании в условиях рыночной экономики;