ВЫСШЕЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Н. Н. ЛАПШЕВ

ГИДРАВЛИКА

УЧЕБНИК

Рекомендовано
Учебно-методическим объединением
по образованию в области строительства
в качестве учебника для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлению подготовки «Строительство»

ACADEMA

Москва
Издательский центр «Академия»
2007

УДК 625.06/.07(075.8)
ББК 30.123я73
Л248

Рецензенты:

зав. кафедрой «Гидравлика» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, д-р техн. наук, проф. *А.Д. Гиргидов*;
зав. кафедрой «Гидравлика» Московского государственного строительного университета, д-р техн. наук, проф. *В.С. Боровков*

Лапшев Н. Н.
Л248 Гидравлика : учебник для студ. высш. учеб. заведений / Н. Н. Лапшев. — М. : Издательский центр «Академия», 2007. — 272 с.

ISBN 978-5-7695-2704-3

Изложены основы гидростатики и теоретической гидродинамики; подробно даны понятия о гидравлических сопротивлениях; рассмотрены вопросы равномерного и неравномерного движения жидкости в трубах, каналах, истечения через отверстия и насадки, расчет водосливов и сооружений, а также движение грунтовых вод. Изложены вопросы, связанные с равновесием и движением газов, основы теории подобия и моделирования гидравлических явлений.

Для студентов высших учебных заведений. Может быть полезен инженерам, занимающимся решением задач, связанных с равновесием и движением жидкостей и газов, а также студентам средних профессиональных учебных заведений.

УДК 625.06/.07(075.8)
ББК 30.123я73

ISBN 978-5-7695-2704-3

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Определение гидравлики и ее краткая история. Гидравлика — прикладная наука, изучающая законы равновесия и движения жидкостей и дающая на основе теории и опыта способы применения этих законов к разрешению различных задач инженерной практики. Гидравлика может быть подразделена на две части: гидростатику, в которой изучаются законы равновесия жидкости, и гидродинамику, в которой изучаются законы движения жидкости. Название «гидравлика» происходит от сочетания двух греческих слов hydor (хюдор) — вода и aulos (аулос) — труба, что означает течение воды по трубам.

Содержание современной гидравлики несравненно шире: она изучает также движение жидкостей не только в трубах, но и в открытых руслах, сооружениях и движение грунтовых вод.

Изучением равновесия и движения жидкостей занимается и другая наука — теоретическая гидромеханика, носящая строго математический характер и дающая общие и точные решения. Гидравлика как прикладная наука разрешает вопросы, необходимые и важные для инженерной практики, и поэтому она рассматривает различные вопросы более упрощенно, проводя оценку главных элементов гидравлических явлений, и часто прибегает к использованию результатов опытов.

Гидравлика, рассматривая законы равновесия и движения жидкостей, опирается на такие науки, как математика, физика, теоретическая механика, сопротивление материалов. В свою очередь, знания, полученные при изучении курса гидравлики, служат базой для гидравлических расчетов при решении вопросов водоснабжения, отопления, вентиляции, водоотведения, инженерной мелиорации, фильтрации, гидротехнических сооружений и др.

В истории развитая человека вода играла огромную роль и использовалась как для питьевого водоснабжения, так и для орошения полей, приведения в движение простейших механизмов и т. п.

Еще за 4000 лет до н. э. в Египте и за 1000 лет до н. э. в Китае и Сирии умели строить плотины и мельницы на реках, оросительные системы на полях, а также корабли для плавания по морям. Древние оросительные системы находят в Средней Азии и Закавказье. В Риме сохранились остатки древнего водопровода, построенного за шесть веков до н. э., свидетельствующие о высокой для того времени технике.

Первым сочинением по гидравлике следует считать трактат греческого ученого Архимеда «О плавающих телах», написанный им за 250 лет до н. э. Им же была разработана конструкция механизма для подъема воды, названная «архимедовым винтом». После этого гидравлика почти 17 столетий не пополнялась новыми законами и открытиями. Новые работы по гидравлике стали появляться в Италии в XIV—XV вв. В конце XV в. итальянский ученый Леонардо да Винчи (1452—1519) занимался изучением истечения жидкостей из отверстий и законов движения воды в реках и каналах. Однако его записи были опубликованы лишь 400 лет спустя, поэтому его труды по гидравлике оказались неиспользованными.

Из дальнейших работ по гидравлике следует отметить работы голландского ученого С. Стевина, опубликовавшего в 1585 г. книгу «Начала гидростатики». В 1612 г. итальянский ученый Г. Галилей опубликовал трактат «О телах, находящихся в воде, и о тех, которые в них движутся», в котором резко критиковал метафизические теории греческого философа Аристотеля об «абсолютно тяжелых» и «абсолютно легких» телах и подчеркивал правильность данного Архимедом закона плавания тел.

Ученик Г. Галилея Э. Торричелли, занимавшийся вопросом движения жидкости, вывел в 1643 г. формулу скорости истечения невязкой (идеальной) жидкости из отверстия. Французский ученый Б. Паскаль в 1650 г. дал свой закон о передаче жидкостью внешнего давления, который явился основой для расчета гидравлических прессов, подъемников и т. п. Английский ученый И. Ньютон в 1686 г. создал свою гипотезу о законах внутреннего трения в жидкостях и впервые ввел понятие о вязкости в жидкостях.

Многие практические законы гидравлики задолго до опубликования этих законов за границей уже были известны русским людям, умевшим весьма искусно строить на реках наплавные мосты, водяные мельницы, плотины и водопроводы.

Большое значение в те времена имело питьевое водоснабжение, особенно во время осады городов и крепостей. Так, во время осады Москвы татарами в 1382 г. Кремль был достаточно обеспечен водой с помощью тайного колодца под Тайницкой башней, соединенного каменным подземным ходом с руслом Москвы-реки.

В начале XVIII в. по инициативе Петра I в России развернулось гидротехническое строительство и началось бурное развитие морского и речного транспорта. Русский мастер М. И. Сердюков построил Вышневолоцкую водную систему каналов и шлюзов, соединившую Балтийское море с Каспийским (через Волхов, Мсту, Цну, Тверцу и Волгу). В 1708 г. было напечатано первое в России пособие по регулированию рек для судоходства.

В XVIII в. в Петербургской Академии наук учеными (М. В. Ломоносовым, Д. Бернулли и Л. Эйлером) были разработаны теоретические основы гидравлики, позволившие выделить ее в самостоятельную науку.

Знаменитый русский ученый М. В. Ломоносов написал и опубликовал в 1760 г. диссертацию «Рассуждение о твердости и жидкости тела», в которой он изложил положенный в основу гидравлики закон сохранения массы и энергии.

Член Петербургской Академии наук Д. Бернулли опубликовал в 1738 г. капитальный труд по вопросу движения жидкостей, положив начало гидродинамике. В этой работе Бернулли обосновал свою знаменитую теорему о запасе энергии движущейся частицы жидкости, которая является основной теоремой современной гидравлики.

Член Петербургской Академии наук Л. Эйлер в 1755 г. на основе открытия Ломоносова вывел основные дифференциальные уравнения равновесия и движения невязкой жидкости, положив начало теоретической гидромеханике, изучающей законы движения жидкостей методом математического анализа.

В 1791 г. была издана написанная Калмыковым оригинальная русская книга «Карманная книжка для вычисления количества воды, протекающей через трубы, отверстия или по жолубам, а также силы, с какою они (воды) ударяют, стремясь с данной скоростью, с приложением правил для вычисления трений, производимых в махинах».

Наряду с теоретическими работами по гидромеханике и гидравлике стал использоваться экспериментальный, т. е. опытный, способ изучения ряда ее законов, давший обоснование и развитие практической гидравлики. В развитии практической гидравлики сыграли важную роль работы французских ученых XVIII—XIX вв. А. Шези, А. Базена, А. Дарси и др.

В 1836 г. инженером путей сообщения П. П. Мельниковым был составлен и напечатан первый в России учебник по гидравлике «Основания практической гидравлики или о движении воды в различных случаях и действие ее ударом и сопротивлением».

В 1880 г. знаменитый русский ученый Д. И. Менделеев в своем сочинении «О сопротивлении жидкостей и о воздухоплавании» указывал на существование в природе двух режимов движения жидкости с различными законами ее сопротивления. Эта же мысль была развита и доказана в 1883 г. русским физиком Н. П. Петровым (1836—1920), впервые установившим, что при смазке силы трения, определяемые вязким сопротивлением при ламинарном движении, пропорциональны первой степени скорости. Н. П. Петрову принадлежат также доказательство гипотезы Ньютона о силе внутреннего трения в жидкостях и разработка гидродинамической теории смазки.

Несколькими годами позже английский ученый О. Рейнольдс провел свои опыты, наглядно подтверждавшие гипотезу Менделеева о существовании ламинарного и турбулентного движения жидкости. Профессор Казанского университета И. С. Громека в 1881 г. опубликовал ряд крупных работ по теории винтового движения жидкостей. Крупнейший вклад в развитие гидравлики и гидромеханики сделал русский ученый Н. Е. Жуковский. В 1898 г. он опубликовал исследование по теории гидравлического удара, получившее мировую известность. Кроме того, Жуковский дал математический метод решения задачи о фильтрации грунтовых вод, создал теорию движения взвешенных наносов в водных потоках. В начале XX в. русская инженерная гидравлика, бесспорно, заняла ведущее место в мировой науке благодаря ряду значительных работ русского ученого Б. А. Бахметева по гидравлике сооружений и открытых русел.

Следует отметить работы зарубежных исследователей: Ф. Форгеймера в области гидравлических сопротивлений и теории фильтрации, Г. Вебера в области гидродинамического подобия, Л. Прандтля в области гидравлических сопротивлений и изучении процесса турбулентности.

В 1910—1915 гг. были опубликованы работы о формировании речных русел и структуре речного потока русских инженеров В. М. Лохтина и Н. С. Лелявского, которые справедливо могут считаться основоположниками речной гидравлики.

В 1914 г. В. И. Чарномский опубликовал предложенный им метод приближенного интегрирования уравнения неравномерного движения жидкости в непризматическом русле.

В 1914 г. русский ученый А. Я. Милович опубликовал работу «О нерабочем изгибе потока»; в дальнейшем он написал ряд интересных работ по очертанию спиральной камеры турбин, теории деления потоков и т. д.

Большой вклад в развитие гидравлики внес русский ученый Н. Н. Павловский, предложивший точные формулы для учета сопротивлений при равномерном движении в открытых потоках, давший много оригинальных предложений по построению кривых свободной поверхности при неравномерном движении, а также разработавший на основе работы Н. Е. Жуковского теорию фильтрации грунтовых вод. Н. Н. Павловский издал первый в нашей стране «Гидравлический справочник» и ряд монографий по основам гидравлики.

Русские ученые сделали крупнейший вклад в развитие гидравлики как науки.

В Советском Союзе были построены: Волховская ГЭС, Днепрогэс, Беломорско-Балтийский канал, канал имени Москвы, Ферганский канал, много других ГЭС и гидросооружений, необходимых для энергетики, орошения, водного транспорта и водоснабжения.

После Великой Отечественной войны было построено много промышленных комбинатов, новых городов и рабочих поселков, и обеспечено их промышленное и питьевое водоснабжение. Это дало мощный толчок к развитию экспериментальной и теоретической гидравлики, гидравлики трубопроводов и сооружений как научной базы для правильного решения задач водоснабжения, канализации, отопления, вентиляции и инженерной гидравлики при проектировании и строительстве зданий, сооружений, водозаборов и различных гидросооружений.

Развернулась и выросла обширная сеть научно-исследовательских институтов с гидравлическими и гидротехническими лабораториями, успешно работающих над разрешением многих задач гидравлики и гидротехники.

Среди работ в области расчетов движения жидкости в открытых руслах наибольший интерес представляют работы таких ученых, как И. И. Агроскина, И. И. Леви, В. М. Макковеева, Р. Р. Чугаева. В области гидравлики трубопроводов широко известны работы А. Д. Альтшуля, Г. А. Мурина, Н. Ф. Федорова, Ф. А. Шевелева и др.

В настоящее время курс современной гидравлики опирается на теоретическую гидромеханику и поставленные на научных основах моделирования экспериментальные исследования, что дает результаты, необходимые современному специалисту для практической деятельности.

Основные физические свойства жидкостей. Жидкие тела отличаются от твердых весьма малой силой сцепления между отдельными частицами и их легкоподвижностью, благодаря чему жидкость легко принимает форму сосуда, в который она налита. Это свойство жидких тел называется текучестью. Жидкие тела бывают двух видов: капельные и газообразные жидкости (пары и газы). Обычно капельные жидкости называются несжимаемыми, а упругие — сжимаемыми.

В гидравлике рассматриваются главным образом капельные жидкости, изучением газообразных жидкостей или просто газов занимается аэродинамика. Однако многие свойства и механические законы одинаковы для капельных и газообразных жидкостей.

Наиболее часто применяемой в гидравлике характеристикой жидких тел является плотность жидкости, или масса единицы объема, которую принято обозначать буквой ρ. Среднее значение плотности определяется по формуле

$$\rho = \frac{M}{W}. \qquad \text{(В.1)}$$

Плотность есть величина именованная; ее размерность — масса, деленная на объем, обычно килограмм на метр кубический (кг/м^3).

Так, например, для дистиллированной воды при 4 °C $\rho = 1\,000$ кг/м^3. В мутных речных потоках плотность воды может достигать 1 200 кг/м^3. Для морской воды $\rho = 1\,020 \ldots 1\,030$ кг/м^3.

Сжимаемость. Капельные жидкости оказывают весьма сильное сопротивление сжимающим усилиям и допускают очень большое давление (до 3000 атм и более). Если на некоторый объем жидкости W_1, налитой в сосуд, произвести с помощью поршня давление p, то под влиянием этого давления объем жидкости уменьшится и станет равным W_2. Относительное изменение объема жидкости при изменении давления $\mathrm{d}p$ называется коэффициентом объемного сжатия

$$\beta_v = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}pW}. \tag{В.2}$$

При изменении давления в пределах от 100 до 50 000 кПа коэффициент объемного сжатия воды практически постоянен и может быть принят $\beta_v = 5 \cdot 10^{-6}$ см^2/Н $= 5 \cdot 10^{-7}$ 1/кПа.

При решении большинства гидравлических задач, за исключением явления гидравлического удара, сжимаемостью капельных жидкостей пренебрегают и считают жидкость практически несжимаемой.

Температурное расширение. Жидкие тела, как и все прочие, при изменении температуры изменяют свой объем и плотность. Вода наибольшей плотностью обладает при температуре 4 °C. Коэффициент температурного расширения воды β_T зависит от изменения температуры $\mathrm{d}T$ и определяется зависимостью

$$\beta_T = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}TW}. \tag{В.3}$$

При атмосферном давлении и изменении температуры от 0 до 10 °C этот коэффициент имеет значения $\beta_T = 0{,}000014$ К$^{-1}$, а при 10...20 °C $\beta_T = 0{,}00015$ К$^{-1}$. Это очень малая величина, и поэтому при решении практических задач в области водоснабжения, канализации и гидротехнических сооружений изменением объема жидкости с изменением температуры пренебрегают.

По сравнению с капельными жидкостями для газов характерна большая сжимаемость. Состояние газа изменяется при механическом или тепловом воздействии на него, а также при переходе одного вида энергии в другой. Уравнение состояния Менделеева—Клайперона для идеального (совершенного) газа устанавливает зависимость между абсолютным давлением p, плотностью ρ и абсолютной (термодинамической) температурой T в виде

$$p = \rho g R T, \tag{В.4}$$

где R — универсальная газовая постоянная, имеющая свое значение для каждого газа. Для воздуха $R = 287{,}14$ Дж/(кг $\cdot$ К).

При анализе изменений состояния газа различают основные термодинамические процессы: изотермический — при постоянной температуре системы; изобарный — при постоянном давлении в системе; изохорный — при постоянной объеме системы; адиабатный — система не обменивается теплотой с окружающей средой; политропный — система, состояние которой определяется зависимостью

$$p/\rho^n = \text{const}, \tag{В.5}$$

где n — показатель политропы, значения которого изменяются от $n = 1$ (изотермический процесс) до $n = 1{,}41$ (адиабатный процесс).

Вязкость жидкости. При движении реальной жидкости по трубам и в открытых руслах в жидкости между ее отдельными слоями возникают внутренние силы трения, или силы вязкости, величина которых зависит от рода жидкости и распределения скоростей между ее отдельными слоями.

Свойство жидкости оказывать сопротивление перемещению ее частиц и развивать при движении внутренние касательные напряжения называется вязкостью жидкости.

Гипотеза И.Ньютона, высказанная им в 1723 г., о существовании внутреннего трения в жидкости была дана в общей форме. В последующем эта гипотеза была доказана и подтверждена опытами Н. П. Петрова, положившего начало гидродинамической теории смазки подшипников и давшего формулу для выражения силы внутреннего трения в жидкости. Н. П. Петров установил, что сила внутреннего трения $T_{тр}$ не зависит от давления в жидкости, пропорциональна поверхности соприкосновения трущихся слоев S, относительной скорости трущихся слоев $\mathrm{d}u/\mathrm{d}y$ и зависит от рода жидкости, характеризуемого динамической вязкостью μ.

Установленный Н. П. Петровым закон внутреннего трения выражается равенством

$$T_{тр} = \pm \mu S \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}, \tag{В.6}$$

где $T_{тр}$ — сила внутреннего трения; μ — динамическая вязкость жидкости; S — площадь трущихся слоев; $\mathrm{d}u/\mathrm{d}y$ — градиент скорости, характеризующий относительное изменение скорости между отдельными слоями потока.

Если представить себе поток жидкости состоящим из отдельных бесконечно тонких слоев толщиной $\mathrm{d}y$ каждый (рис. В.1) и допустить, что скорость частиц жидкости изменяется от слоя к слою, то величина градиента скорости $\mathrm{d}u/\mathrm{d}y$ представляет тангенсом угла наклона касательной к эпюре скоростей в данной точке.

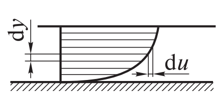

Рис. В.1

Отнесенная к единице площади сила трения (т.е. касательное напряжение) согласно формуле (В.6)

$$\tau = \pm \mu \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}. \tag{В.7}$$

Из выражения (В.7) нетрудно видеть, что динамическая вязкость численно равна единичной силе трения τ при градиенте скорости равном единице. Знак ± в формулах(В.6) и (В.7) говорит о том, что два соседних слоя жидкости взаимодействуют друг с другом: один слой, движущийся с большей скоростью, ускоряет другой — знак плюс, а этот другой тормозит первый — знак минус.

Найдем размерность динамической вязкости. Так как размерность касательного напряжения τ есть отношение силы к площади, а размерность градиента скорости $\left[\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right] = \frac{1}{\text{с}}$ (единица на секунду), то размерности динамической вязкости получается $[\mu] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{с} = \text{Па} \cdot \text{с}$.

Для характеристики вязкости применяют также отношение динамической вязкости к плотности, называемое кинематической вязкостью $\nu = \mu/\rho$. Кинематическая вязкость имеет размерность $[\nu]=\text{м}^2/\text{с}$.

Вязкость жидкостей уменьшается с повышением температуры. Для воды зависимость кинематической вязкости от температуры t в градусах Цельсия выражается формулой

$$\nu = \frac{177{,}5 \cdot 10^{-8}}{1 + 0{,}0337t + 0{,}000221t^2}. \tag{В.8}$$

Величины динамической и кинематической вязкостей для различных жидкостей 20 °С приведены в табл. В.1.

Для опытного определения вязкости жидкостей существуют приборы, называемые вискозиметрами.

Понятие идеальной жидкости. В гидравлике применяется иногда понятие идеальной жидкости, фактически не существующей в природе. Такая жидкость характеризуется полным отсутствием сопротивления растягивающим и сдвигающим силам и не изменяет своего объема при изменении давления и температуры.

Понятие идеальной жидкости введено в гидравлику для облегчения вывода некоторых теоретических положений, которые помогают уяснить законы движения реальной жидкости. Полученные для невязкой жидкости закономерности в дальнейшем кор-

Таблица В.1

Наименование жидкости	μ, 10^{-5}, Па·с	ν, 10^{-8}, м^2/с
Вода пресная	101	101
Анилин	447	430
Бензол	65	74
Глицерин безводный	51 200	41 000
Масло касторовое	97 200	100 200
Ртуть	155,0	11,4
Сероуглерод	37,0	29,4
Спирт этиловый безводный	119	154
Хлористый натрий (раствор с 26 % NaCl)	184	153
Эфир этиловый	26,0	36,3

ректируются путем введения опытных поправок, учитывающих свойства вязких жидкостей.

Кроме обычных (ньютоновских) жидкостей, для которых характерно уравнение (В.7), существуют еще аномальные (неньютоновские) жидкости. К ним относятся смазочные масла, нефтепродукты, строительные растворы и др. Для таких жидкостей закон внутреннего трения выражается в виде

$$\tau = \tau_0 \pm \mu \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}, \tag{В.9}$$

где τ_0 — касательные напряжения в покоящейся жидкости, после преодоления которых жидкость приходит в движение.

Силы, действующие на жидкость. В состоянии покоя или движения на жидкость действуют различные силы. По своей природе эти силы можно подразделить на две группы: силы объемные и силы поверхностные. Силы массовые (или объемные) действуют на все частицы данного объема жидкости; к таким силам относятся сила тяжести, сила инерции, центробежные силы и т. п. Поверхностные силы приложены к той или иной поверхности, ограничивающей рассматриваемый объем жидкости или проведенной внутри этого объема; к таким силам относятся нормальные и касательные силы, т. е. силы гидродинамического давления, силы трения, силы упругости.

Массовые силы пропорциональны массе жидкости, а для однородных жидкостей — пропорциональны объему, в связи с чем их часто называют объемными. Общая закономерность для таких сил выражается следующим соотношением:

$$F_m = \rho a W, \tag{В.10}$$

где ρ — плотность жидкости, кг/м^3; a — ускорение, м/с^2; W — объем жидкости, м^3.

Поверхностные силы пропорциональны площади той поверхности жидкости, на которую они действуют. В общем виде такую закономерность можно выразить формулой

$$F_p = p\omega, \tag{В.11}$$

где p — единичная сила или напряжение, Н/м^2; ω — площадь действия силы, м^2.

Несколько особо стоит сила поверхностного натяжения. На поверхности жидкости или на поверхности раздела между двумя жидкостями наблюдается нечто вроде упругой пленки, т.е. жидкость ведет себя так, словно ее удерживает упругая эластичная оболочка, причем эффект такой оболочки более заметен при малых размерах (например, капля жидкости). По-видимому, сцепление между молекулами поверхности жидкости вызывает поверхностное натяжение на границе жидкости с газом или другой несмешивающейся жидкостью. Поверхностное натяжение измеряется силой, приходящейся на единицу длины (периметра), а общая сила поверхностного натяжения вычисляется по формуле

$$F_{\text{п}} = \sigma l, \tag{В.12}$$

где σ — единичная сила или коэффициент поверхностного натяжения, Н/м; l — длина или периметр действия силы, м.

По отношению к какому-либо выделенному объему все силы, действующие на него, можно подразделить на две группы: силы внешние, действующие на данный объем со стороны окружающей его среды, и силы внутренние, это всегда поверхностные силы взаимодействия частиц жидкости.

ГЛАВА 1
ГИДРОСТАТИКА

1.1. Гидростатическое давление и его свойства

Гидростатика — раздел гидравлики, в котором рассматриваются равновесие жидкости, силовое воздействие покоящейся жидкости на плоские и криволинейные поверхности и равновесие тел в жидкости. В гидростатике изучается равновесие покоящейся жидкости как сплошной среды, т.е. физические свойства остаются постоянными для любого малого объема жидкости.

Рассмотрим некоторый произвольный объем W покоящейся жидкости (рис. 1.1). Проведем через него произвольную поверхность, которая разделить объем на две части с поверхностью раздела S. Если отбросить одну из частей (на рис. 1.1 верхнюю), то ее действие необходимо заменить силой F.

Сила, действующая на рассматриваемую поверхность S, называется суммарной силой гидростатического давления. Разделив силу на площадь, получим среднее гидростатическое давление

$$p_{\text{ср}} = \frac{F}{S}, \tag{1.1}$$

а когда площадь стремится к нулю, имеем гидростатическое давление в точке

$$p = \lim_{S \to 0}\left(\frac{F}{S}\right). \tag{1.2}$$

Единицей измерения гидростатического давления в системе СИ является Па (паскаль). Эта единица представляет собой давление силой в 1 Н на площадь в 1 м^2. Эта величина давления очень мала, поэтому применяются дольные единицы: килопаскаль (кПа), мегапаскаль (МПа).

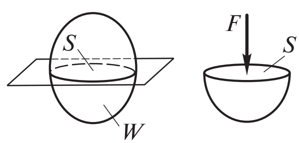

Рис. 1.1

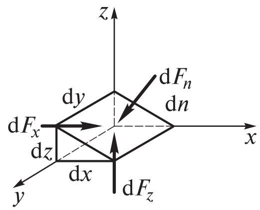

Рис. 1.2

Гидростатическое давление обладает двумя свойствами.

1. Гидростатическое давление направлено по внутренней нормали к площадке, на которую оно действует, и создает только сжимающее напряжение. Действительно, в жидкости практически не возникает растягивающих напряжений, а в покоящейся жидкости нет и касательных напряжений. Давление не может действовать на площадку под углом, отличающимся от 90°, так как в этом случае его можно было бы разложить на нормальную и касательную составляющие. Однако, как отмечалось ранее, касательные напряжения могут возникать только при движении жидкости, поэтому давление может быть только нормальным к площадке и создавать только сжимающие напряжения.

2. Давление в точке жидкости не зависит от ориентации площадки и будет одинаковым по всем направлениям. Для доказательства этого свойства выделим в покоящейся жидкости элементарный объем в виде трехгранной призмы (рис. 1.2). При этом оси координат направлены по ребрам призмы, ее стороны имеют размеры dx, dy, dz, dn, а наклонная грань расположена под произвольным углом α. При отбрасывании окружающей жидкости на данную призму будут действовать элементарные силы, которые можно подразделить: на силы гидростатического давления на боковые грани dF_x, dF_z, dF_n, силы гидростатического давления на торцевые грани +dF_y, –dF_y и массовую силу, проекции которой на координатные оси составляют $\mathrm{d}G_x = \underline{\bar{X}}\rho\frac{1}{2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, $\mathrm{d}G_y = \underline{\bar{Y}}\rho\frac{1}{2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, $\mathrm{d}G_z = \underline{\bar{Z}}\rho\frac{1}{2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, где $\underline{\bar{X}}$, $\underline{\bar{Y}}$, $\underline{\bar{Z}}$ — проекция ускорений массовой силы.

Проецируя действующие силы на координатные оси, имеем

$$\mathrm{d}F_x - \mathrm{d}F_n\sin\alpha + \frac{1}{2}\rho\underline{\bar{X}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 0;$$

$$\mathrm{d}F_z - \mathrm{d}F_n\cos\alpha + \frac{1}{2}\rho\underline{\bar{Z}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 0,$$

а заменяя элементарные силы через давление, умноженное на соответственную площадь, получим:

$$p_x\mathrm{d}y\mathrm{d}z - p_n\mathrm{d}y\mathrm{d}n\sin\alpha + \frac{1}{2}\rho\underline{\bar{X}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 0;$$

$$p_z\mathrm{d}x\mathrm{d}y - p_n\mathrm{d}x\mathrm{d}y\cos\alpha + \frac{1}{2}\rho\underline{\bar{Z}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 0.$$

Теперь, учитывая, что $\mathrm{d}n \sin\alpha = \mathrm{d}z$ и $\mathrm{d}n \cos\alpha = \mathrm{d}y$, а величины объемов при их уменьшении стремятся к нулю, получим

$$p_x = p_z = p_n. \tag{1.3}$$

Таким образом, давление в точке не зависит от ориентации площадки при произвольном угле α.

1.2. Дифференциальные уравнения равновесия жидкости

Выделим в покоящейся жидкости элементарный объем в виде параллелепипеда с ребрами $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$, $\mathrm{d}z$ (рис. 1.3). Отбросим окружающую жидкость, заменив ее влияние соответствующими силами гидростатического давления (на рис. 1.3 показаны только величины давлений по оси x). Полагаем, что вдоль оси x слева на грань $\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ действует гидростатическое давление p, а справа на такую же грань с противоположной стороны действует гидростатическое давление $p + \frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x$. Соответственно силы давления составляют на левую грань $p\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, на правую грань $\left(p + \frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y\mathrm{d}z$. По другим осям координат действуют аналогичные давления. Помимо сил давления на рассматриваемый параллелепипед действует массовая сила (например, сила тяжести, центробежная сила и др.), проекция которой на координатную ось x будет $\mathrm{d}G_x = \underline{\bar{X}}\rho\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$. Суммируя проекции этих сил на рассматриваемую ось, получим

$$p\mathrm{d}y\mathrm{d}z - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y\mathrm{d}z + \underline{\bar{X}}\rho\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 0,$$

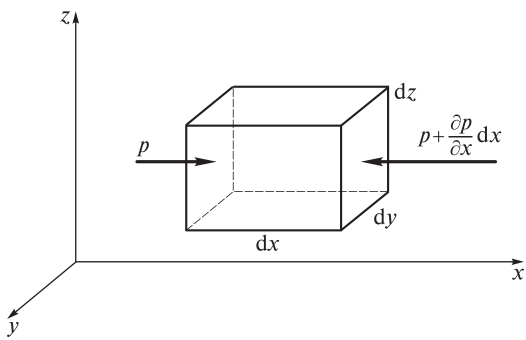

Рис. 1.3

а после раскрытия скобок, сокращений и упрощений, при которых $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \neq 0$, имеем

$$\underline{\bar{X}} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x = 0.$$

Аналогичным образом можно получить уравнения в проекции на оси y и z, и в итоге имеем систему дифференциальных уравнений равновесия жидкости:

$$\begin{aligned} &\underline{\bar{X}} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x = 0; \\ &\underline{\bar{Y}} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}\mathrm{d}y = 0; \\ &\underline{\bar{Z}} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z = 0. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Система дифференциальных уравнений равновесия жидкости (1.4) была получена в 1755 г. Л. Эйлером и носит его имя.

Для установления закономерности изменения давления при изменении координат следует рассмотреть систему уравнений Эйлера; умножим первое уравнений системы (1.4) на dx, второе на dy, третье на dz и сложим их:

$$\underline{\bar{X}}\mathrm{d}x + \underline{\bar{Y}}\mathrm{d}y + \underline{\bar{Z}}\mathrm{d}z - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial p}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z\right) = 0.$$

Выражение в скобках представляет собой полный дифференциал давления dp и, решая это уравнение относительно dp, получим

$$\mathrm{d}p = \rho(\underline{\bar{X}}\mathrm{d}x + \underline{\bar{Y}}\mathrm{d}y + \underline{\bar{Z}}\mathrm{d}z). \tag{1.5}$$

Уравнение (1.5) называется *основным дифференциальным уравнением гидростатики*. Выражение в скобках правой части этого уравнения может быть представлено в виде полного дифференциала некоторой потенциальной функции Π, частные производные которой равны:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = \underline{\bar{X}}; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial x} = \underline{\bar{Y}}; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial x} = \underline{\bar{Z}},$$

такая функция называется силовой функцией или функцией потенциала сил, а силы, удовлетворяющие данному условию, называются силами, имеющими потенциал. Отсюда капельная жидкость может находиться в равновесии лишь под действием сил, имеющих потенциал. Тогда $\mathrm{d}p = \rho \mathrm{d}\Pi$. В общем виде это уравнение интегрируется так: $p = \rho \Pi + C$.

В частных случаях в зависимости от конкретных значений проекций ускорений массовых сил $\bar{\underline{X}}$, $\bar{\underline{Y}}$, $\bar{\underline{Z}}$ определяются соответствующие значения потенциальной функции Π, постоянной интегрирования С и давления p.

Из выражения (1.5) можно получить уравнение для поверхности равного давления (поверхности уровня), под которой понимают поверхность, во всех точках которой давление одинаково. Поверхность, отделяющая жидкость от газовой среды, называется свободной поверхностью жидкости. При $\rho = \mathrm{const}$, $p = \mathrm{const}$, $\mathrm{d}p = 0$ получим

$$\bar{\underline{X}}\mathrm{d}x + \bar{\underline{Y}}\mathrm{d}y + \bar{\underline{Z}}\mathrm{d}z = 0. \tag{1.6}$$

Уравнение (1.6) представляет собой дифференциальное уравнение поверхности равного давления в жидкости и устанавливает связь между координатами этой поверхности и действующими на жидкость внешними объемными силами.

1.3. Равновесие жидкости под действием силы тяжести

Рассмотрим покоящуюся жидкость, на которую из массовых сил действует только сила тяжести. Для любой точки такой жидкости справедливо $\bar{\underline{X}} = 0$, $\bar{\underline{Y}} = 0$, $\bar{\underline{Z}} = -g$ (так как ось Z направлена вверх, а ускорение свободного падения — вниз).

В этом случае дифференциальное уравнение гидростатики (1.5) принимает вид

$$\mathrm{d}p = -\rho g \mathrm{d}z, \tag{1.7}$$

а уравнение поверхности равного давления (1.6) имеет вид

$$-\rho g \mathrm{d}z = 0,$$

откуда $z = \mathrm{const}$, т. е. при равновесии жидкости под действием силы тяжести все точки поверхности равного давления имеют одинаковые вертикальные отметки, а значит, эта поверхность будет горизонтальной плоскостью. Частным случаем поверхности равного давления является свободная поверхность жидкости. Свободная поверхность горизонтальна лишь для ограниченного объема жидкости.

Интегрируя выражение (1.7), получим

$$p = C - \rho g z \quad \text{или} \quad z + \frac{p}{\rho g} = \mathrm{const}. \tag{1.8}$$

Уравнение (1.8) называется *основным уравнением гидростатики*. Величина $z + p/\rho g$ называется гидростатическим напором, она складывается из геодезического напора z и напора $p/\rho g$, смысл которого будет дан далее.

Обозначая через p_0 давление на поверхности жидкости и помещая здесь же начало координат, получим, что при $z = 0$, для этой поверхности $\text{const} = p_0/\rho g$, откуда

$$p = p_0 - \rho g z,$$

теперь, обозначая величину $-z = h$, где h — глубина погружения точки, имеем

$$p = p_0 + \rho g h. \tag{1.9}$$

Формула (1.9) позволяет определить давление в любой точке жидкости в зависимости от глубины погружения и давления на поверхности. Это уравнение показывает также, что величина давления на поверхности жидкости p_0 передается в любую точку внутри жидкости без изменения. Если изменить давление на поверхности, то ровно на такую же величину изменится давление во всех точках жидкости. Таким образом, уравнение (1.9) выражает закон Паскаля: внешнее давление на жидкость в замкнутом сосуде передается внутри жидкости во все точки без изменений.

Рассмотрим сосуд с жидкостью, к которому на одинаковом расстоянии от плоскости сравнения присоединены две прозрачные трубки (рис. 1.4). Причем у одной трубки верх закрыт, и воздух откачан, следовательно, давление здесь равно нулю, другая трубка открыта сверху, на поверхности жидкости будет атмосферное давление.

Определим давления, измеряемые рассматриваемыми трубками в точках их присоединения. Под действием абсолютного давления в сосуде жидкость в трубках поднимается на разные высоты, $h_{\text{пр}}$ и $h_{\text{п}}$. Тогда, используя формулу (1.9) для жидкости в закрытой трубке, можно записать

$$h_{\text{пр}} = \frac{p}{\rho g}. \tag{1.10}$$

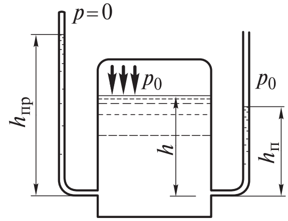

Рис. 1.4

Полученная высота $h_{\text{пр}}$ называется высотой давления, или приведенной высотой, она измеряет абсолютное давление в точке присоединения, выражая его высотой столба жидкости. Отсюда пошли единицы измерения давления в виде: м вод. ст. (метры водяного столба), мм рт. ст. (миллиметры ртутного столба) и др.

Для жидкости в открытой трубке имеем

$$p = p_{\text{а}} + \rho g h_{\text{п}}, \tag{1.11}$$

или, решая относительно $h_{\text{п}}$, получим

$$h_{\text{п}} = \frac{p - p_{\text{а}}}{\rho g}. \tag{1.12}$$

Полученная величина называется пьезометрической высотой, она измеряет избыточное (превышающее атмосферное) давление, выражая его также высотой столба жидкости.

Рассмотренные жидкостные приборы основаны на гидростатическом принципе действия, заключающемся в том, что измеряемое давление уравновешивается давлением столба жидкости определенной плотности, т. е. давление у основания столба жидкости заданной высоты равно измеряемому давлению. Прибор, измеряющий абсолютное давление в точке присоединения, называется жидкостным манометром, а открытая сверху трубка называется пьезометром. Этот прибор измеряет избыточное давление. В большинстве случаев представляет интерес измерение избыточного или манометрического давления, поскольку на стенки сосудов и на другие инженерные конструкции с одной стороны оказывает давление жидкость, а с другой — атмосферное давление. При этом результирующее давление в любой точке стенки будет состоять из абсолютного давления за вычетом атмосферного.

Если в сосуде абсолютное давление на поверхности жидкости будет равно атмосферному, т. е. избыточное давление будет равно нулю, то уровень воды в пьезометре установится на той же высоте, что и в сосуде, и пьезометрическая высота в точке присоединения будет равна глубине погружения данной точки.

Если давление в сосуде меньше атмосферного, то говорят, что в нем вакуум. Величина вакуума может изменяться в пределах от 0 до $p_{\text{а}}$. Если к сосуду с вакуумом присоединить вертикальную прозрачную трубку и опустить ее в сосуд с жидкостью (рис. 1.5), то жидкость в трубке поднимется на величину $h_{\text{в}}$, называемую вакуумметрической высотой.

Величину $h_{\text{в}}$ можно определить, используя уравнение (1.9) для точки, где давление равно атмосферному $p_{\text{а}} = p_0 + \rho g h_{\text{в}}$, откуда

$$h_{\text{в}} = \frac{p_{\text{а}} - p_0}{\rho g}. \tag{1.13}$$

Прибор, показанный на рис. 1.5, называется жидкостным вакуумметром. Теоретически величина вакуума не превышает 10 м вод. ст., однако практически при перекачке воды величина вакуума не достигает 7 м вод. ст.

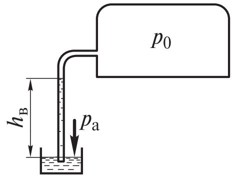

Рис. 1.5

1.4. Относительный покой

Относительным покоем называют случай, когда жидкость движется, но относительно движущейся с ней системы координат она может рассматриваться неподвижной. Рассмотрим поверхности равного давления и законы изменения давления в частных случаях относительного покоя.

Случай 1. Сосуд с жидкостью движется в горизонтальном направлении равноускоренно с ускорением a (рис. 1.6). Жидкость в этом случае находится под действием силы тяжести и силы инерции, величина которой характеризуется ускорением a и направлена в сторону, противоположную движению. При этом $\underline{\bar{X}} = -a$; $\underline{\bar{Y}} = 0$; $\underline{\bar{Z}} = -g$, подставляя эти значения в уравнение (1.5), имеем

$$\mathrm{d}p = \rho(-a\mathrm{d}x - g\mathrm{d}z) \quad \text{или} \quad p = \rho(-ax - gz) + C.$$

Зная давление p_0 в начале координат, определим постоянную $C = p_0$ и получим закон изменения давления в рассматриваемом случае

$$p = p_0 + \rho(-ax - gz). \tag{1.14}$$

Поверхность равного давления нетрудно получить из уравнения (1.14), полагая $p = \text{const}$ $ax + gz = C_1$. Это есть уравнение плоскости, наклоненной к горизонту под углом α, который можно определить из соотношения $\operatorname{tg}\alpha = -a/g$.

Случай 2. Сосуд с жидкостью равномерно вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω. В этом случае на частицы жидкости кроме силы тяжести будут действовать центробежные силы (рис. 1.7), а ускорения в проекциях на коор-

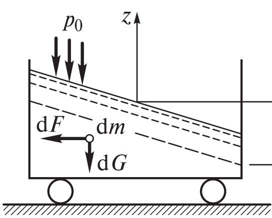

Рис. 1.6

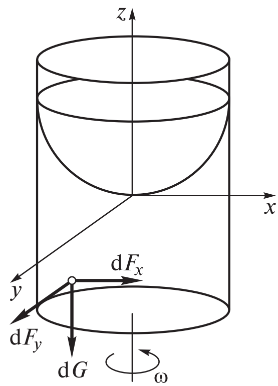

Рис. 1.7

динатные оси будут равны $\bar{X} = \omega^2 x$; $\bar{Y} = \omega^2 y$; $\bar{Z} = -g$. Подставляя эти значения в уравнение (1.5), получим

$$\mathrm{d}p = \rho\,(\omega^2 x\mathrm{d}x + \omega^2 y\mathrm{d}y - g\mathrm{d}z),$$

откуда после интегрирования имеем

$$p = \frac{\rho\omega^2}{2}\left(x^2 + y^2\right) - \rho g z + C.$$

Полагая, что начало координат расположено на поверхности жидкости ($x = 0$, $y = 0$, $z = 0$) и давление здесь $p = p_0$, получим $C = p_0$, заменяя $(x^2 + y^2) = r^2$, имеем выражение

$$p = p_0 + \frac{\rho\omega^2 r^2}{2} - \rho g z, \tag{1.15}$$

представляющее закон изменения давления во вращающемся сосуде. Получить уравнение поверхностей равного давления из соотношения (1.15) можно, положив значение $p = p_1$, тогда

$$\frac{\rho\omega^2 r^2}{2} - \rho g z = p_1 - p_0.$$

Таким образом, поверхности равного давления представляют собой параболоиды вращения.

1.5. Сила давления на плоские поверхности

При расчете строительных конструкций и сооружений необходимо знать не только давление жидкости в отдельных точках, но и общую силу давления на сооружение или его часть. Обычно при технических расчетах учитывают силу давления только от избыточного гидростатического давления на рассматриваемую площадь. Возьмем плоскую поверхность произвольной формы, представляющую собой часть наклонной под углом α к горизонту плоскости (рис. 1.8). На рисунке наклонная плоскость показана также повернутой на 90° и совмещенной с плоскостью чертежа.

Жидкость давит на поверхность площадью S во всех точках, но давление это неравномерное: в верхних точках давление меньше, а в нижних — больше. Поэтому для определения общей силы давления на плоскую поверхность вначале необходимо определить силу давления $\mathrm{d}F$ на бесконечно малую площадку с площадью $\mathrm{d}S$, расположенную на произвольной глубине погружения h,

$$\mathrm{d}F = p\mathrm{d}S = \left(p_0 + \rho g h\right)\mathrm{d}S, \tag{1.16}$$

где p_0 — избыточное давление на поверхности жидкости.

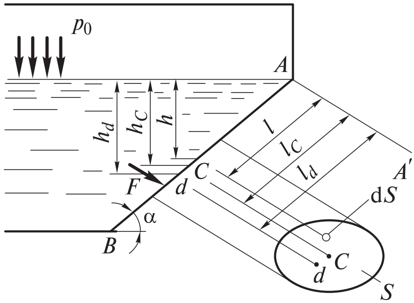

Рис. 1.8

Чтобы получить силу гидростатического давления на всю площадь, необходимо это выражение проинтегрировать по всей площади

$$F = \int_S (p_0 + \rho g h)\,\mathrm{d}S.$$

Заменим $h = l\sin\alpha$ и представим силу в виде двух интегралов:

$$F = p_0 \int_S \mathrm{d}S + \rho g \sin\alpha \int_S l\,\mathrm{d}S.$$

Величина $\int_S l\,\mathrm{d}S$ представляет собой статический момент площади S, который, как известно из теоретической механики, может быть заменен произведением расстояния до центра тяжести фигуры на площадь $l_C S$, где l_C — расстояние от поверхности жидкости до центра тяжести рассматриваемой площади.

Теперь можно получить

$$F = (p_0 + \rho g h_C)\,S. \qquad (1.17)$$

Выражение в скобках представляет собой гидростатическое давление в центре тяжести рассматриваемой площади, следовательно, сила давления на плоскую поверхность равна давлению в центре тяжести этой поверхности, умноженному на ее площадь.

Для инженерных расчетов важно знать не только величину силы давления, но и точку ее приложения. Данная точка называется центром давления. Направление силы давления на плоскую поверхность согласно первому свойству гидростатического давления нормально к плоскости.

Величину l_d определяют на основе известной из теоретической механики теоремы о равенстве момента равнодействующей относительно некоторой оси сумме моментов составляющих относительно той же оси, т. е. $Fl_d = \int_S l\,\mathrm{d}F$.

Раскрывая значения F по (1.17) и dF по (1.16) и решая относительно l_d, получим

$$l_d = \frac{\int\limits_S l(p_0 + \rho g h)\,\mathrm{d}S}{(p_0 + \rho g h_C)S} = \frac{p_0 \int\limits_S l\mathrm{d}S + \rho g \sin\alpha \int\limits_S l^2 \mathrm{d}S}{(p_0 + \rho g h_C)S}.$$

Значения интегралов $\int\limits_S l\mathrm{d}F$ и $\int\limits_S l^2\mathrm{d}F$ находятся: первый, как и ранее, статический момент рассматриваемой площади, определяемый $l_C S$, а второй представляет момент инерции той же площади относительно оси $A—A'$ — I_0. Заменив I_0 по известной зависимости через $I_0 = I_C + l_C^2 S$, получим

$$l_d = \frac{p_0 l_C S + \rho g \sin\alpha \left(I_C + l_C^2 S\right)}{\left(p_0 + \rho g h_C\right)S} = \frac{l_C\left(p_0 + \rho g h_C\right)S}{\left(p_0 + \rho g h_C\right)S} +$$

$$+ \frac{\rho g \sin\alpha I_C}{\left(p_0 + \rho g l_C \sin\alpha\right)S},$$

окончательно имеем

$$l_d = l_C + \frac{\rho g \sin\alpha I_C}{\left(p_0 + \rho g l_C \sin\alpha\right)S}. \tag{1.18}$$

Формула (1.18) дает нам расстояние вдоль по стенке от поверхности воды до центра давления. Анализ данной формулы показывает, что центр давления расположен ниже центра тяжести и только для горизонтальной поверхности $\sin\alpha = 0$ и $l_d = l_C$.

Для открытых сосудов (резервуаров) $p_0 = 0$, и формула (1.18) имеет вид

$$l_d = l_C + \frac{I_C}{l_C S},$$

а для вертикальной стенки

$$h_d = h_C + \frac{I_C}{h_C S}.$$

1.6. Эпюра давления. Графоаналитический способ определения силы давления и точки ее приложения

Графическое изображение распределения гидростатического давления по стенке или по длине какого либо контура называется